

Meccanica e dinamica - Domande

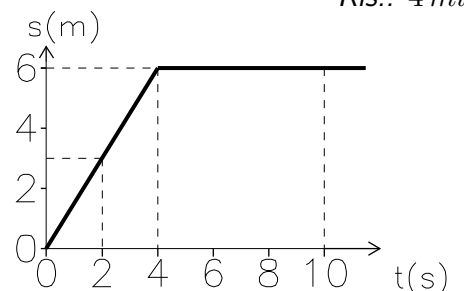
- 1) Come viene definita la velocità istantanea $v(t)$ di un corpo all'istante t
- 2) Come viene definita l'accelerazione istantanea $a(t)$ di un corpo all'istante t ?
- 3) Qual'è la differenza fra velocità media e velocità istantanea?
- 4) Quale è la definizione generale che permette di calcolare lo spazio percorso da un corpo (s) che si muove lungo una linea retta lungo un asse x se si conosce la sua velocità v (come funzione del tempo t) e la sua posizione iniziale sull'asse x ?
- 5) Come sono definite le equazioni del moto?
- 6) Quali sono le equazioni del moto per un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme?
- 7) Quali sono le equazioni del moto per un corpo che si muove di moto circolare uniforme?
- 8) Quali sono le equazioni del moto per un corpo che si muove di moto uniformemente accelerato?
- 9) Quali sono le equazioni del moto per un corpo che si muove di moto armonico?
Quali esempi di moto armonico conoscete?
- 10) Che cosa affermano esattamente le tre leggi di Newton relative al moto dei corpi?
- 11) Cosa si può dire delle forze che agiscono su un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme?
- 12) Cosa si può dire delle forze che agiscono su un corpo che si muove di moto uniformemente accelerato?
- 13) Che cosa si può dire delle forze che agiscono su un corpo che si muove di moto circolare uniforme?
- 14) Quale relazione lega lo spazio percorso con il tempo, nel moto di caduta libera dei corpi?
- 15) Quali sono le leggi che regolano il moto di un corpo sottoposto alla sola forza di gravità?
- 16) Cosa afferma la legge di gravitazione?
Come si spiega il fatto che la luna ruota attorno alla terra su una traiettoria approssimativamente circolare?
Che cosa dovrebbe cambiare per avere una variazione dell'attuale periodo di rotazione di 28 giorni?
- 17) Un moto circolare uniforme è un moto accelerato?
- 18) Quali sono le relazioni utili per lo studio dei moti circolari uniformi?
- 19) Che cosa sapete dire dell'accelerazione e delle forze che agiscono su un corpo in moto circolare uniforme?
- 20) Come sono definite la velocità angolare, la frequenza ed il periodo del moto per un moto circolare uniforme?
- 21) Che cosa si intende quando si parla di peso di un corpo? Quali ne sono le unità di misura?
- 22) Quali sono le leggi che caratterizzano il moto dei corpi soggetti solo al loro peso?
- 23) Cosa afferma la legge di gravitazione universale?
- 24) Quale è la forza che agisce fra due cariche puntiformi?
- 25) Cosa si intende per forza elastica e da quali grandezze dipende?
- 26) Come è definita la costante elastica di una molla?
- 27) Scrivete e commentate la legge di Hooke per una molla
- 28) Quale è il significato e quali sono le unità di misura dell'energia?
- 29) Qual'è la definizione generale di lavoro e qual'è la sua unità di misura nel sistema SI ?
- 30) Spiegare (possibilmente con un disegno) in quali casi il lavoro compiuto da una forza è nullo e in quali il lavoro è negativo.
- 31) Come si enuncia il teorema dell'energia cinetica?

- 32) Quale è la definizione di potenza e quale ne è l'unità di misura?
- 33) Che cosa si intende quando si dice che un corpo possiede energia?
- 34) Come si enuncia e quando è valido il principio di conservazione dell'energia meccanica?
- 35) Che cosa si intende quando si parla di forze conservative?
- 36) Quale è la definizione di energia potenziale e per quali tipi di forze ha senso?
- 37) Quale è l'espressione dell'energia potenziale gravitazionale?
- 38) Quale è l'espressione dell'energia potenziale elastica?
- 39) Quale è l'espressione dell'energia potenziale elettrica?
- 40) E' possibile definire l'energia potenziale per le forze di attrito? Perché?

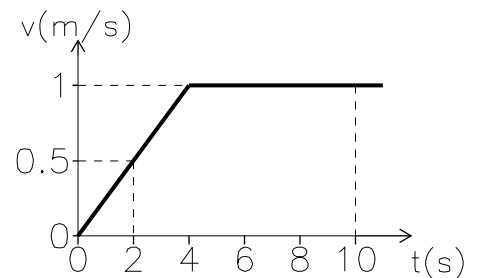
Meccanica e dinamica - Esercizi

- 1) Quanti metri percorre in 20 secondi un'automobile che viaggia a 40 km/h? Ris.: 222 m
- 2) Calcolare il tempo necessario perché un oggetto con velocità iniziale pari a 10 m/s, si fermi se è sottoposto ad una decelerazione di 0.4 m/s². Quanti metri percorre prima di fermarsi? Ris.: 25 s; s = 125 m
- 3) Un automobilista che viaggia in autostrada alla velocità costante di 120 km/h decide di fermarsi ad una stazione di servizio che dista 8 km. Quanto tempo impiega a raggiungerla? Ris.: 4 min

- 4) Un oggetto si muove lungo una linea retta (asse x) e la sua distanza (x) da un punto dato O varia con il tempo come indicato in figura. Quanto vale la velocità del corpo agli istanti t₁ = 2 s e t₂ = 10 s? Ris.: v(t₁) = 1.5 m/s; v(t₂) = 0



- 5) Un oggetto si muove lungo una linea retta (asse x) e la sua velocità (v(x)) varia con il tempo come indicato in figura.
 - a) Quanto spazio ha percorso fra gli istanti t₁ = 2 s e t₂ = 10 s?
 - b) In quale intervallo di tempo il moto è accelerato?Ris.: a) s = 7.5 m; b) 0 ≤ t ≤ 4 s



- 6) Disegnate su un grafico v(x) - t (Velocità componente x - tempo) un tratto di curva che corrisponda ad un moto prima accelerato e successivamente decelerato. Ris.: Vedere ad esempio la fig. 1

- 7) Quanto vale (in m/s) la velocità di un'automobile che viaggia a 35 km/h? Calcolare l'accelerazione e la forza necessarie per arrestare l'automobile in 3 secondi (massa = 1200 kg). Ris.: v = 9.7 m/s; a = 3.23 m/s², F = 3900 N

- 8) Si costruisca un grafico approssimato (su carta quadrettata) che rappresenta l'andamento nel tempo dello spazio percorso da un oggetto che si muove lungo una retta (asse x) partendo dalla posizione x = 0 e si muove per 10 s alla velocità costante di 0.2 m/s e poi sta fermo per altri 10 s. Ris.: Vedere fig. 2

9) Per studiare il moto di un oggetto si registra la sua posizione ad intervalli di 1 secondo:

$t(s)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x(cm)$	27	25	23	21	19	17	15	13	11	9

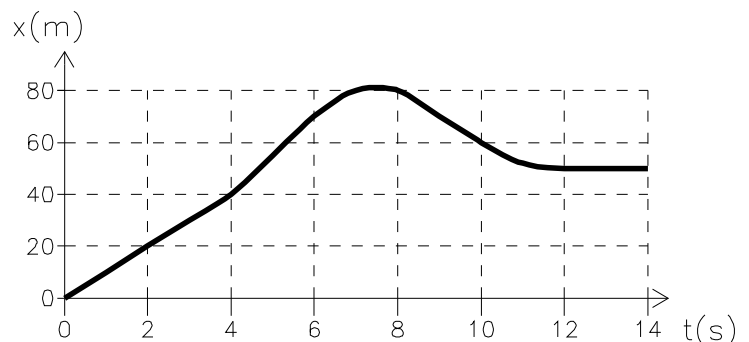
- Costruire un grafico della posizione in funzione del tempo ($x(t)$).
- Calcolare la velocità media dell'oggetto in ciascun intervallo di tempo in base ai dati riportati nella tabella precedente e riportate i valori ottenuti prima in una tabella e poi in un grafico.
- Scrivete l'espressione analitica che descrive la funzione $x(t)$
- In quale posizione si trovava l'oggetto all'istante $t = 0$?
- In quale istante l'oggetto passa per la posizione $x = 0$?

Ris.: b) $v = -2 \text{ cm/s}$ (costante); c) $x(t) = (29 - 2t) \text{ cm}$; d) $x(0) = 29 \text{ cm}$; e) $t = 14.5 \text{ s}$

10) Il grafico in figura descrive la posizione x di un corpo al variare del tempo.

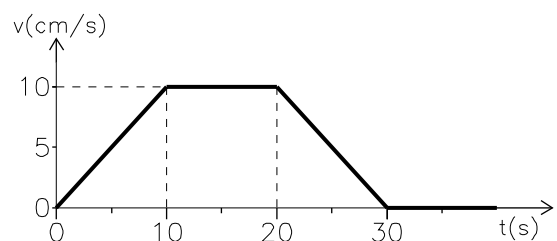
Si costruisca un grafico su carta a quadretti, per punti, ragionevolmente approssimato, ove siano indicate le scale di misura) che indichi il valore della velocità del corpo al variare di x

Ris.: Vedere fig. 3



11) Un corpo inizialmente fermo si muove con velocità rappresentata nel grafico

- In quale intervallo di tempo il corpo è fermo?
- Quanto spazio percorre il corpo fra gli istanti $t = 0 \text{ s}$ e $t = 20 \text{ s}$?
- In quali intervalli di tempo la forza è nulla?
- Quanto vale la posizione finale?



Ris.: a) $t > 30 \text{ s}$; b) $s = 150 \text{ cm}$; c) $10 \text{ s} < t < 20 \text{ s}$ e $t > 30 \text{ s}$; d) $x = 200 \text{ cm}$

12) Un sasso lasciato cadere dalla cima di una torre arriva a terra dopo 4 s.

- Quanto vale la velocità del sasso quando sta per toccare il suolo?
- Quanto è alta la torre?

Ris.: a) $v = 39.2 \text{ m/s}$; b) $h = 78.4 \text{ m}$

13) Una massa di 5 kg viene attaccata ad una corda lunga 2 m, che si rompe se viene tirata con una forza superiore a 1000 N, e fatta ruotare.

Qual è il massimo numero di giri al secondo che le si può far compiere? (Nel risolvere l'esercizio si può trascurare la forza di gravità.)

Ris.: 1.59 giri/s

14) Calcolare la velocità periferica di un corpo di massa $m = 0.5 \text{ kg}$ che si muove con velocità angolare $\omega = 0.6 \text{ rad/s}$ lungo una circonferenza di raggio $r = 1 \text{ m}$.

Quanto valgono l'accelerazione e la forza centripeta?

Ris.: $v = 0.6 \text{ m/s}$, $a = 0.36 \text{ m/s}^2$, $F = 0.18 \text{ N}$

15) Un disco con raggio $R = 25 \text{ cm}$ ruota con velocità angolare costante intorno ad una retta perpendicolare ad esso e passante per il suo centro. Un punto materiale A appartenente al bordo percorre un arco di 5 cm in 0.1 s. Calcolare:

- la velocità periferica e la velocità angolare

- b) l'accelerazione centripeta
 c) il periodo e la frequenza del moto
 d) il valore della forza che impedisce al punto di staccarsi, se la sua massa è pari a $2g$

Ris.: a) $v = 0.5 m/s$, $\omega = 2 rad/s$; b) $T = 3.14 s$, $\nu = 0.32 Hz$; c) $F = 2 \cdot 10^{-3} N$

16) Un satellite gira in orbita attorno alla terra impiegando 45 primi per compiere un quarto di giro.

- a) Quanto valgono il periodo, la frequenza e la velocità angolare del moto del satellite?
 b) Si dica quali forze sono applicate al satellite, quale direzione e quale verso devono avere e da chi sono generate
 c) Si calcoli la distanza media dalla superficie terrestre a cui il satellite ruota
 d) Si calcoli quanto lavoro è necessario per aumentare di $10 km$ il raggio dell'orbita

Dati: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} N m^2/kg^2$; $m_{sat} = 200 kg$; $M_t = 6 \cdot 10^{24} kg$; $R_t = 6400 km$

Ris.: a) $T = 3 h$, $f = 9.26 \cdot 10^{-5} Hz$, $\omega = 5.82 \cdot 10^{-4} rad/s$; b) Attrazione gravitazionale fra la terra e il satellite; c) $d = 4170 km$; d) $L = 7.2 MJ$

17) Si suppongano valide le leggi della fisica classica e si consideri un elettrone (massa = $0.9 \cdot 10^{-30} kg$ carica = $-1.6 \cdot 10^{-19} C$) che ruota di moto circolare uniforme attorno ad un protone ad una distanza $d = 10^{-10} m$:

- a) Quale forza il protone applica all'elettrone? ($1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9 N m^2/C^2$)
 b) Quali considerazioni relative ai moti circolari uniformi consentono di calcolare la velocità e l'energia cinetica dell'elettrone?
 c) Quanto vale l'energia potenziale elettrostatica del sistema?
 d) Quanto vale l'energia totale?
 e) Quante rotazioni attorno all'elettrone compie l'elettrone in un secondo?

Ris.: a) $F = 2.3 \cdot 10^{-8} N$; b) $E_{cin} = 1.15 \cdot 10^{-18} J$, $v = 1.6 \cdot 10^6 m/s$; c) $E = -2.3 \cdot 10^{-18} J$; d) $E = -1.15 \cdot 10^{-18} J$; e) $2.5 \cdot 10^{15}$

18) Due cariche elettriche puntiformi di valore $2 \cdot 10^{-10} C$ e $-6 \cdot 10^{-10} C$ sono nel vuoto ad una distanza di $3 m$. Determinare la forza di attrazione fra le due cariche nonché la forza che esse esercitano su una terza carica di valore $3 \cdot 10^{-11} C$ posta nel punto di mezzo della loro retta congiungente

Ris.: $1.2 \cdot 10^{-10} N$; $0.96 \cdot 10^{-10} N$

19) A quale distanza da un elettrone deve trovarsi un protone affinché la forza di attrazione elettrica fra le due cariche uguali in modulo la forza di attrazione gravitazionale fra il protone e la terra? Quale campo elettrico agisce sul protone in quelle condizioni?

Ris.: $d = 12 cm$; $E = 10^{-7} N/C$

20) Determinare la forza di attrazione elettrica fra un elettrone ed un protone che si trovino ad una distanza pari ad un diametro atomico ($d = 10^{-8} cm$)

Ris.: $F = 2.3 \cdot 10^{-8} N$

21) Determinare la forza di repulsione fra due protoni posti ad una distanza pari al diametro di un grosso nucleo ($d = 10^{-12} cm$).

Ris.: $2.3 N$

22) Con quale velocità un elettrone deve ruotare di moto circolare uniforme attorno ad un protone posto ad una distanza di $10^{-8} cm$ affinché la forza di attrazione elettrica uguali la forza centripeta? Quanto vale la frequenza di rotazione?

Ris.: $v = 1.6 \cdot 10^6 m/s$; $f = 2.5 \cdot 10^{15} Hz$

23) Una pallina di massa $100 g$ viene lasciata cadere da un'altezza di $1 m$.

Quanto vale la sua velocità un istante prima di toccare terra?

Supponendo che ad ogni rimbalzo la pallina perda il 10% della sua energia, quale altezza raggiunge dopo il primo rimbalzo?

E dopo il secondo?

Ris.: a) $V = 4.4 m/s$; b) $h' = 90 cm$; c) $h'' = 81 cm$

- 24) Una forza F costante e pari a 1 N agisce su un corpo che si sposta di 1 m lungo una direzione (non necessariamente parallela alla forza). L'energia cinetica del corpo passa da 3 J a 2 J
- Quanto vale la variazione di energia cinetica del corpo e quanto vale il lavoro compiuto dalla forza su di esso?
 - Quale è la direzione relativa della forza e dello spostamento?

Ris.: a) $\Delta E = -1\text{ J}$, $L = -1\text{ J}$; b) Antiparallela.

- 25) Un ascensore del peso di 1000 kg inizialmente fermo al 5° piano, accelera fra il quinto e il quarto piano, poi continua a scendere con una velocità di 1 m/s per tre piani e successivamente frena fra il primo piano e il piano terra. Ciascun piano è alto 3.5 m .
- Quanto valgono l'accelerazione e la decelerazione dell'ascensore?
 - Quale forza (in modulo direzione e verso) deve essere esercitata dall'ascensore in queste tre fasi della discesa?
 - Quanto lavoro meccanico viene compiuto dal motore per effettuare la discesa?

Ris.: a) $a = 0.14\text{ m/s}^2$, $d = -0.14\text{ m/s}^2$; b) $F_m^{acc} = -9660\text{ N}$, $F_m^{disc} = -9800\text{ N}$, $F_m^{fren} = -9940\text{ N}$; c) 171.5 kJ

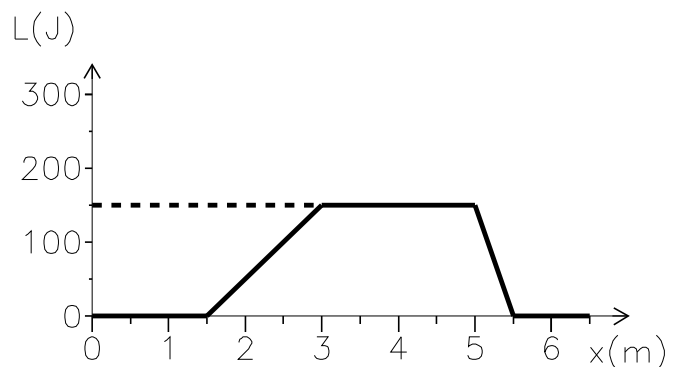
- 26) Uno sciatore di massa 70 kg , si trova fermo in cima ad una pista lunga un chilometro che ha una pendenza costante di 30°
Per effettuare la discesa, dapprima accelera per un tratto di 100 m , raggiungendo la velocità di 8 m/s , poi continua a scendere a velocità costante, ed infine negli ultimi 100 m della pista frena fino a fermarsi.
- Quanto valgono l'accelerazione e la decelerazione dello sciatore (supposte costanti)?
 - Quale forza d'attrito (in modulo direzione e verso) deve essere esercitata sullo sciatore nelle tre fasi della discesa?
 - Quanto lavoro meccanico viene compiuto da questa forza?

Ris.: a) $a = 0.32\text{ m/s}^2$, $d = -0.32\text{ m/s}^2$; b) $F_a^{acc} = 320.6\text{ N}$, $F_a^{disc} = -343\text{ N}$, $F_a^{fren} = -365.4\text{ N}$; c) $L = 343\text{ kJ}$

- 27) Un corpo di massa $m = 200\text{ g}$ viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale pari a 4 m/s .
- Quanto vale la sua energia cinetica iniziale?
 - Quanto vale l'energia potenziale gravitazionale (rispetto al suolo) nel punto più alto della traiettoria?
 - Quale altezza massima raggiunge?

Ris.: a) $E_{cin} = 1.6\text{ J}$; b) $E_{pot} = 1.6\text{ J}$; c) $h = 81.6\text{ cm}$

- 28) Il grafico della figura mostra il lavoro L compiuto su un corpo da una forza F , diretta lungo l'asse x , al variare della posizione del corpo su quell'asse.



- Quale è la definizione generale di lavoro?
- Si costruisca un grafico (su carta a quadretti, per punti, ragionevolmente approssimato, ove siano indicate le scale di misura) che indichi il valore della forza F al variare di x .

Ris.: Vedi fig. 5

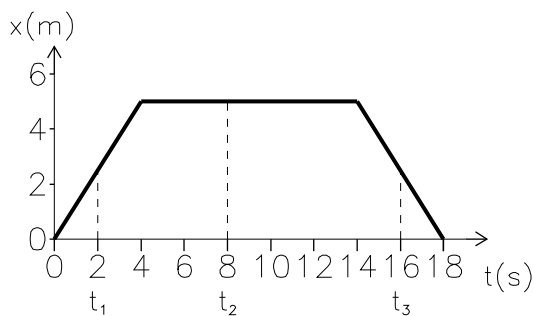
- 29) Quanto lavoro è necessario per portare un elettrone, inizialmente fermo ad una distanza di 10^{-9} cm da un nucleo di ossigeno ($Z = 8$) ad una distanza infinita?
Che cosa si può dire del lavoro che occorrerebbe, per ottenere lo stesso risultato se l'elettrone anziché fermo fosse inizialmente in moto lungo una traiettoria circolare?

Ris.: $L = 1.84 \cdot 10^{-16}\text{ J}$; la metà

- 30) Quanto vale l'energia potenziale di una molla di costante elastica $k = 2000\text{ N/cm}$ quando è compressa di 2 cm ?

$$\text{Ris.: } E_{pot} = 4000 \text{ N cm} = 40 \text{ J}$$

- 31)** Un corpo C di massa $m = 50 \text{ g}$, che può muoversi solo lungo una linea retta coincidente con l'asse x , ha una posizione che cambia nel modo indicato in figura



- Quanto valgono le velocità v_1 , v_2 e v_3 (se ne chiede il valore ed il segno) in corrispondenza dei tempi t_1 , t_2 e t_3 ?
- Quale lavoro deve essere fatto (da forze opportune) tra il tempo t_1 ed il tempo t_2 (L_{12}) e tra il tempo t_1 ed il tempo t_3 (L_{13})?

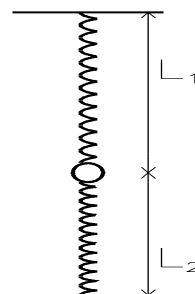
$$\text{Ris.: } a) v_1 = 1.25 \text{ m/s}, v_2 = 0, v_3 = -1.25 \text{ m/s}; \quad b) L_{1-2} = -0.039 \text{ J}, L_{1-3} = 0$$

- 32)** Una massa di 2 kg è trattenuta in equilibrio nella posizione indicata in figura, da due molle identiche ognuna di lunghezza a riposo $l_0 = 20 \text{ cm}$.

- Se $l_1 = 22 \text{ cm}$ e $l_2 = 18 \text{ cm}$, quanto vale la costante elastica di ciascuna molla?

Trattandosi di un problema di equilibrio, è possibile risolverlo mediante *affermazioni* sulle forze in gioco oppure mediante *affermazioni* sulle energie potenziali in gioco.

- Quali sono tali affermazioni e quale è il metodo alternativo di soluzione?



$$\text{Ris.: } a) k = 490 \text{ N/m}; \quad b) \vec{R} = 0 \text{ oppure derivata } E_{pot} = 0 \text{ ossia } \frac{d}{dx} (2\frac{1}{2}kx^2 - mgx) = 0$$

- 33)** Su una molla di costante elastica $K = 100 \text{ N/m}$ compressa di 2 cm (e mantenuta in tale stato di compressione) è appoggiata una massa di $M = 10 \text{ g}$.

- Quanto vale l'energia elastica?

Ad un certo punto la molla viene sbloccata in modo da lanciare la massa verso l'alto. Quanto varranno:

- l'energia potenziale gravitazionale della massa in corrispondenza della massima altezza raggiunta?
- l'altezza massima raggiunta?
- l'energia cinetica della massa stessa al momento del rilascio?
- la velocità di quest'ultima al momento del rilascio?

$$\text{Ris.: } a) E_{pot}^{elast} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ J}; \quad b) h = 20.4 \text{ cm}; \quad c) E_{cin} = 1.8 \cdot 10^{-2} \text{ J}; \quad d) v = 1.9 \text{ m/s}$$

- 34)** Un corpo avente una massa di 3 kg è poggiato su un piano inclinato e vi scivola sopra con attrito trascurabile. La lunghezza del piano è uguale a 3 m e la differenza di altezza fra le due estremità del piano è di 150 cm .

- Con quale velocità il corpo arriva in fondo se parte da fermo dall'inizio del piano?
- Quanto lavoro ha fatto la forza di gravità sul corpo durante la discesa?
- Quanto vale la forza che fa muovere il corpo lungo il piano?
- Quanto tempo impiega il corpo a scendere?

$$\text{Ris.: } a) v_{fin} = 5.4 \text{ m/s}; \quad b) L = 44.1 \text{ J}; \quad c) F = 14.7 \text{ N}; \quad d) t = 1.1 \text{ s}$$

- 35)** Una molla posta verticalmente sul pavimento, ha una lunghezza a riposo di 20 cm e costante elastica $K = 80 \text{ N/m}$. Sulla molla è appoggiata una pallina di massa $m = 200 \text{ g}$.

A quale altezza dal pavimento arriva la pallina, se si parte da una situazione iniziale in cui la pallina è ferma e la molla è compressa di 5 cm ?

(Non si consideri trascurabile la lunghezza della molla)

$$\text{Ris.: } h = 20.1 \text{ cm}$$

- 36)** Un corpo di massa $m = 0.2 \text{ kg}$ poggia contro una molla di costante elastica $k = 10000 \text{ N/m}$ compressa di 2 cm e si trova esattamente all'altezza del pavimento della stanza.

- a) Quale forza la molla applica alla massa?
 b) Quanto vale l'energia potenziale elastica posseduta dalla molla?
 c) Fino a quale altezza può salire il corpo se si lascia libera la molla di estendersi?

$$\text{Ris.: } a) F = 200 \text{ N}; b) E_{pot}^{elast} = 2 \text{ J}; c) h = 102 \text{ cm}$$

- 37) Si suppongano valide le leggi della fisica classica e si consideri un elettrone ($m = 0.9 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$, carica $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) che ruota di moto circolare uniforme attorno ad un protone. Sapendo che la forza che il protone applica all'elettrone vale $2.50 \cdot 10^{-8} \text{ N}$ si dica:

- a) la distanza elettrone protone ($1/4\pi\epsilon_0 = 0.9 \cdot 10^{10} \text{ unit\`a SI}$)
 b) quali considerazioni relative ai moti circolari permettono di calcolare l'energia cinetica dell'elettrone
 c) quanto vale l'energia potenziale elettrostatica del sistema
 d) quanto vale l'energia totale

$$\text{Ris.: } a) r = 9.6 \cdot 10^{-11} \text{ m}; b) F = m\omega^2 r; c) f = 2.7 \cdot 10^{15} \text{ Hz}; d) E_{pot}^{ellett} = -2.4 \cdot 10^{-18} \text{ J}; e) E_{Tot} = -1.2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

- 38) Una scala mobile lunga 10 m ed inclinata di 45° trasporta 20 persone della massa media di 70 kg al minuto, muovendosi alla velocità di 1 m/s .

- a) Quale energia totale la scala conferisce a ciascuna persona trasportata?
 b) Quale potenza minima (attriti esclusi) deve esprimere il motore che la muove per compiere quel tipo di trasporto?

$$\text{Ris.: } a) E = 4885 \text{ J}; b) P = 1620 \text{ W}$$

- 39) Una gru solleva un carico di 5000 kg alla velocità costante di 0.1 m/s

- a) Quanto vale la forza peso agente sul carico?
 b) Supponendo di poter trascurare gli attriti, quanto lavoro compie il motore in un secondo?
 c) Quanto varrebbe in questo caso la potenza sviluppata dal motore?
 d) Quanto vale la forza di attrito, sapendo che nella realtà il motore sviluppa una potenza di 10 kW ?

$$\text{Ris.: } a) F_P = 49 \cdot 10^3 \text{ N}; b) L_{1s} = 4.9 \text{ kJ}; c) P = 4.9 \text{ kW}; d) F_A = 51 \cdot 10^3 \text{ N}$$

- 40) Un corpo di massa $m = 0.2 \text{ kg}$ è posto su una guida inclinata di 30° rispetto alla verticale, lunga 1.5 m . Alla fine della guida si trova una molla di costante elastica $k = 4000 \text{ N/m}$. Se il corpo viene lasciato scivolare, partendo da fermo, lungo la guida, si calcoli:

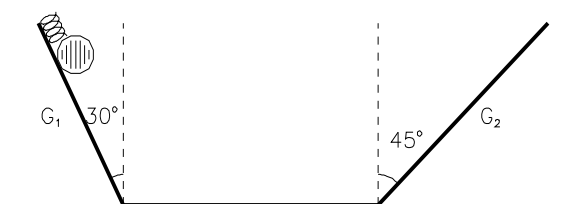
- a) quale velocità possiede il corpo un attimo prima di toccare la molla, se si suppone trascurabile l'attrito fra il corpo e la guida?
 b) di quanto si comprime la molla M ?
 c) se, contrariamente a quanto precedentemente supposto, la guida non è priva di attrito ma applica al corpo una forza di attrito pari al 10% del peso del corpo, di quanto viene compressa la molla?

$$\text{Ris.: } a) v = 5 \text{ m/s}; b) x = 3.56 \text{ cm}; c) x = 3.36 \text{ cm}$$

- 41) Un corpo di massa $m = 0.2 \text{ kg}$ compresso contro una molla di costante elastica $k = 10000 \text{ N/m}$ è situato su una guida inclinata di 30° rispetto alla verticale, lunga 1.5 m . La guida si raccorda con un piano orizzontale piano che a sua volta si raccorda con una guida inclinata verso l'alto in modo da formare un angolo di 45° .

La molla M è inizialmente compressa di 2 cm .

- a) Quanto vale l'energia potenziale elastica della molla?
 b) Se si suppone trascurabile l'attrito tra il corpo e la guida G_1 , con quale velocità il corpo comincia a percorrere il tratto di guida orizzontale?
 c) Si supponga ora che la guida G_2 non sia priva di attrito, ma applichi al corpo una forza di attrito pari al 10% del peso del corpo. Fino a quale altezza può risalire il corpo sulla guida G_2 ?



Ris.: a) $E_{pot}^{elast} = 2 J$; b) $v = 6.7 m/s$; c) $h = 2.02 m$

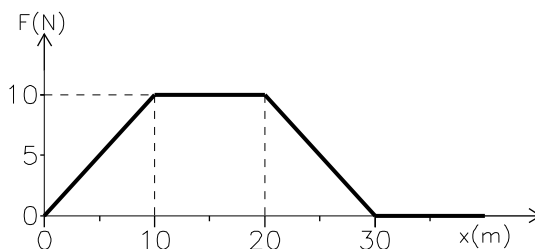
42) Una vettura avente massa pari a $1000 kg$, partendo da ferma, raggiunge la velocità di $100 Km/h$ in $12 s$. Si calcolino:

- l'accelerazione media e la forza media esercitata da motore
- lo spazio percorso in quei $12 s$
- il lavoro compiuto dal motore e la sua potenza

Ris.: a) $a = 2.31 m/s^2$, $F = 2310 N$; b) $s = 166.7 m$; c) $L = 3.8 \cdot 10^5 J$, $P = 32 kW$

43) Un corpo di massa pari a $4 kg$, inizialmente fermo, si muove sotto l'azione di una forza la cui intensità in funzione della posizione è rappresentata dal grafico.

- Quanto lavoro viene compiuto sul corpo fra le posizioni $x = 0 m$ e $x = 20 m$?
- In quale tratto la velocità è costante?
- Quanto vale la velocità finale?



Ris.: a) $L = 150 J$; b) $x > 30 m$, c) $v = 10 m/s$

44) Una massa di $500 g$, legata ad una molla di costante elastica $k = 100 N/m$ compie delle oscillazioni con massima elongazione $\Delta x = 5 cm$.

- Quanto vale l'energia meccanica del corpo?
- Quanto valgono la forza esercitata dalla molla, l'accelerazione e la velocità del corpo nel momento di massima elongazione?
- Quanto valgono la forza esercitata dalla molla, l'accelerazione e la velocità del corpo nel momento in cui passa per la posizione di riposo della molla?
- Quanto vale il periodo del moto?

Ris.: a) $E = 0.125 J$; b) $F = 5 N$, $a = 10 m/s^2$, $v = 0$; c) $F = 0$, $a = 0$, $v = 1 m/s$; d) $0.44 s$

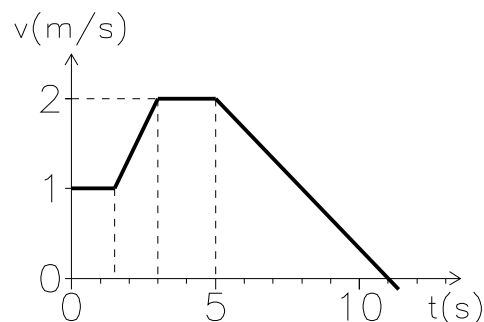
45) Un blocco di massa $M = 6 kg$ partendo da fermo scivola per una distanza di $4 m$ lungo un piano inclinato di 60° rispetto alla verticale. Calcolare:

- L'energia potenziale iniziale del blocco rispetto alla base del piano inclinato
- La velocità che possiede il blocco alla fine del piano inclinato, assumendo che questo sia privo di attrito
- La velocità finale e il tempo impiegato dal blocco a raggiungere il pavimento nel caso sia presente una forza di attrito costante $F_a = 8 N$

Ris.: a) $E_{pot} = 117.6 J$; b) $v = 6.26 m/s$; c) $v = 5.34 m/s$

46) Un oggetto di massa $m = 2 kg$ si muove lungo l'asse x con una velocità il cui grafico è riportato in figura:

- In quale istante il corpo si arresta?
- Quanto spazio viene percorso fra $t = 1 s$ e $t = 4 s$?
- Si costruisca un grafico dell'accelerazione in funzione del tempo
- Si disegni il corrispondente grafico della forza in funzione del tempo
- Si calcoli il lavoro effettuato dalla forza nell'intervallo di tempo compreso fra $t = 1 s$ e $t = 4 s$
- Si verifichi che lo stesso risultato si sarebbe potuto ottenere applicando il teorema dell'energia cinetica.



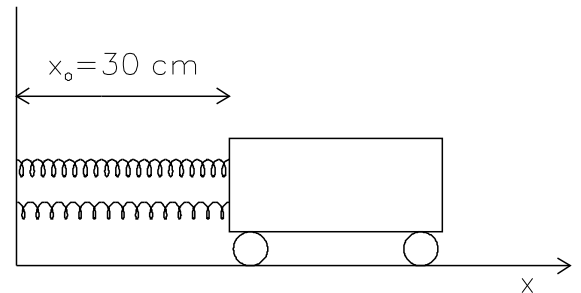
Ris.: a) $t = 11 s$; b) $s = 4.75 m$; c) vedi fig.4; d) $L = 3 J$

47) Un oggetto di massa $m = 90 g$ viene lanciato con velocità $v = 0.5 m/s$ contro una molla di costante elastica $k = 100 N/m$. Calcolare:

- a) Di quanto viene compressa la molla (trascurando l'attrito)
 b) Quanto tempo impiega la molla a respingere il corpo (cioè a tornare nella posizione di riposo)
 c) quanto valgono l'accelerazione media del corpo e la forza media impressa dalla molla al corpo
- 48) Un carrello di massa $m = 10 \text{ kg}$, mobile senza attrito su un piano perfettamente orizzontale, è legato ad una parete da due molle (vedi figura) con lunghezza a riposo rispettivamente $l_{o1} = 30 \text{ cm}$ e $l_{o2} = 20 \text{ cm}$, e costante elastica $K_1 = K_2 = 8000 \text{ N/m}$.

Inizialmente il carrello viene tenuto nella posizione indicata in figura (ove la molla 1 non è né tesa né compressa)

- a) Quanto vale l'energia meccanica del sistema?
 b) In quale posizione (per quale valore di x) il sistema sarebbe in equilibrio?
 c) Se il sistema viene abbandonato a se stesso partendo dalla posizione iniziale, in quale altra posizione sarà di nuovo fermo? Quale tipo di moto avrà il carrello?



Ris.: a) $E_{pot} = 40 \text{ J}$; b) $x = 25 \text{ cm}$; c) $x = 20 \text{ cm}$, armonico

Meccanica e dinamica - Altri esercizi

- 1) Un sasso viene lanciato in direzione orizzontale dalla cima di una torre con velocità iniziale di 1 m/s e arriva a terra dopo 4 s .
- a) Quanto vale la velocità del sasso (in modulo direzione e verso) quando sta per toccare il suolo?
 b) Quanto è alta la torre?
 c) A quale distanza dalla torre tocca terra?

Ris.: a) $|v| = 39.21 \text{ m/s}$, $\theta = -88.5^\circ$; b) $h = 78.4 \text{ m}$; c) 4 m

- 2) Un sasso lasciato cadere dal tetto di un edificio, impiega 2 s a raggiungere il suolo. Quanto è alto l'edificio?

Ris.: $h = 19.6 \text{ m}$

- 3) Tre cariche di valore rispettivamente uguale a 4 pC , 4 pC e -7 pC ($1 \text{ pCoulomb} = 10^{-12} \text{ C}$) sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato 30 cm . Si trovino intensità e verso:
- a) della forza che le prime due cariche esercitano sulla terza
 b) del campo elettrico al centro del triangolo

Ris.: a) $F = 4.85 \cdot 10^{-12} \text{ N}$; b) $E = 3.3 \text{ N/C}$ diretto verso la terza carica

- 4) Quanto tempo impiega a cadere un corpo inizialmente fermo che viene abbandonato dalla cima di una torre alta 40 m ?

Ris.: $t = 2.86 \text{ s}$

- 5) Ai due estremi di una barra di peso trascurabile lunga 1.5 m sono appese due masse di 10 e 15 kg rispettivamente. A quale distanza dalla massa di 10 kg si deve attaccare la barra ad una corda perché la barra rimanga in equilibrio in posizione orizzontale?

Ris.: 0.9 m

- 6) Un uccello di massa 0.3 kg esegue una curva orizzontale di raggio 20 m con una velocità di 15 m/s .
- a) Quale è l'inclinazione delle sue ali rispetto al terreno?
 b) Quale spinta l'aria esercita sulle sue ali?

Ris.: a) $\theta = 48.9^\circ$; b) $F = 4.48 \text{ N}$

- 7) Un ragazzo fa roteare sopra la sua testa (cioè attorno ad un asse verticale z) una massa di 2 kg attaccata ad una corda lunga 1 m .

Si calcoli il valore della forza centripeta che è necessario applicare alla massa m affinché questa ruoti formando un angolo di 60° con la verticale.

Ris.: 33.95 N

- 8) Un razzo avente una massa di 2000 kg viene lanciato verticalmente verso l'alto per effetto di una spinta S pari a 80000 N, esercitata dai suoi motori.
- Quanto vale il peso del razzo espresso in unità del S.I.?
 - Quanto vale la risultante delle forze agenti sul razzo e quale è la sua accelerazione?
 - Quale relazione lega la quota h raggiunta dal razzo in un tempo t , all'accelerazione cui il razzo è sottoposto?
 - In quanto tempo il razzo raggiunge la quota di 10 km?
 - Se a questa quota si fa in modo che una parte del razzo si stacchi (così che i motori non le applichino più alcuna spinta), in quanto tempo essa ricade a terra?

(In tutto il problema si trascuri l'attrito dell'aria)

Ris.: a) 19600 N; b) $F_{ris} = 60400 \text{ N}$, $a = 30.2 \text{ m/s}^2$; c) $h = \frac{1}{2}at^2$; d) $t = 25.7 \text{ s}$; e) $t = 164.5 \text{ s}$

- 9) Un aereo avente massa di 800 Kg inizia una picchiata (in direzione assolutamente verticale) partendo praticamente da fermo e al tempo $t = 0$, da una quota di 5000 m.

Durante la picchiata l'accelerazione dell'aereo si può ritenere costante e pari a 25 m/s^2 .

- Quale relazione lega l'accelerazione alla quota z a cui l'aereo si trova al tempo t ?
- Quanto tempo impiega l'aereo a scendere alla quota di 2000 m?
- Quanto vale la forza applicata dalle eliche all'aereo?
- Se, giunto alla quota di 2000 m l'aereo sgancia (lascia cadere) una bomba, quanto tempo impiega questa a raggiungere il suolo?

(In tutto il problema si trascuri l'attrito con l'aria)

Ris.: a) $z = z_i - \frac{1}{2}at^2$; b) $t = 15.5 \text{ s}$; c) 12160 N; d) 4.86 s

- 10) Un aereo avente una massa di 2400 kg e che si muove alla velocità di 600 km/h percorre una traiettoria circolare di raggio pari a 2 km muovendosi in un piano verticale (cioè prima salendo e poi ridiscendendo alla posizione di partenza)

- Quale velocità angolare possiede l'aereo?
- Quale forza totale deve agire sull'aereo quando passa per il punto più alto della traiettoria?
- Quale forza (se ne indichi intensità e direzione) devono esercitare le ali in quel punto?

Ris.: a) $\omega = 0.083 \text{ rad/s}$; b) $F = 33076 \text{ N}$; c) $F_{ali} = 9547 \text{ N}$

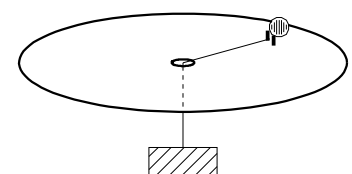
- 11) Due sfere di polistirolo aventi ciascuna una massa di 2.5 g sono legate a due fili sottili lunghi 80 cm attaccati al soffitto ad un unico gancio. De cariche elettriche identiche sono localizzate sulle due sfere, ed essendo di ugual segno si respingono e si allontanano per quanto possibile, compatibilmente con il vincolo imposto dall'essere legate ai fili. La distanza a cui le sfere si portano è pari a 80 cm. Si determini:

- La carica su ciascuna sfera
- la differenza fra il numero di protoni ed il numero di elettroni posseduto da ciascuna sfera

Ris.: a) $Q = 10^{-6} \text{ C}$; b) $6.25 \cdot 10^{-12}$

- 12) Una ruota orizzontale porta, ad una distanza $r = 20 \text{ cm}$ dal suo centro, due pioli contro cui poggia una massa $m = 200 \text{ g}$ trattenuta contro i pioli dal peso di una seconda massa ($M = 600 \text{ g}$) applicato alla sferetta da una cordicella passante per il centro della ruota.

- Si calcoli il valore del periodo di rotazione e della velocità angolare della ruota, nonché il modulo della velocità della pallina, quando la ruota gira alla frequenza di 42 giri al minuto primo.
- Si spieghi perché, da una certa frequenza in poi, la pallina si stacca dai pioli.
- Si calcoli il valore della frequenza di rotazione alla quale avviene tale distacco.

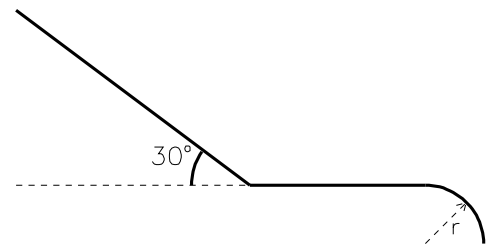
Ris.: a) $T = 1.43 \text{ s}$, $\omega = 4.4 \text{ rad/s}$, $v = 88 \text{ cm/s}$; c) $f = 1.93 \text{ Hz}$

- 13) Un corpo di massa $M = 50\text{ g}$ ruota su un piano orizzontale, vincolato tramite una molla, lunga 80 cm , ad un centro di rotazione C . Sapendo che la frequenza di rotazione è pari a 0.5 s^{-1} , si calcolino:
- Velocità angolare, velocità periferica e accelerazione centripeta
 - Il valore della forza esercitata dalla molla su M
 - Se la lunghezza a riposo della molla vale 60 cm , quanto vale la sua costante elastica?
 - Sapreste indicare il nuovo valore che il raggio di rotazione assumerebbe se la frequenza di rotazione dimezzasse?

Ris.: a) $\omega = 3.14\text{ rad/s}$, $v = 2.5\text{ m/s}$, $a_c = 7.9\text{ m/s}^2$; b) $F = 0.4\text{ N}$; c) $k = 1.98\text{ N/m}$; d) $r = 64\text{ cm}$

- 14) Uno sciatore, partendo da fermo, si lascia scivolare lungo un piano inclinato di 30° .
- Se l'attrito con il terreno fosse trascurabile, quale velocità raggiungerebbe lo sciatore dopo una discesa lunga $l = 10\text{ m}$?
 - In quanto tempo compirebbe la discesa?

Al termine della discesa lo sciatore incontra un breve tratto piano e poi (vedi figura) una discesa il cui profilo è assimilabile ad un arco di cerchio di raggio r . Se il valore di r è sufficientemente piccolo lo sciatore può saltare, cioè staccarsi dalla pista a partire dal punto B e proseguire per un breve tratto in volo senza aderire al terreno.



- Si spieghi qualitativamente (con un certo dettaglio) perché il salto può essere possibile e quali leggi fisiche occorre ricordare per spiegarlo.
- Sempre trascurando gli effetti degli attriti si calcoli, per lo sciatore prima considerato (cioè partito da fermo dal punto A), il massimo valore di r per cui avviene il distacco.
- Nel caso in cui si tenga conto degli attriti, il massimo valore di r aumenta o diminuisce?

Ris.: a) $v = 9.9\text{ m/s}$; b) $t = 2\text{ s}$; d) $r < \frac{v^2}{g}$, $r_{max} = 10\text{ m}$; e) *diminuisce*

- 15) Una rana saltando verso l'alto è in grado di decollare dal terreno con una velocità v_r pari a 250 cm/s
- A quale altezza h può arrivare la rana saltando verticalmente?
La rana di cui sopra va a camminare su un sasso che si trova in bilico sul ciglio di un burrone e, ad un certo istante, il sasso si sbilancia e comincia a cadere trascinando con se la rana.
 - Se la rana spicca un salto verso il ciglio del burrone dopo un tempo $t = 0.15\text{ s}$ dall'inizio del moto di caduta del sasso, ha la possibilità di salvarsi ritornando sul ciglio del burrone?

Ris.: a) $h = 32\text{ cm}$; b) *no*

- 16) Un proiettile avente massa $M = 20\text{ kg}$ viene lanciato con una velocità iniziale di 140 m/s ad un angolo di 45° con la verticale, su un terreno piano.
- A quale distanza arriva il proiettile?
 - Quale altezza massima raggiunge prima di ricadere?
 - Quanto tempo impiega a ricadere al suolo?
 - Quanto lavoro viene fatto dall'esplosivo sul proiettile?

Ris.: a) $x = 2.0\text{ km}$; b) 500 m c) $t = 20.2\text{ s}$; d) $L = 196\text{ kJ}$

- 17) Un veicolo che transita su un ponte autostradale, sbanda, urta il guard-rail e perde una parte del carico (una massa di 300 kg) che cade in un fiume che si trova 40 m sotto il livello di partenza. Nel momento in cui la massa M abbandona il veicolo, possiede ancora una velocità orizzontale di 27 km/h .
- Quanto tempo impiega la massa M a cadere?
 - Di quanto si sposta orizzontalmente durante la caduta?
 - Con quale energia cinetica comincia a cadere?
 - Con quale energia cinetica entra nel fiume?

Ris.: a) $t = 2.86\text{ s}$; b) $d = 21.5\text{ cm}$; c) $E_{cin}^{in} = 8440\text{ J}$; d) $E_{cin}^{fin} = 126 \cdot 10^3\text{ J}$

Meccanica e dinamica - Figure

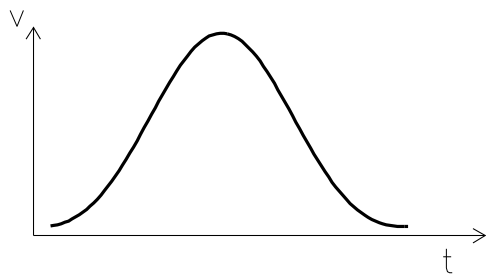


Fig.1

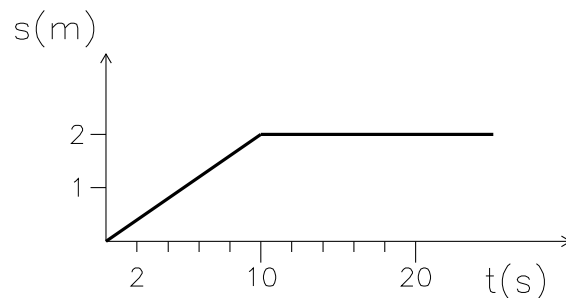


Fig.2

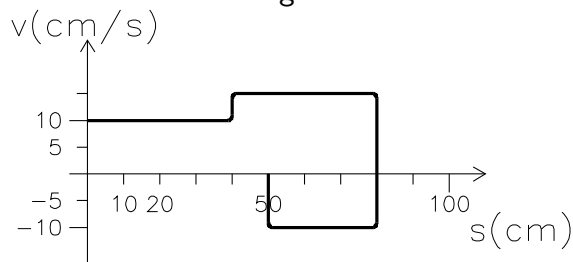


Fig.3

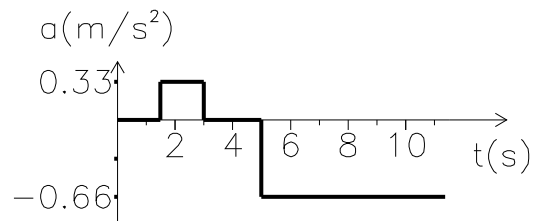


Fig.4

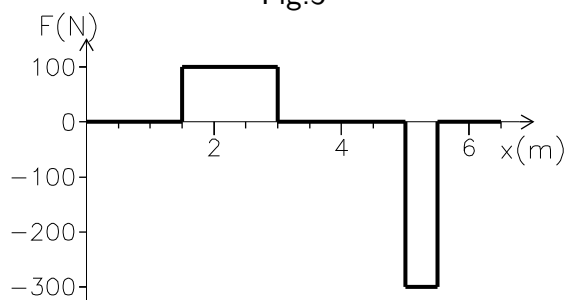


Fig.5

Idraulica e Fluidi - Domande

- 1) Qual'è la definizione di pressione e quali le sue unità di misura (sia nel sistema *SI* che quelle di più comune utilizzo pratico)? Quali sono i fattori di conversione dalle unità pratiche a quella del *SI*?
- 2) Si dica che cosa si intende quando si parla di pressione assoluta?
- 3) Quale è la definizione di pressione assoluta?
- 4) Cosa si intende per pressione relativa?
- 5) Come viene definita la portata di un condotto? Quale dato occorre conoscere per risalire alla velocità del fluido nello stesso?
- 6) Che cosa afferma il principio di Archimede? Come può essere applicato alla misura della densità di un corpo?
- 7) Che cosa si intende quando si parla di liquido ideale? Come si enuncia e in quali situazioni è valido il teorema di Bernoulli?
- 8) Si specifichi dal punto di vista energetico il significato dei tre termini che compaiono nel teorema di Bernoulli.
- 9) E' un fatto noto che, se il teorema di Bernoulli è valido, assegnati i valori che i termini di cui sopra assumono all'inizio di una tubazione è possibile prevedere i valori che gli stessi termini assumono all'altra estremità.

Sapete indicare quali di tali valori risultano alterati dalla presenza di effetti viscosi?
Quali leggi consentono di calcolare tali alterazioni in tubi di sezione costante?

- 10) Che cosa sapete dire dell'energia per unità di volume di un liquido in movimento? Quale è la differenza fra il caso dei liquidi ideali e quello dei liquidi reali?
- 11) Come viene definita la viscosità? Quali sono le sue unità di misura?
- 12) Si scriva la formula che esprime la legge di Poiseuille, indicando il significato delle variabili che vi compaiono. In quali condizioni è valida questa legge?
- 13) Quali regimi di moto dei fluidi conoscete e quali ne sono le caratteristiche?
- 14) In quali condizioni ha senso applicare il teorema di Bernoulli?
- 15) In quali condizioni può essere applicata la legge di Poiseuille?
- 16) Come è definito e quale utilità ha il numero di Reynolds?
- 17) Come è definita la resistenza idraulica di un condotto?

Idraulica e Fluidi - Esercizi

- 1) Un oggetto pesa 100 N in aria e 75 N in acqua. Quale è la densità media dei materiali che compongono l'oggetto?

$$\text{Ris.: } d = 4\text{ g/cm}^3$$

- 2) Un tubo cilindrico viene riempito con acqua mantenuta alla pressione assoluta di 1.4 atm .
 - a) Quale pressione assoluta (espressa in Pascal) viene esercitata dall'acqua sulla parete interna del tubo?
 - b) Se il tubo è immerso in aria alla pressione atmosferica, quanto vale la pressione trasmurale applicata alle pareti del tubo?

$$\text{Ris.: } a) P_{ass} = 1.4\text{ atm} = 1.42 \cdot 10^5\text{ Pa}; \quad b) P_{int} - P_{est} = 0.4\text{ atm}$$

- 3) Una data pressione è in grado di sostenere una colonna di 60 cm di acqua pura. La stessa pressione è in grado di sostenere una colonna di 55 cm di soluzione salina.
 - a) Qual è il valore della pressione assoluta?
 - b) Si calcoli la densità della soluzione salina
 - c) Quanti grammi di sale sono disciolti in un litro di soluzione?
 - d) Si calcoli la concentrazione della soluzione ($PM(NaCl) = 58$)

$$\text{Ris.: } a) P = 1.0718 \cdot 10^5\text{ Pa}; \quad b) d_{sol} = 1.091\text{ g/cm}^3; \quad c) m_s = 91\text{ g}, \quad d) C = 1.57\text{ mol/l}$$

- 4) Il raggio di un tubo in cui scorre acqua decresce da 2 cm a 1 cm . Se la velocità media nel tubo più largo vale 0.1 m/s , quanto vale nel tratto di tubo più piccolo? Quanto vale la portata nei due tratti di tubo?

$$\text{Ris.: } v = 0.4\text{ m/s}; \quad Q = 1.26 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3/\text{s}$$

- 5) Una ballerina di 55 kg sta eretta appoggiandosi sulla punta del piede. Se l'area di appoggio è di 10 cm^2 , quanto vale la pressione sull'area del pavimento che sta sotto il piede?

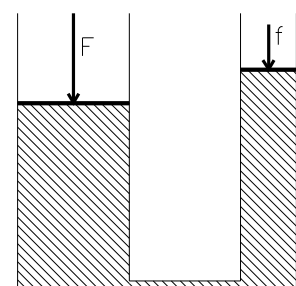
$$\text{Ris.: } P = 5.5\text{ atm}$$

- 6) La pressione sistolica del sangue in un paziente è di 220 mm Hg . Effettuare la conversione in a) Pascal, b) atmosfere, c) cm di acqua.

$$\text{Ris.: } P = 0.29\text{ atm} = 2.9 \cdot 10^4\text{ Pa} = 3000\text{ mm H}_2\text{O}$$

- 7) In un elevatore idraulico i diametri dei pistoni grande e piccolo sono rispettivamente di 15 cm e 4 cm .

- a) Quale forza deve essere applicata al pistone piccolo per sollevare un autocarro di 1 Ton sostenuto dal pistone grande?
- b) Se il pistone piccolo viene abbassato di 12 cm , di quanto si innalza il pistone grande?
- c) Quanto valgono il lavoro compiuto dal pistone piccolo e da quello grande?



Ris.: a) $F = 700 \text{ N}$; b) $h = 8.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; c) $L = 84 \text{ J}$

- 8) Al pistoncino di una siringa ipodermica di sezione 2.5 cm^2 viene applicata una forza di 4 N .
- Determinare la pressione (relativa) del fluido dentro la siringa
 - Il fluido scorre attraverso un ago ipodermico di sezione 0.008 cm^2 . Quale forza bisognerebbe applicare all'estremità dell'ago per impedire la fuoriuscita del fluido?
 - Qual'è la forza minima che bisogna applicare per iniettare il fluido entro una vena in cui la pressione del sangue è di 12 mm Hg ?

Ris.: a) $P = 1.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$; b) $F = 1.28 \cdot 10^{-2} \text{ N}$; c) $F_{\min} = 0.4 \text{ N}$

- 9) Calcolare la massa di un cilindro di alluminio lungo 10 cm e con un diametro di 4 cm (densità dell'alluminio: 2.7 g/cm^3).

Se la massa di un cilindro di tungsteno della stessa forma vale 1785 g , quanto vale la densità del tungsteno?

Ris.: $m = 340 \text{ g}$; $d = 14.1 \text{ g/cm}^3$

- 10) Un blocco di alluminio di massa 2 kg è sospeso dentro l'acqua per mezzo di una fune collegata ad un dinamometro. Cosa segna il dinamometro? (Densità dell'alluminio: 2.7 g/cm^3).

Ris.: $F = 12.3 \text{ N}$

- 11) Con quale accelerazione sale un blocco di legno ($d = 0.7 \text{ g/cm}^3$) lasciato sul fondo di un lago?

Ris.: $a = 4.2 \text{ m/s}^2$

- 12) Quale è la frazione di un iceberg che sta sotto la superficie dell'acqua? ($d_{\text{ghiaccio}} = 0.92 \text{ g/cm}^3$).

Ris.: $\sim 90\%$

- 13) In una diga si produce una falla in un punto a 4 m di profondità dalla superficie dell'acqua. Se l'area del foro è di 1.5 cm^2 , quale forza deve applicare un giovane olandese per impedire che l'acqua penetri attraverso la falla?

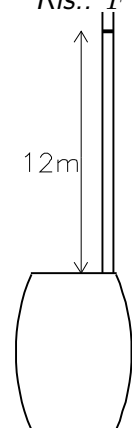
Ris.: $F = 5.9 \text{ N}$

- 14) Intorno al 1646 Pascal effettuò l'esperimento seguente: un tubo molto lungo (di sezione $3 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$) era collegato ad una botte da vino che aveva un coperchio di area 0.12 m^2 . Prima si riempiva di acqua la botte e poi si aggiungeva acqua entro il tubo finché la botte si rompeva. Questo accadeva quando l'acqua raggiungeva un'altezza di 12 m .

Un istante prima dello scoppio, quale era:

- il peso dell'acqua contenuta nel tubo?
- la pressione (relativa) dell'acqua sul coperchio della botte?
- la forza risultante sul coperchio?

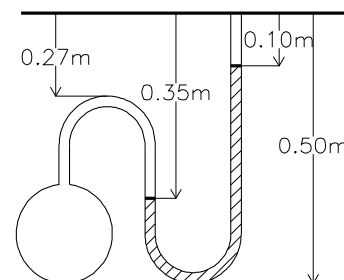
Ris.: a) $F_p = 3.5 \text{ N}$; b) $P = 1.18 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; c) $F = 1.4 \cdot 10^4 \text{ N}$



- 15) Un manometro a mercurio è collegato ad un recipiente come illustrato in figura.

Quanto vale la pressione (relativa) nel recipiente?

Ris.: $P = 250 \text{ mm Hg} = 3.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$



- 16) L'aorta umana ha un diametro di circa 2 cm , e la portata cardiaca è di circa 5 l/min .

- quale è la velocità media del sangue nell'aorta?
- se nel letto capillare ci sono circa $5 \cdot 10^9$ capillari aventi diametro medio di $8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$, quale è la velocità media del sangue nei capillari?

Ris.: a) $\bar{v}_{\text{aorta}} = 27 \text{ cm/s}$; b) $\bar{v}_{\text{cap}} = 0.33 \text{ mm/s}$

- 17) Un fluido di densità 1.5 g/cm^3 fluisce attraverso un condotto di raggio $r_1 = 1.5 \text{ cm}$ con una velocità $v_1 = 300 \text{ cm/s}$ e ad una pressione $P_1 = 900 \text{ mm Hg}$.
Se il condotto ha un prolungamento più stretto, di raggio 0.75 cm , che si trova 20 cm al di sopra del primo:
- quale è la velocità v_2 nel prolungamento?
 - quale è la pressione P_2 nel prolungamento?
- Ris.:* a) $v_2 = 12 \text{ m/s}$; b) $P_2 = 1.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$
- 18) Alla base di un contenitore molto grande contenente acqua fino ad un livello di 10 cm esiste un forellino del diametro di 0.5 mm .
- Quanto vale la velocità di fuoriuscita dell'acqua?
 - Quanto vale la portata del foro?
 - Quanto tempo è richiesto per la fuoriuscita di 1 l di acqua?
- Ris.:* a) $v = 1.4 \text{ m/s}$; b) $Q = 0.27 \text{ cm}^3/\text{s}$; c) $t = 1 \text{ ora}$
- 19) Supponendo valido il teorema di Bernoulli si stimi (si valuti in modo approssimato) la differenza di pressione tra il sangue che circola a livello del cuore e quello che circola a livello pelvico
- Per un individuo sdraiato
 - Per un individuo in piedi
- Ris.:* $P_{cuore} \simeq 90 \text{ mm Hg}$; a) $P_{pelv}(\text{sdraiato}) \simeq 90 \text{ mm Hg}$; b) $P_{pelv}(\text{in piedi}) \simeq 120 \text{ mm Hg}$
- 20) Una fontana è realizzata praticando un foro di diametro pari a 1 cm sulla faccia superiore di un recipiente contenente acqua mantenuta sotto pressione tramite una pompa.
- Si calcoli il valore della pressione minima richiesta perchè il getto possa raggiungere un'altezza pari a 5 m .
 - Si calcolino inoltre la velocità di fuoriuscita dell'acqua e la portata attraverso il foro.
- Ris.:* a) $P_{ass} = 1.5 \text{ atm}$; b) $v = 9.9 \text{ m/s}$, $Q = 0.78 \text{ l/s}$
- 21) Alla base di un contenitore cilindrico, contenente acqua per un'altezza pari a 1 m , è innestato un tubo cilindrico lungo 0.5 m (anch'esso pieno d'acqua), disposto in modo da formare un angolo di 45° con la verticale. Il contenitore è chiuso superiormente da un pistone scorrevole di area pari a 2 dm^2 , sul quale appoggia un peso di massa 25 kg , mentre l'estremità libera del tubo è chiusa da un tappo.
- Quanto valgono la pressione assoluta alla base del cilindro e all'estremità del tubo?
 - Ad un certo punto il tappo salta. Con quale velocità uscirebbe l'acqua se si potesse applicare il teorema di Bernoulli?
 - La velocità di fuoriuscita (tenendo conto della viscosità non nulla dell'acqua) sarà maggiore o minore del valore precedentemente calcolato?
- Ris.:* a) $P_{rel}^{fondo} = 2.2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $P_{rel}^{tappo} = 1.9 \cdot 10^4 \text{ Pa}$; b) $v = 6 \text{ m/s}$; c) minore
- 22) Una pompa P capace di creare una differenza di pressione tra i suoi estremi pari a 0.2 atm , fa circolare un fluido di viscosità pari a 0.02 poise in un circuito idraulico costituito da un tubo di lunghezza pari a 10 m e di raggio uguale a 0.2 cm .
- Quanta energia cede la pompa ad ogni cm^3 di fluido che lo attraversa?
 - Quanto varrebbe la portata complessiva nel tubo se il moto fosse laminare?
 - Quanto varrebbe la velocità media del fluido nella stessa ipotesi?
 - Il moto è laminare o turbolento?
- Ris.:* a) $E = 2 \cdot 10^{-2} \text{ J/cm}^3$; b) $Q = 6.3 \text{ cm}^3/\text{s}$; c) $v = 47 \text{ cm/s}$; d) laminare ($\mathcal{R} = 470$)
- 23) Una siringa (contenente acqua) ha un pistone di 2 cm^2 e ha un ago di raggio 0.1 mm lungo 5 cm . Al pistone viene applicata una forza pari a 8 N .
- Quanto vale la pressione assoluta all'interno della siringa?
 - Se si assume che il liquido sia ideale, la pressione è la stessa in ogni punto dell'ago ed uguale alla pressione esterna: perchè?

- c) Quanto varrebbe la velocità di fuoriuscita del liquido (trascurando la velocità del pistone rispetto alla velocità di fuoriuscita del liquido), nell'ipotesi che il fluido sia ideale?
 d) Se invece il liquido non è ideale ma ha viscosità $10^{-3} SI$, quanto valgono in questa ipotesi la portata dell'ago e la velocità del liquido nell'ago?
 e) Il moto sarà laminare?

Ris.: a) $P = 1.4 atm$; c) $v = 8.9 m/s$; d) $Q = 0.0314 cm^3/s$, $v = 1 m/s$; e) Sì ($R = 100$)

- 24) Un'arteria ha un raggio interno di $2 mm$. La viscosità del sangue è circa $2 \cdot 10^{-3} Pa s$. L'arteria è orizzontale e la velocità del sangue è pari a $3 cm/s$.

- a) Calcolare la portata dell'arteria (in ℓ/min)
 b) Il flusso è laminare?
 c) Quanto vale la caduta di pressione su un tratto di vaso lungo $10 cm$?
 d) Calcolare la velocità massima del sangue e la portata massima dell'arteria

Ris.: a) $Q = 2.2 \cdot 10^{-2} \ell/min$; b) laminare ($R = 30$); c) $\Delta P = 0.09 mmHg$; d) $v_{max} = 1 m/s$,
 $Q_{max} = 0.76 \ell/min$

- 25) Una pompa aspira da una vasca 31.4ℓ di acqua al secondo e la immette, attraverso una tubatura avente un raggio di $6 cm$ in una seconda vasca posta a $3 m$ di altezza rispetto alla prima.

- a) Con quale velocità l'acqua effluisce dalla tubatura?
 b) Se si potessero trascurare completamente le perdite di energia dovute a viscosità, attriti etc., quale sarebbe la potenza meccanica necessaria per far funzionare la pompa?
 c) Il moto dell'acqua nella tubatura è laminare o turbolento? (viscosità dell'acqua: $\eta = 10 \text{ millipoise}$)
 d) Quale sarà invece la potenza necessaria se il rendimento del sistema è del 60%?

Ris.: a) $v = 2.78 m/s$; b) $P = 1.04 kW$; c) turbolento; d) $P = 1.74 kW$

- 26) Alla base di un grande recipiente è innestato un tubicino lungo $10 cm$ e di diametro pari ad $1 mm$. Il liquido contenuto nel recipiente ha densità uguale a quella dell'acqua e viscosità $1.2 \cdot 10^{-3} SI$.

- a) Quanto vale la pressione assoluta alla base del recipiente se l'altezza del liquido è di $10 cm$?
 b) Quanto vale la differenza di pressione ai capi del tubicino (trascurando la caduta di pressione dovuta alla velocità dell'acqua nel tubicino)?
 c) Quanto vale la portata nel tubicino e la velocità del liquido in esso?
 d) E' corretto approssimare la pressione all'imbocco del tubicino uguale a quella sul fondo del recipiente?

Ris.: a) $P = 1.0228 atm$; b) $\Delta P = 980 Pa$; c) $Q = 0.2 cm^3/s$, $v = 0.25 m/s$; d) sì

- 27) Un tubo avente diametro pari a $2 cm$ e lunghezza pari a $1000 m$ trasporta l'acqua di una chiusa di montagna $500 m$ più in basso. Dal tubo effluiscono 60ℓ di acqua al minuto.

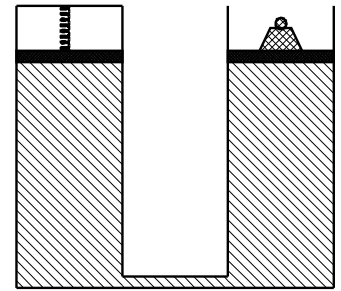
- a) Quanto vale la portata del tubo espressa in unità del SI?
 b) Con quale velocità media l'acqua esce dal tubo?
 c) Con quale velocità media uscirebbe l'acqua dal tubo se il liquido fosse ideale (cioè se non venisse dissipata alcuna energia per effetto della viscosità)?
 d) Quanti kg di acqua escono dal tubo in $1 s$?
 e) Quanta energia viene dissipata ogni secondo per effetto della viscosità?
 f) Il moto dell'acqua nel condotto è laminare o turbolento?

Ris.: a) $Q = 10^{-3} m^3/s$; b) $V = 3.2 m/s$; c) $V' = 100 m/s$; d) $m = 1 kg/s$; e) $E = 5 kW$;
 f) Turbolento.

- 28) Due cilindri con asse verticale e di uguale sezione $S = 1 dm^2$ sono chiusi superiormente da due pistoni a tenuta scorrevoli senza attrito e di peso trascurabile. I due cilindri sono collegati fra loro da un tubicino di diametro $1 mm$ lungo $30 cm$. All'inizio sul pistone di destra è appoggiata una massa di $2 kg$, mentre il pistone di sinistra preme contro una molla.

In questa situazione entrambi i cilindri contengono acqua fino a 1.5 m e il sistema è in equilibrio.

- quanto valgono la pressione assoluta e quella transmurale alla base dei due recipienti?
- Se improvvisamente si toglie la molla contro cui preme il pistone di sinistra, quanto vale la differenza di pressione ai capi del tubicino subito dopo?
- Quanto vale la portata nel tubicino in questa situazione? (viscosità 10^{-3} Pa s)
- Quale sarà il dislivello finale fra i due cilindri all'equilibrio?



Ris.: a) $P_t = 1.67 \cdot 10^4\text{ Pa}$, $P_a = 1.167 \cdot 10^5\text{ Pa}$; b) $\Delta P = 1.96 \cdot 10^3\text{ Pa}$; c) $Q = 0.16\text{ cm}^3/\text{s}$; d) $\Delta h = 0.2\text{ m}$

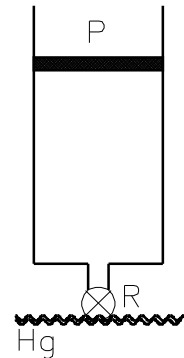
Idraulica e Fluidi - Altri esercizi

- 1) Un tubo cilindrico verticale di sezione pari a 5 cm^2 è chiuso inferiormente da un rubinetto R e superiormente da un pistone scorrevole (a tenuta) entro il tubo (vedi figura). Il pistone, inizialmente a contatto con il fondo del tubo, viene fatto scorrere fino ad un'altezza $h_1 = 40\text{ cm}$ (mantenendo il rubinetto chiuso).

- Quanto vale la pressione transmurale che agisce sul pistone?
- Quale forza occorre applicare al pistone per mantenerlo in tale posizione?
- Quanto vale il lavoro effettuato da tale forza durante lo spostamento del pistone?

Il rubinetto che inizialmente chiudeva inferiormente il tubo viene successivamente immerso (in modo che peschi appena) in una grossa vasca contenente mercurio $d = 13.6\text{ g/cm}^3$) e quindi aperto.

- Che cosa si può dire del livello a cui sale il mercurio dentro al tubo se si mantiene il pistone all'altezza $h_1 = 40\text{ cm}$?
- Quanto vale la pressione esercitata dal mercurio sul pistone e quanto la forza da applicare ad esso per mantenerlo in tale posizione?
- Quanto valgono rispettivamente il livello del liquido nel tubo e la forza da applicare al pistone se lo si porta ad un'altezza $h_2 = 1\text{ m}$



Ris.: $P = P_o - dgh$; a) $P = 1\text{ atm}$; b) $F = 50\text{ N}$; c) $L = 20\text{ J}$; d) $h_{Hg} = 40\text{ cm}$; e) $P_{Hg} = 5.3 \cdot 10^4\text{ Pa}$, $F = 23.5\text{ N}$; f) $h_{hg} = 760\text{ mm}$, $F = 50\text{ N}$

- 2) E' noto che, quando si apre un rubinetto, il getto d'acqua che ne fuoriesce non ha sezione costante: all'imboccatura del rubinetto la sua sezione è pari a quella interna del rubinetto, poi si restringe gradualmente man mano che scende verso il basso. L'effetto è tanto più notevole quanto più piccola è la velocità di fuoriscita dell'acqua. Sapreste spiegare questo fenomeno in base alle leggi che regolano la dinamica di fluidi?

Un rubinetto posto ad un'altezza di 30 cm dal fondo del lavello, ha un diametro interno di 20 mm . Dal rubinetto fuoriesce acqua con una portata di 6 l/min .

- Quanto vale la velocità del liquido che fuoriesce dal rubinetto?
- Quanto vale la velocità dell'acqua poco prima di toccare il fondo del lavello?
- Quanto vale la sezione del getto d'acqua poco prima di toccare il fondo del lavello?

Suggerimento: considerare che il getto d'acqua scorra in un tubo di sezione variabile.

Ris.: a) $v_i = 0.32\text{ m/s}$; b) $v_f = 2.4\text{ m/s}$; c) $S = 0.42\text{ cm}^2$

- 3) Un tubo di gomma, di quelli usati in giardino, ha un diametro interno di 2 cm ed è collegato ad un rubinetto da cui fuoriescono 20 l di acqua al minuto. L'estremità del tubo viene tenuta orizzontale, così che l'acqua fuoriesca con velocità iniziale parallela al terreno.

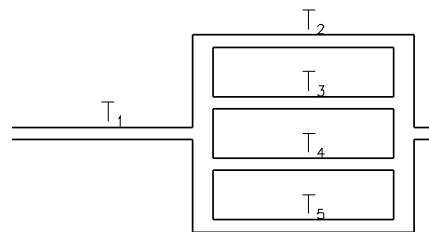
- Quanto vale la velocità di fuoriuscita dell'acqua?

- b) Se l'estremità del tubo è tenuta orizzontale ad un'altezza di 1 m da terra, a quale distanza cadrà il getto d'acqua?
- c) Se si restringe l'estremità del tubo fino a ridurne la sezione del 50%, di quanto aumenta le velocità di fuoriuscita dell'acqua?
- d) A quale distanza cadrà il getto d'acqua in questo caso?

Ris.: a) $v_x = 1.06 \text{ m/s}$; b) $d = 0.48 \text{ m}$; c) raddoppia; d) $d' = 0.96 \text{ m}$

- 4) Una pompa P capace di creare una differenza di pressione tra i suoi estremi pari a 0.2 atm , fa circolare un fluido di viscosità pari a 0.02 poise in un circuito idraulico costituito da cinque tubi uguali di lunghezza pari a 10 m e raggio 0.2 cm collegati fra loro come indicato in figura.

- a) Quale caduta di pressione si avrà ai capi del tubo T_1 ?
- b) Quanto vale la portata complessiva del circuito idraulico?
- c) Il moto nel tubo T_1 è laminare o turbolento?
- d) Quale potenza viene spesa dalla pompa per far circolare il fluido?



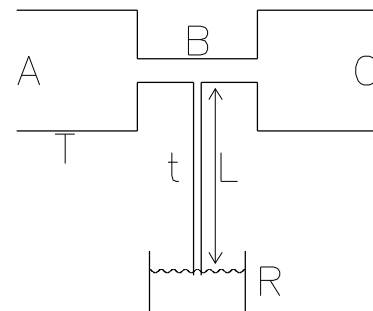
Ris.: a) $\Delta P_1 = 0.16 \text{ atm}$; b) $Q = 5.1 \text{ cm}^3/\text{s}$; c) Laminare ($v = 41 \text{ cm/s}$, $\mathcal{R} = 410$) d) 0.1 W

- 5) Un tubo orizzontale T avente diametro di 1 cm , attraversato da una portata di $9.4 \text{ cm}^3/\text{s}$, si restringe per un breve tratto nella sua parte terminale fino ad un diametro di 2 mm . Il tubo all'estremo C è aperto e in contatto con l'atmosfera.

- a) Assumendo che in C la pressione assoluta coincida con quella atmosferica e trascurando gli effetti di viscosità dell'acqua, si calcoli la pressione assoluta e la pressione trasmurale in B

Nel punto B è innestato un tubicino sottile (diametro 0.2 mm) che pesca in un recipiente R pieno d'olio (densità 0.7 g/cm^3).

- b) Qual è il massimo valore della lunghezza L che consente di aspirare liquido da R ?
- c) Quanto liquido viene aspirato in un secondo se $L = 20 \text{ cm}$ e la viscosità dell'olio vale $4 \cdot 10^{-3} \text{ SI}$?



Ris.: a) $P_{ass}^B = 0.955 \text{ atm}$, $P_t^B = -4500 \text{ Pa}$; b) $L_{max} = 66 \text{ cm}$; c) $Q = 1.53 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^3/\text{s}$

- 6) Sul fondo di una vasca cilindrica contenente acqua ($\eta = 10 \text{ millipoise}$), di diametro pari a 1 m è innestato un tubo orizzontale lungo 1 m e di diametro pari a 2 mm .

- a) Qual è la velocità massima che il liquido può assumere prima che il moto diventi turbolento?
- b) Quale sarà la corrispondente portata Q_m ?
- c) Come può essere utilizzata la legge di Poiseuille per calcolare la differenza di pressione ai capi del tubo?
- d) Quanto vale tale differenza se la portata vale proprio Q_m ?
- e) Quanto vale il livello dell'acqua nel serbatoio e quanto la sua velocità di discesa?

Ris.: a) $v_{max} = 1 \text{ m/s}$; b) $Q = 3.14 \text{ cm}^3/\text{s}$; d) $\Delta P = 8 \cdot 10^3 \text{ Pa}$; e) $h = 86 \text{ cm}$ (applicando il teorema di Bernoulli all'imbocco del tubo), $v = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mm/s}$

Diffusione e membrane - Domande

- 1) Quale è la definizione e quale l'unità di misura della concentrazione di un soluto?
- 2) Quale è la definizione e quale l'unità di misura del flusso di soluto?
- 3) Come si enuncia e quando è applicabile la legge di Fick per la diffusione libera dei soluti?
- 4) Cosa è e da quali grandezze dipende il flusso avveffivo?

- 5) Quali leggi regolano il flusso di soluto attraverso le membrane permeabili?
- 6) Quali meccanismi determinano la permeabilità di una membrana?
- 7) Scrivere la definizione di permeabilità e la sua unità di misura nel sistema *SI*.
- 8) Volendo misurare sperimentalmente la permeabilità di una data membrana, in quali condizioni sperimentali bisogna porsi? Quali grandezze occorre misurare?
- 9) Come è definito il coefficiente di filtrazione idraulico?
- 10) Quali leggi regolano il flusso attraverso le membrane semipermeabili?
- 11) In che cosa consiste il fenomeno dell'osmosi? Quando si verifica? Quali sono le sue leggi?
- 12) In che cosa consiste il potenziale elettrochimico di una soluzione? Quale ne è l'unità di misura?
- 13) Qual è il significato energetico dei vari termini che compaiono nell'espressione del potenziale elettrochimico?
- 14) Si spieghi per quale motivo partendo dalla nozione di potenziale chimico, è facile arrivare all'equazione di Nernst
- 15) Quali sono le condizioni di applicabilità della legge di Nernst e perchè è importante in biologia?

Diffusione e membrane - Esercizi

- 1) Due grossi recipienti uguali, aventi ciascuno un volume di 20ℓ sono completamente riempiti rispettivamente con acqua pura (a destra) e con soluzione 0.2 molare di glucosio (a sinistra).
I due recipienti sono collegati alla base da un tubicino lungo 50 cm di diametro 10 mm .
Il coefficiente di diffusione del glucosio in acqua a temperatura ambiente vale $3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$.
Assumendo che le concentrazioni nei due recipienti non cambino molto nell'arco di 24 ore, calcolare:
 - a) Il valore del flusso di glucosio nel tubicino
 - b) Quante moli fluiscono complessivamente dal recipiente di sinistra a quello di destra in 24 ore
 - c) E' stato giusto assumere che le concentrazioni nei due grandi recipienti cambino di molto poco durante l'esperimento?

Ris.: a) $J_s = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ moli}/\text{cm}^2\text{s}$; b) $n_s = 8.1 \cdot 10^{-7} \text{ moli}$; c) si

- 2) La legge di Fick ($J_s = -D \frac{dC}{dx}$) per la diffusione libera di un soluto lungo un dato asse (asse x), vale solo in certe situazioni. Quali?
Se la concentrazione del soluto in un dato punto di coordinata x_o vale C_o , con quale legge matematica deve variare la concentrazione del soluto lungo l'asse x , affinché il flusso di soluto J_s sia costante in ogni punto?

*Ris.: $J = -D \frac{dC}{dx}$; per avere $J = \text{cost}$ deve essere $\frac{dC}{dx} = \text{cost}$ ossia $C(x) = C_o + A \cdot x$
(dipendenza lineare).*

- 3) Un tubicino di diametro uguale a 6 mm riversa, in un recipiente sottostante, 24 cc ogni minuto primo di una soluzione 0.1 molare di alcool in acqua.
 - a) Quanto vale la portata del tubo?
 - b) Quanto vale la velocità media nel tubo?
 - c) Quale è il valore del flusso avvevivo di alcool che ha luogo nel tubicino?

Ris.: a) $Q = 4 \cdot 10^{-4} \ell/\text{s}$; b) $v = 1.4 \text{ cm}/\text{s}$; c) $J_{avv} = 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ moli}/\text{cm}^2\text{s}$

- 4) Due recipienti R_1 ed R_2 contengono due soluzioni di acqua e zucchero ($PM = 180$) aventi rispettivamente volumi di 2 e 8ℓ . Due pistoni bloccano il volume dei due recipienti ed il flusso d'acqua è perciò impedito. Nella prima soluzione sono disciolti 36 g di zucchero, nella seconda 72 g . I due recipienti sono collegati fra loro da un tubo lungo 20 cm .
 - a) Si calcolino le concentrazioni iniziali dei due recipienti.
 - b) Si dica se il flusso di soluto fra un recipiente e l'altro avviene da R_1 a R_2 o viceversa.

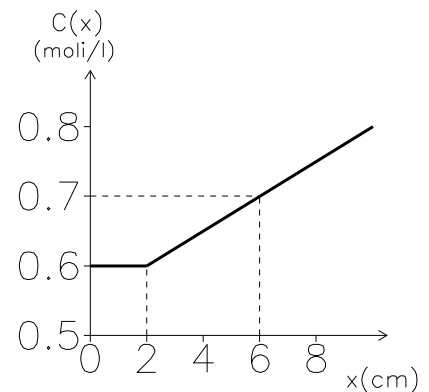
- c) Si calcoli il valore iniziale del flusso di soluto sapendo che il coefficiente di diffusione pertinente vale $D = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$.
- d) Si calcoli il valore della concentrazione comune finale nei due recipienti dopo che il processo diffusivo ne ha equalizzato le concentrazioni.

Ris.: a) $C_1 = 0.1 \text{ mol/l}$, $C_2 = 0.05 \text{ mol/l}$; b) da R_1 a R_2 ; c) $J_s = 2.5 \cdot 10^{-7} \text{ mol/m}^2\text{s}$; d) $C_f = 0.06 \text{ mol/l}$

- 5) In un tubo è contenuta una soluzione acquosa. Assumendo che l'asse x coincida con l'asse del tubo, la concentrazione del soluto ad un certo istante dipende solo da x e varia al variare di x nel modo indicato in figura.

Il solvente è fermo e le uniche forze attive sono le forze diffusive.

- La situazione indicata è di equilibrio? (Spiegare)
- Il flusso di soluto è maggiore nel punto $x_0 = 1 \text{ cm}$ oppure in $x_1 = 5 \text{ cm}$? (Spiegare)
- Quanto vale la derivata della funzione $C(x)$ nel punto x_1 ?
- Quanto vale il flusso di soluto J_s nello stesso punto se il coefficiente di diffusione vale $D = 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{s}$?
- Il flusso ora calcolato porta ad un aumento o ad una diminuzione dell'energia da potenziale chimico della soluzione? (Spiegare)



Ris.: a) No, la concentrazione non è costante; b) $J_s(x = 1 \text{ cm}) = 0$ perché in quel punto $\frac{dC}{dx} = 0$, mentre $|J_s(x = 5 \text{ cm})| > 0$ perché in quel punto $\frac{dC}{dx} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ mol/cm}^4$; c) $J_s(x = 5 \text{ cm}) = -2.5 \cdot 10^{-12} \text{ mol/cm}^2\text{s}$; d) diminuisce

- 6) Una membrana di superficie pari a 0.6 cm^2 è attraversata da 0.56 mg di ioni Na^+ ogni 15 s .
- Si calcoli il valore del flusso di Na^+ attraverso la membrana.
 - Si calcoli la differenza di concentrazione ai capi della membrana sapendo che la permeabilità di quest'ultima vale 0.5 cm/s

Ris.: a) $J_s = 2.7 \cdot 10^{-6} \text{ mol/cm}^2\text{s}$; b) $\Delta C = 5.4 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l}$

- 7) Una membrana divide due recipienti in cui sono contenute due soluzioni, una a concentrazione $C_1 = 0.001 \text{ mol/l}$, l'altra a concentrazione $C_2 = 0.003 \text{ mol/l}$. In queste condizioni si osserva un certo flusso di soluto J_s .

- Per quale valore della concentrazione C_2 si avrebbe un valore di flusso triplo di quello precedente?
- Se nelle condizioni prima indicate ogni cm^2 di membrana viene attraversato da 10^{-3} mol di soluto ogni 10 s , quanto valgono il flusso di soluto J_s e la permeabilità della membrana?

Ris.: a) $C_2'' = 7 \cdot 10^{-3} \text{ mol/l}$; b) $J_s' = 10^{-4} \text{ mol/cm}^2\text{s}$, $P = 0.5 \text{ m/s}$

- 8) Un recipiente A contenente due litri di soluzione di glucosio è separato mediante una membrana permeabile (con permeabilità $5 \cdot 10^{-6} \text{ cm/s}$ e area 20 cm^2) da un recipiente B contenente due litri di acqua pura. Dopo 30 minuti la concentrazione di glucosio in B è pari a $5 \cdot 10^{-5} \text{ mol/l}$.

- Quanto vale il flusso di soluto?
- Quanto vale la concentrazione iniziale della soluzione in A ?
- Di quanto è variata in percentuale la concentrazione in A ?

Ris.: a) $J_s = 2.8 \cdot 10^{-9} \text{ mol/cm}^2\text{s}$; b) $C_A = 0.6 \text{ mol/l}$ c) $\Delta C/C \sim 0.01\%$

- 9) Attraverso una membrana di area 8 cm^2 fluiscono 3.6 g di zucchero ($PM = 180$) ogni 20 s .

- Quante moli di zucchero passano per secondo?
- Qual è il valore del flusso di soluto attraverso la membrana?
- Quale altro dato occorrerebbe conoscere per ricavare il valore della permeabilità della membrana?

Ris.: a) $n_s(1 \text{ s}) = 1 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$; b) $J_s = 1.25 \text{ mol/m}^2\text{s}$; c) Differenza di concentrazione

- 10)** Due recipienti uguali contengono rispettivamente una soluzione 0.02 molare di saccarosio ed una soluzione 0.01 molare di glucosio. I due recipienti sono collegati alla base da un tubicino lungo 10 cm di sezione 2 cm^2 . Sapendo che il coefficiente di diffusione del saccarosio vale $5.2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$ e che quello del glucosio vale $6.7 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$, calcolare:
- Quanto valgono i flussi iniziali di glucosio e di saccarosio?
 - Quante moli di saccarosio e di glucosio saranno passate da un recipiente all'altro dopo tre ore (assumendo che le concentrazioni rimangano costanti)?
 - Quale concentrazione si avrà all'equilibrio?
- Ris.:* a) $J_s^{\text{sacc}} = 10.2 \cdot 10^{-12} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$, $J_s^{\text{gluc}} = 6.7 \cdot 10^{-12} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$; b) $N_s^{\text{sacc}} = 2.25 \cdot 10^{-7} \text{ moli}$, $N_s^{\text{gluc}} = 1.4 \cdot 10^{-7} \text{ moli}$; c) $0.01 \text{ moli}/\ell$ di saccarosio e $0.005 \text{ moli}/\ell$ di glucosio
- 11)** Una membrana \mathcal{M} permeabile al glucosio collega due recipienti che contengono rispettivamente una concentrazione $C_1 = 0.4 \text{ molare}$ e $C_2 = 0.7 \text{ molare}$ di glucosio. In queste condizioni il flusso di glucosio attraverso la membrana ha un valore $J = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$.
- Quanto vale la permeabilità della membrana?
 - Quale nuovo valore occorre dare a C_1 perchè il flusso di glucosio attraverso \mathcal{M} raddoppi?
- Ris.:* a) $P = 5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}/\text{s}$; b) $C_1' = 0.1 \text{ molare}$
- 12)** Una membrana porosa avente superficie 4 mm^2 separa due recipienti contenenti due soluzioni rispettivamente 10^{-3} e $5 \cdot 10^{-3} \text{ molar}$ di un soluto. I pori della membrana sono molto più grandi delle molecole di soluto. Misure appropriate indicano che in un'ora si ha un passaggio di 10^{-5} moli di soluto attraverso la membrana.
- Quanto vale il flusso di soluto?
 - Se la superficie totale occupata dai pori della membrana è 0.8 mm^2 e lo spessore della membrana è 0.01 mm , quanto vale il coefficiente di diffusione di quel soluto in acqua?
- Ris.:* a) $J_s = 6.9 \cdot 10^{-8} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$; b) $P = 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}/\text{s}$, $D = 8.9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
- 13)** Un tubo orizzontale è diviso in due sezioni da una membrana \mathcal{M} di area 8 mm^2 . La membrana è perfettamente permeabile allo zucchero e la sua permeabilità vale $10^{-6} \text{ cm}/\text{s}$. Il coefficiente di filtrazione idraulico della membrana vale $2 \cdot 10^{-5} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s atm}$. Inizialmente a destra della membrana c'è una soluzione di acqua e zucchero di concentrazione 0.04 molare e a sinistra c'è acqua pura.
- Se i due pistoni che chiudono il tubo vengono tenuti fermi, quale fenomeno avviene?
 - Quanto vale il flusso iniziale di zucchero?
 - Quanti grammi di zucchero attraversano la membrana in 1 minuto primo?
 - Se si sbloccano i pistoni e si applica una sovrappressione di 0.3 atm a quello di destra, quanto vale il flusso di acqua attraverso la membrana?
 - In questa situazione cosa si può dire del flusso di soluto: aumenta diminuisce o rimane invariato? Si spieghi in dettaglio e poi lo si calcoli.
- Ris.:* a) Diffusione libera; b) $J_s = 4 \cdot 10^{-11} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$; c) $m = 3.46 \cdot 10^{-8} \text{ g}$; d) $J_a = 6 \cdot 10^{-6} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$; e) $J_s = 2.2 \cdot 10^{-9} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$
- 14)** Una membrana artificiale di 0.1 mm separa due recipienti molto grandi che contengono una soluzione di glucosio ($PM = 180$). Nella soluzione I, a sinistra, ci sono 10 g di glucosio in un litro di soluzione, mentre nella soluzione II, a destra, ci sono 5 g di glucosio in un litro di soluzione. L'area totale membrana è di 0.5 cm^2 e i pori grandi della membrana sono il 20% dell'area totale. Si applica una pressione per rendere nullo il flusso dell'acqua.
- Se $D = 0.3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$, quale è il flusso attraverso la membrana (in termini di cm^2 di membrana al secondo)?
 - Quante moli di glucosio fluiscono attraverso la membrana per secondo?
- Ris.:* a) $J_s = 1.67 \cdot 10^{-9} \text{ moli}/\text{cm}^2 \text{ s}$; b) $n_s(1 \text{ s}) = 8.3 \cdot 10^{-10} \text{ moli}$

- 15) Un cilindro C verticale chiuso in fondo da una membrana semipermeabile ad una data proteina P , è riempito di acqua fino ad un metro di altezza ed è immerso per un tratto di 20 cm in un grande recipiente R che contiene anche esso acqua.

Sia il tubo che il recipiente sono aperti ed in contatto con l'atmosfera.

- a) Quanto vale la pressione assoluta sulla faccia superiore della membrana? Quanto sulla faccia inferiore? E quanto vale la differenza di pressione ai capi della membrana?

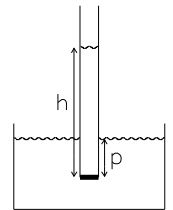
- b) In quale direzione si ha flusso di acqua?

Si vuole dimezzare il flusso di acqua attraverso la membrana aggiungendo una opportuna quantità di proteina P ad uno dei due recipienti:

- c) in quale recipiente va versata la proteina?

- d) Quanto deve valere la pressione osmotica della soluzione che così si forma?

Ris.: a) $P_C = 1.1 \cdot 10^5\text{ Pa}$, $P_R = 1.02 \cdot 10^5\text{ Pa}$, $\Delta P = 0.08 \cdot 10^5\text{ Pa}$; b) Da C ad R ; c) A C ; d) $\Pi_s = 0.04 \cdot 10^5\text{ Pa}$



- 16) Una soluzione di concentrazione 0.2 mol/l , alla temperatura di 17°C , è separata, mediante una membrana semipermeabile, da acqua pura.

- a) Quale pressione va applicata per non avere flusso osmotico?

- b) A quale recipiente va applicata tale pressione?

- c) Quanto vale il coefficiente di filtrazione idraulico della membrana, se senza applicare nessuna pressione idrostatica, si osserva un flusso d'acqua attraverso la membrana pari a $J_a = 10^{-5}\text{ mol/cm}^2\text{ s}$?

Ris.: a) $P = 4.76\text{ atm}$; b) al recipiente contenente la soluzione; c) $L_p = 2.1 \cdot 10^{-7}\text{ mol/N s}$

- 17) Un tubo cilindrico orizzontale T è diviso in due parti da un setto su cui è montata una membrana semipermeabile ad una certa specie di proteine aventi peso molecolare 12000. A destra della membrana si trova un volume $V_1 = 0.1$ di soluzione 0.01 molare di quel tipo di proteine. A sinistra della membrana si trova invece acqua pura. Tutto il sistema si trova alla temperatura di 27°C .

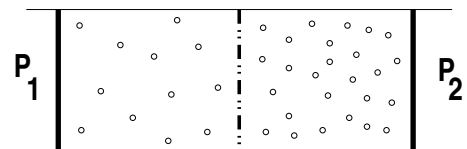
- a) Quanti grammi di proteina sono contenuti nella soluzione?

- b) Quale differenza di pressione osmotica esiste fra i due capi della membrana?

- c) Se attraverso la membrana di area 2 cm^2 fluiscono $1.2 \cdot 10^{-4}\text{ mol}$ di acqua al minuto, quanto vale il coefficiente di filtrazione idraulico della membrana?

Ris.: a) $m = 12\text{ g}$; b) $\Delta P = 0.24\text{ atm}$; c) $L_p = 4 \cdot 10^{-7}\text{ mol/N s}$

- 18) Il cilindro indicato in figura è diviso a metà da una membrana M semipermeabile al glucosio. A sinistra e a destra della membrana, delimitate da due pistoni mobili senza attrito, si trovano due soluzioni di glucosio di concentrazione C_1 e C_2 inizialmente di uguale volume. La concentrazione C_2 (a destra) è maggiore della concentrazione C_1 (a sinistra).



- a) Se il sistema viene abbandonato a se stesso, completamente libero di evolvere spontaneamente, in quale direzione si spostano i pistoni?

- b) Se il sistema raggiunge una situazione di equilibrio finale in cui la distanza di uno dei due pistoni dalla membrana è doppia della distanza fra la membrana e l'altro pistone, quale era il rapporto $r = C_2/C_1$ fra le concentrazioni iniziali di glucosio?

Ris.: a) Verso destra; b) $r = 2$

- 19) Due tubi verticali affiancati, superiormente comunicanti con l'atmosfera, sono uniti inferiormente da un brevissimo tratto orizzontale di tubo ove è posta una membrana M semipermeabile ad una data sostanza S . Entrambi i rami del sistema contengono una soluzione acquosa della sostanza S alla temperatura di 17°C .

Il sistema risulta essere in completo equilibrio, se, quando la soluzione posta nel ramo di destra raggiunge un'altezza di 140 cm , quella posta nel ramo di sinistra raggiunge un'altezza di 260 cm .

- a) Quale differenza di pressione idraulica esiste in quella situazione ai capi della membrana? (Si assuma che la densità delle soluzioni non sia significativamente diversa da quella dell'acqua).
 b) Quale la differenza di pressione osmotica?
 c) Ha maggiore concentrazione la soluzione di destra o di sinistra?
 d) Quanto vale la differenza di concentrazione fra le due soluzioni?

Ris.: a) $\Delta P_{idr} = 12 \cdot 10^3 Pa$; b) $\Delta \Pi_s = 12 \cdot 10^3 Pa$; c) *Quella di sinistra*; d) $\Delta C = 5 \cdot 10^{-3} mol/l$

- 20)** Un tubo ad "U" è diviso in due compartimenti da una membrana semipermeabile allo zucchero il cui coefficiente di filtrazione idraulico vale $L_p = 10^{-2} mol/N s$.

Inizialmente il ramo di destra è riempito con acqua pura fino ad un livello di $10 cm$ mentre il ramo di sinistra è riempito (sempre con acqua pura) fino ad un livello di $70 cm$. Il sistema si trova alla temperatura di $27^\circ C$.

- a) Quanto vale la differenza di pressione idraulica ai lati della membrana?
 b) Quanto vale il flusso iniziale di acqua attraverso la membrana (in valore e direzione)?
 c) Quanti grammi di acqua attraversano ciascun cm^2 di membrana in un secondo?
 d) Se nel ramo di sinistra si pone invece una soluzione di acqua e zucchero a concentrazione $3.5 \cdot 10^{-3} mol/l$, quanto vale in questo caso la differenza di pressione idraulica e quella osmotica?
 e) Quanto vale il flusso iniziale di acqua (in valore e direzione) nelle nuove condizioni?

Ris.: a) $\Delta P = 5880 Pa$; b) $J_a = 5.88 \cdot 10^{-3} mol/cm^2 s$, da sinistra a destra; c) $0.1 g$; d) $\Delta \Pi_s = 8750 Pa$, $\Delta P = 5880 Pa$; e) $J_a = 2.8 \cdot 10^{-3} mol/cm^2 s$ da destra a sinistra

- 21)** Un tubo ad U è diviso in due parti da una membrana M di area pari a $0.5 cm^2$. Entrambi i rami contengono acqua pura fino ad un livello rispettivamente di $h_1 = 1.5 m$ e $h_2 = 70 cm$. In queste condizioni attraverso M fluiscono $0.5 g$ di acqua ogni $1000 s$.

- a) Quanto vale il flusso di acqua attraverso M ?
 b) Quanto vale la differenza di pressione ai capi della membrana?
 c) Quanto vale il coefficiente di filtrazione idraulico della membrana?

Ris.: a) $J_a = 5.56 \cdot 10^{-1} mol/m^2 s$; b) $\Delta P = 7840 Pa$; c) $L_p = 7.1 \cdot 10^{-5} mol/N s$

- 22)** Un recipiente A contenente $2 l$ di soluzione $0.01 molare$ di glucosio in acqua, è separato da un recipiente B , contenente una soluzione $0.03 molare$ di glicerolo in acqua, da una membrana semipermeabile sia al glucosio che al glicerolo.

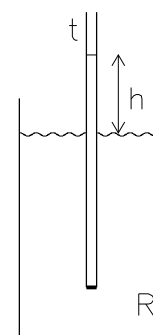
- a) Se fra i due recipienti non c'è differenza di pressione, verso quale recipiente si ha flusso di acqua?
 b) A $27^\circ C$ quale differenza di pressione idraulica deve essere applicata fra i due recipienti perchè non vi sia passaggio di acqua attraverso la membrana?
 c) A quale recipiente va applicata la pressione maggiore?
 d) In alternativa, quanti grammi di zucchero ($PM = 180$) occorre aggiungere al recipiente A per arrestare il flusso d'acqua?

Ris.: a) *Verso B*; b) $\Delta P = 0.49 atm$; c) *Al recipiente B*; d) $m = 7.2 g$

- 23)** Un tubicino avente sezione $S = 1 cm^2$ è chiuso inferiormente da una membrana semipermeabile e la sua estremità è immersa fino ad una profondità di $35 cm$ in un grosso recipiente contenente acqua pura.

Nel tubicino vengono versati $50 cm^3$ di soluzione $10^{-3} molare$ di glucosio. La temperatura iniziale è di $37^\circ C$.

- a) Quanto vale il livello iniziale della soluzione nel tubicino?
 b) Quanto valgono inizialmente la differenza di pressione idraulica ed osmotica ai capi della membrana?
 c) Il sistema è in equilibrio? Quale direzione avrà il flusso di acqua attraverso la membrana?
 d) A quale profondità dovrebbe essere immersa l' estremità del del tubicino perchè il flusso di acqua si arresti?



Ris.: a) $\Delta h = 15 cm$; b) $\Delta P = 1470 Pa$, $\Delta \Pi_s = 2580 Pa$; c) *No, verso il tubicino*; d) $\sim 24 cm$

- 24) Il potenziale di membrana all'equilibrio, alla temperatura di $37^{\circ}C$, vale $-90 mV$. Quanto vale la concentrazione esterna di Cl^{-} , se la concentrazione interna vale $C_i = 5 \cdot 10^{-3} mol/l$?
 Ris.: $C_e = 0.146 mol/l$
- 25) Quanto varrebbe il potenziale di membrana all'equilibrio, alla temperatura di $37^{\circ}C$ se la concentrazione interna ed esterna di Cl^{-} valgono rispettivamente $C_i = 5 millimoli/l$ $C_e = 0.12 mol/l$?
 Ris.: $(V_i - V_e) = -85 mV$

Diffusione e membrane - Altri esercizi

- 1) Due cilindri 1 e 2, chiusi da due pistoni p_1 e p_2 sono collegati fra loro da un tubo entro cui è fissata una membrana M avente un'area di $2 cm^2$. Inizialmente nel cilindro 1 è contenuta una soluzione del volume di $4 l$ formata da $180 g$ di saccarosio ($PM = 180$) sciolti in acqua. Nel cilindro 2 sono contenuti $4 l$ di acqua pura.

a) Quanto vale la concentrazione della soluzione?

Inizialmente i pistoni sono mantenuti bloccati, ed in queste condizioni, mediante determinazioni chimiche, si scopre che dopo un tempo $t = 2000 s$ è fluita nel cilindro 2 una massa di saccarosio $m_s = 10.8 g$.

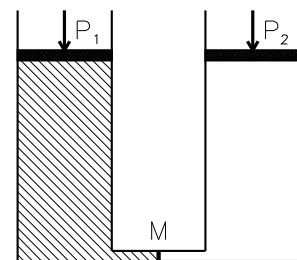
b) Quanto vale il flusso iniziale di saccarosio attraverso la membrana?

c) Quanto vale la permeabilità della membrana?

Dopo aver ripristinato le condizioni iniziali, si lasciano i pistoni liberi di muoversi e si scopre che in queste condizioni dopo un tempo $t = 2000 s$ è fluita nel cilindro 2 una massa di saccarosio $m_s = 6.8 g$.

d) Quanto vale il flusso avvertito (in valore e direzione) attraverso la membrana?

Ris.: a) $C_1 = 0.25 mol/l$; b) $J = 0.15 mol/m^2 s$; c) $P = 6 \cdot 10^{-4} m/s$; d) $J_{avv} = -5.6 \cdot 10^{-2} mol/m^2 s$ (da 2 ad 1).



- 2) Due recipienti uguali contengono ciascuno $2 l$ di acqua e sono separati da una membrana artificiale (area $0.5 cm^2$, spessore $100 \mu m$, che ha $10^5 pori/cm^2$, diametro dei pori $20 \mu m$).

In uno dei due recipienti vengono sciolti $3.6 g$ di zucchero ($PM=180$).

a) Quanto vale la concentrazione iniziale nei due recipienti?

b) Quanto vale il flusso di zucchero attraverso un singolo poro della membrana ($D = 10^{-6} cm^2/s$)?

c) Quante moli attraversano la membrana in un secondo?

d) Quanto valgono il flusso totale di zucchero e la permeabilità della membrana?

Ris.: a) $C = 10^{-2} mol/l$; b) $j_s = 10^{-9} mol/cm^2 s$; c) $n_s = 1.6 \cdot 10^{-10} mol/s$; d) $J_s = 3.14 \cdot 10^{-10} mol/cm^2 s$, $P = 3.14 \cdot 10^{-5} cm/s$

- 3) Un tubo orizzontale lungo $1 m$, avente una sezione di $10 cm^2$, in cui possono scorrere senza attrito due pistoni P_1 e P_2 , è diviso in due parti uguali da un setto in cui si trova una membrana semipermeabile il cui coefficiente di filtrazione idraulico vale $L_p = 5 \cdot 10^{-3} mol/Ns$.

Il pistone di destra preme contro una molla di costante elastica $K = 5000 N/m$ e lunghezza a riposo di $25 cm$.

Inizialmente a destra c'è acqua pura, mentre a sinistra c'è una soluzione di acqua e zucchero. All'equilibrio il pistone P_1 si trova nella posizione $x = 15 cm$. Il sistema si trova ad una temperatura di $27^{\circ}C$.

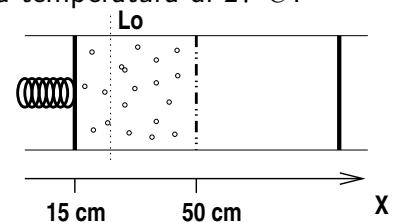
a) Quanto valgono la differenza di pressione idraulica e osmotica?

b) Quanto vale la concentrazione della soluzione?

c) Calcolare volume della soluzione, il numero di moli e di grammi di zucchero ($PM=180$) disciolti.

d) Quanto varrebbe il flusso volumico iniziale di acqua se non ci fosse la molla?

Ris.: a) $\Delta P = \Delta \Pi_s = 5 \cdot 10^5 Pa$; b) $C = 0.2 mol/l$; c) $V = 0.35 l$, $n = 0.07 mol$, $m = 12.6 g$; d) $J_a = 0.25 mol/cm^2 s$, $J_v = 4.5 cm/s$



- 4) Un ragazzo decide di realizzare un termometro basato sul fenomeno dell'osmosi ponendo una soluzione di acqua e zucchero in un tubicino chiuso inferiormente da una membrana semipermeabile che pesca appena in un grosso recipiente contenente acqua pura.

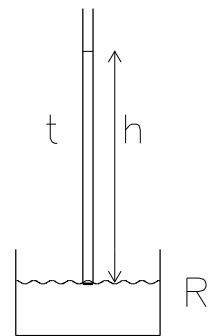
Per tararlo osserva che alla temperatura di $17^{\circ}C$ il sistema è in equilibrio quando la soluzione nel tubicino raggiunge l'altezza di 20 cm .

- Quanto valgono la differenza di pressione idraulica ed osmotica ai capi della membrana?
- Quanto vale la concentrazione della soluzione?
- Qual'è la relazione fra altezza della soluzione nel tubicino e la temperatura? E' una relazione lineare?
- Che altezza raggiungerà la soluzione nel tubicino quando la temperatura raggiunge i $30^{\circ}C$?

Ris.: a) $\Delta P = \Delta \Pi_s = 1960\text{ Pa}$; b) $C = 0.81 \cdot 10^{-3}\text{ moli}/\ell$; c) $h = h_o \sqrt{T/T_o}$, no; d) $h = 20.44\text{ cm}$

- 5) Un tubo avente diametro di 2 cm è chiuso inferiormente da una membrana semipermeabile al glucosio, che pesca appena in un grande recipiente R pieno di acqua pura. Il tubo è riempito fino ad un'altezza h con una soluzione $C = 0.004\text{ molare}$ di glucosio.

- Alla temperatura di $27^{\circ}C$ quanto vale la differenza di pressione osmotica ai capi della membrana?
- Quanto deve valere l'altezza h perchè non ci sia flusso di acqua attraverso la membrana?
- Se partendo dalla situazione di equilibrio ora considerata, l'acqua nel recipiente R viene sostituita da una soluzione 0.004 molare di glucosio quanto vale il flusso iniziale di acqua, se il coefficiente di filtrazione idraulico della membrana vale $L_p = 1\text{ mole}/N\text{ s}$?
- A quale nuova situazione di equilibrio (h' ; C') si perviene? (si assuma che la concentrazione in R rimanga costante)



Ris.: a) $\Delta \Pi_s = 9.8 \cdot 10^{-2}\text{ atm}$; b) $h = 1.02\text{ m}$; c) $J_a = 9.97 \cdot 10^{-1}\text{ moli}/\text{cm}^2\text{ s}$; d) $h' = 62\text{ cm}$, $C' = 6.3 \cdot 10^{-3}\text{ molare}$

- 6) Un tubo di sezione 1 dm^2 alto 80 cm aperto superiormente, è collegato alla base di una vasca contenente acqua pura da un tubicino in cui è posta una membrana semipermeabile allo zucchero. Il livello dell'acqua nella vasca è di 40 cm . Nel tubo si versano 3ℓ di soluzione 0.05 molare di zucchero. La temperatura è di $27^{\circ}C$.

- Qual è il livello iniziale della soluzione nel tubo?
- Quanto vale inizialmente la differenza di pressione idraulica ai capi della membrana?
- Quanto vale inizialmente la differenza di pressione osmotica?
- Quanto vale il flusso iniziale di acqua se il coefficiente di filtrazione idraulico della membrana vale $L_p = 0.5 \cdot 10^{-5}\text{ moli}/N\text{ s}$?
- Supponendo che il livello dell'acqua nella vasca rimanga costante, quale sarà la concentrazione nel tubo all'equilibrio? (Tener conto dell'altezza finita del tubo)

Ris.: a) $h = 30\text{ cm}$; b) $\Delta P = 980\text{ Pa}$; c) $\Delta \Pi_s = 1.25 \cdot 10^5\text{ Pa}$; d) $J_a = 0.62\text{ moli}/\text{m}^2\text{ s}$; e) $C_f = 1.6 \cdot 10^{-3}\text{ moli}/\ell$

- 7) Poiché il potere risolutivo del microscopio elettronico non è abbastanza elevato, e anche perché i vari metodi di colorazione e di preparazione dei materiali per il microscopio elettronico alterano la struttura fine delle membrane biologiche, è impossibile dimostrare l'esistenza dei pori attraverso cui possano fluire l'acqua e i soluti. Si può postulare l'esistenza di tubi cilindrici, ma è impossibile misurare il diametro e contare quanti ve ne siano per unità di area con il microscopio elettronico.

Per valutare il raggio R dei pori e la loro densità ρ per cm^2 si devono perciò utilizzare dei metodi indiretti.

- Si assuma che l'acqua fluisca attraverso la membrana attraversando dei pori esattamente cilindrici la cui lunghezza sia uguale allo spessore Δx della membrana. Se la sola forza agente è la differenza di pressione ΔP , e se si assume un flusso viscoso, quale è l'equazione che da il flusso d'acqua per cm^2 di membrana?

- b) Per un sistema con $\Delta\Pi_s = 0$, l'equazione del flusso di acqua può essere scritta come $J_a = L_p \Delta P$. Quale è l'equazione per il coefficiente di filtrazione idraulico che caratterizza il flusso attraverso una membrana porosa?
- c) Nelle condizioni in cui vi è un flusso d'acqua piccolissimo (quasi nullo) si conduce un secondo esperimento facendo sí che ci sia una differenza di concentrazione ai capi della membrana. Se la differenza di concentrazione è ΔC_s , quale è l'equazione per il flusso di soluto J_s (per cm^2 di membrana) quando vi sono ρ pori per cm^2 con raggio R ?
- d) Quale è l'equazione che fornisce il raggio dei pori in funzione delle quantità misurabili J_a , J_s , ΔP , ΔC_s , η (viscosità) e D (coefficiente di diffusione)?
- e) Quale è il valore di R ricavabile dai dati seguenti?

$$L_p = \frac{J_a}{\Delta P} = 0.6 \cdot 10^{-11} \frac{cm^3}{dyne\ s}, \quad P = \frac{J_s}{\Delta C_s} = 5.7 \cdot 10^{-3} cm\ s$$

$$\eta = 0.01\ poise, \quad D = 2.6 \cdot 10^{-5} cm^2/s$$

- f) Quale frazione dell'area della membrana è occupata dai pori se la membrana ha uno spessore di 88 Å?

Le equazioni precedenti sono basate sul metodo utilizzato da Solomon che nel 1957 determinò un valore di circa 4 Å per il raggio dei pori dei globuli rossi dell'uomo.

$$Ris.: \quad a) J_a = \frac{Q}{A} = \frac{\rho \pi R^4}{8\eta \Delta x} \Delta P; \quad b) L_p = \frac{\rho \pi R^4}{8\eta \Delta x}; \quad c) J_s = \frac{n_s}{A \Delta t} = -D \rho \pi R^2 \frac{\Delta C}{\Delta x};$$

$$d) R^2 = \frac{J_a}{\frac{\Delta P}{J_s}} 8\eta D; \quad e) R = 4.7 \cdot 10^{-8} cm; \quad f) \phi = 1.75 \cdot 10^{-4}$$

Termodinamica - Domande

- 1) Cosa si intende per calore? Quale è la sua unità di misura?
- 2) Si dia la definizione di calore specifico e se ne indichino le unità di misura.
- 3) Si spieghi come mai, in generale, il calore specifico a pressione costante differisce dal calore specifico a volume costante.
- 4) Come si definisce la capacità termica di un corpo?
- 5) Quale è la definizione di calore latente di fusione?
- 6) Come si enuncia il primo principio della termodinamica in generale?
- 7) Quale interpretazione si dà in termodinamica delle forze di attrito e delle forze viscosse?
- 8) Cosa si può dire dell'energia interna di un gas perfetto?
- 9) L'energia interna di un corpo varia al variare della temperatura e dello stato di aggregazione dello stesso. Scrivete le relazioni che permettono di calcolare il cambiamento di energia interna nei due casi
- 10) Si descriva, dal punto di vista energetico, un processo di cambiamento di stato e si dia la definizione di calore latente.
- 11) Quale è la definizione di peso molecolare?
- 12) Cosa afferma la legge dei gas perfetti? Quali sono le sue condizioni di applicabilità?
- 13) Come viene definita la pressione parziale?
- 14) Come viene definita la frazione molare?
- 15) Come si enuncia la legge di Dalton per le miscele di gas?
- 16) Si scrivano le ipotesi su cui si fonda la teoria cinetica dei gas e se ne commentino i risultati più importanti. In particolare:

- a) si dica da quale parametro macroscopico (e secondo quale legge) dipende l'energia cinetica traslazionale di una molecola di gas perfetto
- b) si spieghi come mai (e si specifichi quantitativamente) l'energia cinetica totale di una molecola di gas biatomico differisce da quella di un gas monoatomico
- 17) Cosa si intende per temperatura? Quale è la sua interpretazione a livello microscopico?
- 18) Come viene definita la costante di Boltzmann?
- 19) Scrivere le relazioni che permettono di calcolare l'energia interna di un gas monoatomico e di un gas biatomico e giustificarne la differenza sulla base della teoria cinetica dei gas.
- 20) Come si calcolano la variazione di energia interna ed il calore assorbito da un gas perfetto rispettivamente nelle trasformazioni a $P = cost$ e $V = cost$?
- 21) Come si calcola in generale ed in particolare per una trasformazione a pressione costante, il lavoro fatto da un gas che si espande?
- 22) Enunciate il primo principio della termodinamica e spiegate il significato delle grandezze coinvolte, con particolare riferimento al processo di fusione.
- 23) Come dipendono le variazioni di energia interna di un gas dalla sua temperatura?
- 24) Che cosa si intende per calore specifico molare a pressione costante?
- 25) Quanto vale il calore specifico di un gas monoatomico?
- 26) Quali sono le definizioni di umidità relativa e umidità assoluta?

Termodinamica - Esercizi

- 1) Quale temperatura nella scala Celsius corrisponde a 100° nella scala Fahrenheit?
Ris.: $37.8^\circ C$
- 2) Quale temperatura nella scala Fahrenheit corrisponde a 50° nella scala Celsius?
Ris.: $122^\circ F$
- 3) Si determini la massa di una molecola di HCl
Ris.: $m = 6 \cdot 10^{-26} kg$
- 4) Qual'è la massa di 2 moli di H_2 ?
Ris.: 4 g
- 5) Qual'è la massa di 0.3 moli di NH_3 ?
Ris.: 5.1 g
- 6) Quante molecole ci sono in 3 moli di saccarosio?
Ris.: $1.8 \cdot 10^{24}$ molecole
- 7) Quante molecole ci sono in 0.7 moli di mercurio?
Ris.: $4.2 \cdot 10^{23}$ molecole
- 8) Qual'è la massa di $6.02 \cdot 10^{23}$ molecole di Magnesio ($Mg, PM = 24$)
Ris.: 24 g
- 9) Qual'è la massa di $17.4 \cdot 10^{23}$ molecole di anidride carbonica (CO_2)?
Ris.: 127.1 g
- 10) Quante molecole ci sono in 18 g di acido cloridrico (HCl)?
Ris.: $3.01 \cdot 10^{23}$ molecole
- 11) A quante moli corrispondono $9.5 \cdot 10^{23}$ molecole di tetracloruro di carbonio (CCl_4)?
Ris.: 1.58 moli
- 12) Per quale temperatura le letture nelle scale Celsius e Fahrenheit sono uguali?

$$\text{Ris.: } T = -40^\circ C = -40^\circ F$$

- 13) Un gas occupa un volume di $5 m^3$ alla pressione di $1 atm$. Se si tiene costante la temperatura, qual'è la pressione del gas quando viene compresso fino ad occupare un volume di $1.5 m^3$?

$$\text{Ris.: } P = 3.3 atm$$

- 14) La pressione di un gas cambia da $1.5 atm$ a $0.3 atm$ a temperatura costante. Qual'è il rapporto fra volume finale e volume iniziale?

$$\text{Ris.: } \frac{V_f}{V_i} = 5$$

- 15) Il volume di un gas raddoppia a pressione costante. Qual'è la temperatura finale se il gas era inizialmente a $30^\circ C$?

$$\text{Ris.: } T_{fin} = 333^\circ C$$

- 16) Se la temperatura di un gas aumenta da $0^\circ C$ a $100^\circ C$ a pressione costante, di quale fattore cambia il volume?

$$\text{Ris.: } \frac{V_f}{V_i} = 1.37$$

- 17) Qual è il volume occupato da 3 moli di gas perfetto per $P = 2 atm$ e $T = 300^\circ K$?

$$\text{Ris.: } V = 36.9 \ell$$

- 18) Qual'è la temperatura di una mole di gas perfetto alla pressione di $0.3 atm$ in un volume di $3 m^3$?

$$\text{Ris.: } T = 10980^\circ K$$

- 19) Una mole di gas perfetto occupa un volume di 22.4ℓ in condizioni normali. Quale valore raggiunge la pressione se si aumenta il volume fino ad $1 m^3$ a temperatura costante?

$$\text{Ris.: } P = 2.24 \cdot 10^{-2} atm$$

- 20) Se l'energia cinetica media di un gas perfetto raddoppia e il volume rimane costante, di quanto cambia la pressione?

$$\text{Ris.: } \text{raddoppia}$$

- 21) Qual è il rapporto fra la velocità quadratica media dell'idrogeno gassoso (H_2) e dell'ossigeno gassoso (O_2) se entrambi i gas sono alla stessa temperatura?

$$\text{Ris.: } \bar{v}_{H_2}^2 = 16\bar{v}_{O_2}^2$$

- 22) Si supponga di voler sollevare la massa di $1 kg$ usando tutta l'energia cinetica traslazionale di una mole di un gas perfetto alla temperatura di $300^\circ K$. Che altezza raggiungerebbe la massa?

$$\text{Ris.: } h = 382 m$$

- 23) Qual è il peso molecolare dell' H_2O ? Quante molecole ci sono in $1 g$ di H_2O ?

$$\text{Ris.: } PM = 18; 3.3 \cdot 10^{22} \text{ molecole}$$

- 24) Qual'è la densità di particelle di azoto ($PM = 28$) in condizioni normali di temperatura e pressione ($T = 25^\circ C$, $P = 1 atm$)? Qual è il volume medio occupato da una molecola e qual'è la distanza media fra una molecola e l'altra?

$$\text{Ris.: } \rho = 2.4 \cdot 10^{25} \text{ particelle}/m^3; V = 4.1 \cdot 10^{-26} m^3; d = 3.4 \cdot 10^{-9} m$$

- 25) In media quale volume occupa una singola molecola di acqua? Qual'è la distanza media fra le molecole di acqua?

$$\text{Ris.: } \rho = 3.3 \cdot 10^{28} \text{ particelle}/m^3; V = 3.0 \cdot 10^{-29} m^3; d = 3.1 \cdot 10^{-10} m$$

- 26) L'aria in un'ampolla chiusa ha una pressione di $1 atm$ a $20^\circ C$. Qual'è la pressione a $150^\circ C$? A quale temperatura la pressione vale $2 atm$? A quale temperatura la pressione è di $0.5 atm$?

$$\text{Ris.: } P = 1.44 atm; T_1 = 313^\circ C; T_2 = -126.5^\circ C$$

- 27) Un gas occupa un volume di 22ℓ quando la sua pressione relativa è di $1.5 atm$. Qual'è la pressione assoluta del gas? Se il gas viene compresso fino ad occupare 10ℓ , quali sono le nuove pressioni assoluta e relativa?

$$\text{Ris.: } P_{ass}^i = 2.5 atm; P_{ass}^f = 5.5 atm; P_{rel}^f = 4.5 atm$$

- 28) Una bolla del volume $V = 15 \text{ cm}^3$ si forma sul fondo di un lago a 12 m sotto la superficie, Qual è il volume della bolla quando raggiunge la superficie dell'acqua (assumere che la temperatura non cambi)?
Ris.: $V = 32.4 \text{ cm}^3$
- 29) Una bombola contiene un volume di 10 l di ossigeno alla pressione di 80 atm . Un uomo respira ossigeno puro attraverso una maschera alla velocità di 8 l/min . Per quanto tempo gli basta la bombola?
Ris.: 100 m
- 30) Qual'è la massa dell'ossigeno nella bombola dell'esercizio precedente?
Ris.: 1.04 kg
- 31) Qual è il volume che deve fuoriuscire da una stanza se la temperatura sale da 15°C a 25°C ? Le dimensioni della stanza sono $10 \times 7 \times 4 \text{ m}^3$ e la pressione rimane invariata mentre si scalda la stanza.
Ris.: 9.72 m^3
- 32) L'ossigeno costituisce soltanto il 13.6% dell'aria nei polmoni (aria alveolare): qual'è la pressione parziale di O_2 nei polmoni?
Ris.: $P_{\text{O}_2} = 103.4 \text{ mmHg}$
- 33) Un gas composto da 3.5 g di O_2 e 1.5 g di He occupa un volume di 3 l ad una temperatura di 25°C . Qual'è la pressione parziale di ossigeno e di elio in questo gas? Qual'è la densità della miscela di gas?
Ris.: $P_{\text{O}_2} = 0.89 \text{ atm}$; $P_{\text{He}} = 3.05 \text{ atm}$; $\rho = 1.67 \text{ g/cm}^3$
- 34) Qual'è la velocità quadratica media traslazionale delle molecole di azoto contenute nell'aria atmosferica in condizioni normali di temperatura e di pressione ($T = 25^\circ\text{C}$, $P = 1 \text{ atm}$)?
Ris.: 515 m/s
- 35) Il valore della costante dei gas R vale $8.3 \text{ J/mole}^\circ\text{K}$. Qual è il suo valore in $\text{l atm/mole}^\circ\text{K}$?
Ris.: $R = 0.0819 \text{ l atm/moli}^\circ\text{K}$
- 36) Una miscela che contiene 0.5 g di idrogeno ($PM = 2$) e 8 g di ossigeno ($PM = 32$) esercita una pressione pari a 0.5 atmosfere sulle pareti del recipiente che la contiene.
 a) Quanto valgono le rispettive frazioni molari?
 b) Quanto le due pressioni parziali?
 c) Quanto vale il volume del recipiente se la temperatura è pari a 27°C ?
Ris.: a) $x_{\text{O}_2} = x_{\text{H}_2} = 0.5$; b) $P_{\text{O}_2} = P_{\text{H}_2} = 0.25 \text{ atm}$; c) $V = 24.6 \text{ l}$
- 37) Le frazioni molari dei componenti gassosi dell'aria prelevata dai polmoni ed essiccata sono: $\text{N}_2 = 79.2\%$, $\text{O}_2 = 16.3\%$, $\text{CO}_2 = 4.5\%$. Quali sono le rispettive pressioni parziali a 37°C ?
Ris.: $P_{\text{N}_2} = 601.9 \text{ mmHg}$; $P_{\text{O}_2} = 123.9 \text{ mmHg}$; $P_{\text{CO}_2} = 34.2 \text{ mmHg}$
- 38) In una giornata d'inverno viene presa dentro casa e scaldata fino a 20°C l'aria esterna che si trova a 0°C e che ha un'umidità relativa del 30%. Qual'è l'umidità relativa dell'aria nella casa? (Dati: $P_{0^\circ\text{C}}^{\text{vap.sat}} = 4.58 \text{ mmHg}$; $P_{20^\circ\text{C}}^{\text{vap.sat}} = 12 \text{ mmHg}$)
Ris.: u.r. = 12.3%
- 39) Una mole di H_2O occupa un volume di 0.1 l a 300°C . Che frazione di H_2O è nello stato liquido? Qual è il volume occupato dall' H_2O liquida? (Dato: $P_{300^\circ\text{C}}^{\text{vap.sat}} = 87.5 \text{ atm}$).
Ris.: 84.2%; $V_{\text{liq}} = 15.2 \text{ cm}^3$
- 40) Trovare la quantità di calore (in Joule e in kilocalorie) necessaria per aumentare la temperatura di 650 g di acqua da 22°C a 85°C
Ris.: $40.95 \text{ kcal} = 171.2 \text{ kJ}$
- 41) Quante calorie corrispondono ad un l atm ?
Ris.: $1 \text{ l atm} = 23.9 \text{ cal}$
- 42) Di quanto aumenta la temperatura di 1.25 kg di acqua se si fornisce una quantità di calore pari a $2 \cdot 10^3 \text{ J}$?
Ris.: $\Delta T = 0.38^\circ\text{C}$

- 43) Di quanto aumenta la temperatura di 750 g di etanolo (calore specifico $2430 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$) se si fornisce una quantità di calore pari a 35 kcal ?
 Ris.: $\Delta T = 80.27^\circ\text{C}$
- 44) Un sasso di 0.4 kg cade da un'altezza di 1200 m su un contenitore contenente 2.5 kg di acqua. Di quanto aumenta la temperatura dell'acqua?
 Ris.: $\Delta T = 0.45^\circ\text{C}$
- 45) In un bicchiere si trovano 300 g di acqua e 100 g di ghiaccio (alla temperatura di 0°C). Con un cucchiaino si agita il contenuto del bicchiere finché 50 g di ghiaccio fondono. A quanto ammonta la variazione di energia interna del sistema acqua ghiaccio? (calore latente di fusione del ghiaccio: $\lambda = 80 \text{ cal/g}$)
 Ris.: $\Delta U = 16.72 \text{ kJ}$
- 46) Determinare la capacità termica di un recipiente di alluminio di 350 g (calore specifico: $0.214 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$)
 Ris.: $C = 74.9 \text{ cal/}^\circ\text{C}$
- 47) Per aumentare la temperatura di 350 g di piombo da 0°C a 20°C occorrono 880 J . Quanto vale il calore specifico del piombo?
 Ris.: $C_{sp} = 0.030 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$
- 48) Un vaso contenente 100 g di triclorometano a 35°C viene immerso in un recipiente contenente 1.75 kg di acqua a 18°C . Dopo un certo tempo il triclorometano e l'acqua raggiungono la comune temperatura finale di 18.22°C . Determinare il calore specifico del triclorometano.
 Ris.: $C_{sp} = 0.96 \text{ J/g}^\circ\text{C}$
- 49) A partire dalla situazione finale dell'esercizio precedente, dal vaso evaporano 50 g di triclorometano e la temperatura scende di 1.8°C . Quanto vale il calore latente di evaporazione del triclorometano (cloroformio)?
 Ris.: $\lambda = 63 \text{ cal/g}$
- 50) Un chiodo di ferro (massa 5 g , calore specifico $0.115 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$) viene battuto con un martello di massa 0.45 kg . La velocità del martello quando colpisce il chiodo è di 9 m/s . Se metà dell'energia cinetica del martello si converte in energia interna del chiodo, quante volte bisogna colpirlo perché la sua temperatura aumenti di 25°C ?
 Ris.: 7 volte
- 51) Vogliamo comprimere 1 l d'aria fino ad un volume di $1/2 \text{ l}$ mantenendolo alla pressione costante di 1 atm .
 a) Quanto lavoro sarà in gioco e quale sarà il segno (cioè: siamo noi a compiere lavoro o è il gas a compierlo)?
 b) Se la temperatura iniziale dell'aria è di 20°C , qual'è la temperatura finale?
 c) Se $c_v = 5 \text{ cal/mole}^\circ\text{C}$, di quanto varia l'energia interna dell'aria e quale è il segno della sua variazione?
 d) Quanto calore deve essere scambiato per comprimere il gas e da chi deve essere ceduto?
 Ris.: a) $L = -50 \text{ J}$ (lavoro compiuto dall'esterno sul gas); b) $T = -126.5^\circ\text{C}$; c) $\Delta U = 127.4 \text{ J}$; d) 77.4 J
- 52) Una mole di ossigeno viene riscaldata alla pressione costante di 1 atm da 10°C a 25°C .
 a) Quanto calore viene assorbito dal gas?
 b) Usando la legge dei gas perfetti calcolare la variazione di volume in questo processo.
 c) Quanto vale il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione?
 d) Calcolare la variazione di energia interna del gas in questo processo.
 e) Quanto vale la capacità termica a volume costante (C_v) di una mole di ossigeno?
 f) Quanto vale la differenza fra la capacità termica a pressione costante (C_p) e quella a volume costante?

Ris.: a) $Q = 104 \text{ cal}$; b) $\Delta V = 1.23 \text{ l}$; c) $L = 123 \text{ J}$; d) $\Delta U = 313 \text{ J}$; e)
 $C_v = 20.9 \text{ J/mole}^\circ\text{K}$; f) R

53) Un contenitore cilindrico riempito con ossigeno (O_2) è mantenuto chiuso da un pistone scorrevole di area $S = 10 \text{ cm}^2$ di massa $2,5 \text{ kg}$.

- Quanto vale la pressione all'interno del cilindro?
- Quante moli e quanti grammi di ossigeno sono contenuti nel cilindro se inizialmente il pistone si trova ad una altezza dal fondo $h = 10 \text{ cm}$ e la temperatura del gas è di 27°C ?
- Successivamente si riscalda il gas fornendogli una quantità di calore pari a 5 cal . Qual è la temperatura finale?
- Di quanto si alza il pistone e quanto lavoro compie il gas? (R: 4.77 cm , 6 J)

Ris.: a) $P = 1.25 \text{ atm}$; b) $n = 5.1 \cdot 10^{-3} \text{ moli}$, $m = 0.16 \text{ g}$; c) $T_f = 170^\circ\text{C}$; d)
 $\Delta h = 4.77 \text{ cm}$, $\mathcal{L}_{\text{gas}} = 6 \text{ J}$

54) Un recipiente rigido di volume 50 l contiene una mole di idrogeno ($PM(H_2) = 2$) alla temperatura di -73°C

- Quanto vale la pressione nel recipiente?
- Quanto valgono l'energia traslazionale media e la velocità media delle singole molecole?
- Di quanto aumentano la temperatura e la velocità media di traslazione delle molecole se la pressione del gas raddoppia?

Ris.: a) $P = 0.33 \text{ atm}$; b) $E_t = 4.14 \cdot 10^{-21} \text{ J}$; $V = 1580 \text{ m/s}$ c) T raddoppia se P
 raddoppia, quindi v^2 raddoppia, v aumenta di un fattore $\sqrt{2}$

55) Un litro di aria alla pressione di 1 atm viene compresso in modo isoterma ($a 20^\circ\text{C}$) fino al volume finale di $1/2 \text{ l}$

- Quanto lavoro è richiesto?
- Quale è la pressione finale?
- Quale è la variazione di energia interna?
- Quanto calore viene fornito al gas?

Ris.: a) $L = -70 \text{ J}$; b) $P = 2 \text{ atm}$; c) $\Delta U = 0$; d) $Q = -70 \text{ J}$ (il gas cede calore)

56) La perdita di calore dovuta alla sudorazione normale e quasi non percepibile, è pari a 10 kcal/h (escludendo le 7 kcal/h perse per via respiratoria). Qual è il valore normale della velocità di perdita d'acqua attraverso la pelle?

Ris.: $m = 18.5 \text{ g}$

57) Conoscendo il calore latente di vaporizzazione dell'acqua ($\lambda = 540 \text{ cal/g}$) si stimi quanta energia bisogna fornire ad una molecola d'acqua per farla passare dal liquido al vapore.

Ris.: $E = 7.5 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

58) Si vaporizza a pressione atmosferica 1 g di acqua alla temperatura di 100°C : si valuti l'energia scambiata con l'ambiente in tutto il processo, sapendo che un grammo di vapor d'acqua a 100°C occupa un volume di 1680 cm^3

Ris.: $Q = 540 \text{ cal}$; $L = 40 \text{ cal}$

59) Un recipiente contiene gas O_2 alla pressione di 1 atm e alla temperatura di 27°C . Il volume del recipiente è di 2 m^3 .

- Per quale valore della temperatura la pressione sarà raddoppiata se il volume rimane costante?
- Si calcolino il numero di moli ed il peso del gas contenuto nel recipiente.

Ris.: a) $T = 327^\circ\text{C}$; b) $n = 81.3 \text{ moli}$, $m = 2.6 \text{ kg}$

60) Un pallone aerostatico, di volume pari a 600 m^3 , inizialmente floscio, viene riempito con gas elio (He , $PM = 4$). La temperatura è pari a 15°C e la pressione vale 760 mm Hg .

- Quanto vale la massa del gas contenuto nel pallone?
- Quanto vale la massa di un eguale volume di aria, nelle stesse condizioni di temperatura e pressione? ($PM \text{ aria} = 29$)

- c) Quanto vale in base al principio di Archimede, il peso massimo sollevabile dal pallone?
 d) Quanto vale il lavoro richiesto per gonfiare il pallone?

Ris.: a) $m_{He} = 101.6 \text{ kg}$; b) $m_{aria} = 736.8 \text{ kg}$; c) $P_{max} = 6224 \text{ N} = 635.2 \text{ kg peso}$; d)
 $L = 6 \cdot 10^7 \text{ J}$

- 61)** Un recipiente contenente 500 g di ghiaccio a $T = -20^\circ\text{C}$ viene posto su un fornello a gas.
 a) Quanto calore deve essere assorbito per arrivare al punto di fusione?
 b) Quanto per avere la completa fusione?
 c) Quanto vale la variazione di energia interna del ghiaccio, trascurando eventuali variazioni di volume?
 (Cal. specifico del ghiaccio: $0.5 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$; cal. latente di fusione del ghiaccio: 80 cal/g)
Ris.: a) $Q = 5 \text{ kcal}$; b) $Q = 40 \text{ kcal}$; c) $\Delta U = 45 \text{ kcal}$
- 62)** Si consideri un volume di aria pari a 2 m^3 ad una temperatura di 27°C , contenente vapor d'acqua avente un'umidità relativa del 70%. Sapendo che la pressione di saturazione dell'acqua a quella temperatura è pari a 28 mm Hg , calcolare:
 a) il valore della pressione parziale del vapor d'acqua
 b) il numero di moli e la massa del vapore contenuto nel recipiente
 c) il valore dell'umidità assoluta
Ris.: a) $P_{H_2O} = 19.6 \text{ mm Hg}$; b) $n = 2.1 \text{ moli}$; $m = 37.7 \text{ g}$; c) $u.a. = 18.8 \text{ g/m}^3$
- 63)** $6 \cdot 10^{22}$ molecole occupano un volume di 2 l alla temperatura di 27°C .
 a) Quante moli costituiscono tale gas?
 b) Quale pressione esso esercita sulle pareti del recipiente?
 c) Quanto vale l'energia cinetica media di ciascuna molecola?
Ris.: a) $n = 0.1 \text{ moli}$; b) $P = 1.23 \text{ atm}$; c) $E_{cin} = 6.21 \cdot 10^{-21} \text{ J}$
- 64)** Quanta energia occorre per trasformare 100 g di ghiaccio a 0°C in acqua a 20°C ? Come viene utilizzata tale energia a livello microscopico?
Ris.: $E = 41.8 \text{ kJ}$
- 65)** Un gas, inizialmente alla temperatura di 27°C viene scaldato. Alla fine la velocità di traslazione media delle molecole è raddoppiata. Quanto vale la temperatura finale del gas? Si può dire quanto vale la pressione finale del gas?
Ris.: $T = 927^\circ\text{C}$; no (dipende da $\frac{V_i}{V_f}$)
- 66)** A 2 moli di gas monoatomico vengono cedute 80 cal . La temperatura aumenta di 8°C . Di quanto è cambiata l'energia interna del gas? Quanto lavoro di espansione ha compiuto il gas?
Ris.: $\Delta U = 200 \text{ J}$; $L = 135 \text{ J}$
- 67)** Se in un serpentino circondato da acqua e ghiaccio fluisce un gas monoatomico che entra alla temperatura di 100°C ed esce a 0°C , quante moli di quel gas occorre far fluire perché si provochi la fusione di 5 g di ghiaccio?
Ris.: $n = 0.8 \text{ moli}$
- 68)** Due recipienti identici contenenti inizialmente uno stesso volume di gas in condizioni identiche di temperatura e pressione, vengono scaldati uno a pressione costante e l'altro a volume costante, in modo da far subire ad entrambi la stessa variazione di temperatura.
 Cosa si può dire delle energie interne U_1 ed U_2 dei due gas alla fine della trasformazione? E delle quantità di calore ad essi somministrate?
Ris.: $U_1 = U_2$; $Q_1 - Q_2 = P\Delta V_1$
- 69)** In un recipiente del volume di 100 l sono contenute 2 moli di O_2 e 3 moli di N_2 . Qual'è la massa totale di gas nel recipiente? Qual'è la pressione parziale dell'ossigeno alla temperatura di 27°C ?
Ris.: $m = 148 \text{ g}$; $P_{O_2} = 0.49 \text{ atm}$
- 70)** A pressione costante, quanto calore è necessario cedere a 10 g di un gas monoatomico avente $PM = 4$ per innalzare la sua temperatura di 15°C ?

$$\text{Ris.: } Q = 779 J$$

- 71)** L'aria prelevata in un ambiente a temperatura di $30^{\circ}C$ viene posta in un recipiente e raffreddata a pressione costante fino al formarsi della prima gocciolina di liquido. Ciò avviene quando la temperatura è di $15^{\circ}C$. Dire quanto vale in queste condizioni (ossia dopo il raffreddamento) l'umidità relativa, la pressione parziale del vapor d'acqua e l'umidità assoluta. E' possibile risalire con questi dati al valore dell'umidità relativa iniziale? (Dati $P_{sat}(15^{\circ}) = 18 mmHg$, $P_{sat}(30^{\circ}) = 32 mmHg$)

$$\text{Ris.: } u.r. = 100\%, P_{H_2O} = 18 mmHg, u.a. = 18.1 g/m^3; u.r.(30^{\circ}C) = 56.3\%$$

- 72)** Conoscendo il calore latente di fusione del ghiaccio ($80 cal/g$) si stimi quanta energia occorre fornire ad una molecola d'acqua per farla passare allo stato liquido. Si confronti tale energia con l'energia cinetica traslazionale di una molecola di ossigeno alla temperatura di $0^{\circ}C$.

$$\text{Ris.: } E_{H_2O}^{fus} = 1.0 \cdot 10^{-20} J; E_{O_2}^{cin.tr} = 5.7 \cdot 10^{-21} J$$

- 73)** Una bombola di volume pari a 20ℓ contiene azoto alla pressione di $100 atm$ quando la temperatura è pari a $27^{\circ}C$. Si calcoli la massa del gas contenuto. Si calcolino inoltre l'energia interna di tale gas, il lavoro che è stato fatto per caricare tale bombola comprimendo il gas a temperatura costante a partire dalla pressione atmosferica.

$$\text{Ris.: } m = 2.28 kg; L = 933.4 kJ$$

- 74)** Un bicchiere avente capacità di $150 cm^3$ è riempito a metà con acqua (alla temperatura iniziale di $40^{\circ}C$). Il bicchiere viene successivamente riempito aggiungendo olio freddo (densità $0.8 g/cm^3$; temperatura $10^{\circ}C$).

La temperatura finale del miscuglio diventa $25^{\circ}C$. Si calcolino

- la massa dell'olio e quella del miscuglio
- la quantità di calore ceduta dall'olio all'acqua
- il calore specifico dell'olio

$$\text{Ris.: } m_{olio} = 60 g, m_{misc} = 135 g; Q = -1125 cal; c_s = 1.25 cal/g^{\circ}C$$

- 75)** Un blocco di ghiaccio inizialmente alla temperatura di $0^{\circ}C$ viene frantumato colpendolo ripetutamente con un martello (anch'esso alla temperatura di $0^{\circ}C$). La massa del martello è di $250 g$ e la sua velocità al momento dell'impatto è di $12 m/s$.

- Come mai durante questa operazione si assiste alla fusione di una parte del ghiaccio?
- A quanto ammonta la massa di liquido che si forma a seguito di 50 colpi di martello?

$$\text{Ris.: } m = 2.7 g$$

- 76)** Un frullatore che consuma una potenza elettrica di $150 W$ viene immerso in un bicchiere contenente $200 g$ di acqua e azionato per 2 primi. Se il 70 % della potenza impiegata viene adiabaticamente ceduta all'acqua, di quanto aumenta la temperatura dell'acqua?

$$\text{Ris.: } \Delta T = 15^{\circ}C$$

- 77)** Calcolare la quantità di calore che occorre fornire a $50 g$ di ghiaccio inizialmente alla temperatura di $-40^{\circ}C$ per trasformarlo in $50 g$ di acqua a temperatura ambiente (Calore specifico del ghiaccio: $0.5 cal/g$)

$$\text{Ris.: } Q = 6250 cal$$

- 78)** In un contenitore cilindrico, adiabatico, chiuso superiormente da un pistone scorrevole, si trova un miscuglio di acqua e ghiaccio. Nel contenitore vengono introdotti 40ℓ di azoto (N_2) alla temperatura iniziale di $15^{\circ}C$.

Mentre il sistema raggiunge l'equilibrio, si osserva che una parte del ghiaccio (non tutto) fonde. Si calcolino:

- il volume finale del gas
- il lavoro e la variazione di energia interna dello stesso
- la quantità del ghiaccio che è fuso (calore latente di fusione del ghiaccio: $80 cal/g$)

$$\text{Ris.: } V_f = 37.9 \ell; L = -208 J; \Delta E_i = -521 J; m = 2.2 g$$

79) Un cilindro termicamente isolato è diviso a metà da una parete non adiabatica. Il volume del cilindro è pari a 10ℓ : a sinistra è contenuto idrogeno (H_2) alla temperatura iniziale di $-27^\circ C$ mentre a destra c'è elio (He) alla temperatura iniziale di $73^\circ C$. La pressione vale inizialmente $1 atm$ in entrambi i compartimenti del cilindro. Si calcolino

- il numero di moli di ciascun gas
- il valore comune della temperatura a cui si porteranno i due gas

$$Ris.: n_{H_2} = 0.25 \text{ moli}, n_{He} = 0.18 \text{ moli}; T_f = 3^\circ C$$

Termodinamica - Altri esercizi

1) Un uomo ha una superficie della pelle pari a $1.7 m^2$. Se è nudo circa $1.5 m^2$ di superficie sono interessati alla perdita convettiva di calore. Se la temperatura ambiente è di $22^\circ C$ e la velocità del vento è di $1 m/s$, il coefficiente di convezione K_2 è uguale a $12 kcal/m^2 h^\circ K$. Quanto calore fluisce fuori dal corpo in un'ora? (Si assuma che la temperatura della pelle sia di $32^\circ C$).

$$Ris.: Q = 180 \text{ kcal}$$

2) L'area del corpo umano interessata al trasferimento di calore per radiazione è di circa $1.5 m^2$. L'emissività di tutti i pigmenti della pelle è molto prossima all'unità.

- Calcolare la costante di Stefan-Boltzmann in unità di $kcal/m^2 h^\circ K^4$
- Calcolare (usando i dati dell'esercizio precedente) la perdita di energia per radiazione dal corpo nudo

$$Ris.: a) \sigma = 4.9 \cdot 10^{-8} \text{ kcal}/m^2 h^\circ K; b) Q = 79 \text{ kcal}$$

3) Su un blocco di ghiaccio, inizialmente a temperatura $T = -10^\circ C$ e di massa $96 g$ si versa, poco alla volta, dell'acqua a $40^\circ C$.

- Quanta acqua bisogna versare per innalzare la temperatura del ghiaccio fino a $0^\circ C$?
- Quanta acqua bisogna aggiungere per fondere tutto il ghiaccio?
- Quanta acqua bisogna ancora aggiungere per portare il tutto alla temperatura di $10^\circ C$?

(Cal. specifico del ghiaccio: $2.1 J/g^\circ K$, calore di fusione del ghiaccio: $334 J/g$)

$$Ris.: a) m = 12 g; b) m = 192(+12) g; c) m = 204(+192 + 12) g$$

4) Un recipiente di volume pari a 12ℓ contiene $10 g$ di O_2 e $5 g$ di H_2 ad una temperatura di $27^\circ C$.

- Quanto valgono le pressioni parziali di H_2 e O_2 e la pressione totale della miscela?

Viene poi fatta avvenire completamente la reazione $2 H_2 + O_2 = 2 H_2O$

- Quante moli e quanti grammi di acqua si produrranno?
- Se la miscela viene riportata al valore iniziale, quale sarà il nuovo valore della pressione totale?
- Se per riportare la temperatura al valore iniziale è necessario sottrarre al sistema $178 kJ$, quanto vale l'energia liberata per molecola di acqua che si forma?
- Quanto vale la temperatura iniziale del sistema, se la reazione avviene in un recipiente di volume costante?

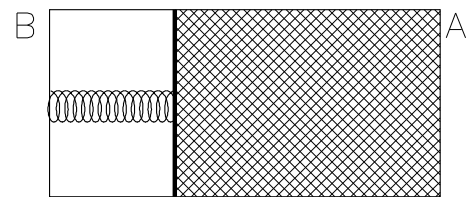
$$Ris.: a) P_{O_2} = 0.64 atm, P_{H_2} = 5.13 atm; b) n_{H_2O} = 0.625 \text{ moli}, m_{H_2O} = 11.25 g; c) P_{H_2}^f = 3.84 atm; d) E = 4.73 \cdot 10^{-19} J; e) T_i = 2750^\circ C \text{ (considerando che a } 100^\circ C \text{ avvenga il processo di liquefazione dell'acqua: } \lambda = 580 \text{ cal/g)}$$

5) Un recipiente contiene O_2 ad una pressione di $10^{-3} mm Hg$ e ad una temperatura pari a $200^\circ C$. Si calcolino:

- l'energia cinetica traslazionale media di una molecola di gas, nonché la sua massa e la sua velocità quadratica media.
- la densità, espressa come numero di molecole di O_2 per litro.
- Il numero di molecole che fuoriesce, ogni secondo, attraverso un forellino presente sulle pareti, avente un diametro di $0.1 mm$.

$$Ris.: a) E_{cin} = 9.79 \cdot 10^{-21} J, m = 5.32 \cdot 10^{-26} kg, \bar{v} = 607 m/s; b) d = 2.04 \cdot 10^{16} \text{ molecole/l}; c) N = 3.24 \cdot 10^{13} \text{ molecole/s}$$

- 6) In un bicchiere si trova un miscuglio di 100 g di ghiaccio in 200 g di acqua. La temperatura, inizialmente a 0°C , dopo 10 minuti diventa pari a 20°C . Quanto calore è stato fornito al bicchiere? Se tale calore proviene per convezione dall'aria dell'ambiente circostante ($T = 25^{\circ}\text{C}$) attraverso la superficie laterale del bicchiere stesso (di area pari a 150 cm^2), quanto vale il coefficiente k relativo a tale processo?
 Ris.: $Q = 14\text{ kcal}$; $k = 5 \cdot 10^{-3}\text{ cal/cm}^2\text{ s}^{\circ}\text{C}$
- 7) Un recipiente contiene azoto (N_2 ; $PM = 28$) alla pressione di 1 mm Hg e temperatura pari a 27°C . Si stimino:
 a) La massa di una singola molecola, la sua energia cinetica e la velocità quadratica media
 b) Il numero di urti che avvengono ogni secondo su ogni cm^2 di parete.
- 8) Un recipiente cilindrico di sezione pari a 50 cm^2 lungo 1 m contiene un pistone (di massa trascurabile) scorrevole senza attrito lungo le pareti. Tra la base A e il pistone è contenuto un gas perfetto biatomico. Il pistone è collegato all'altra base del cilindro (B) tramite una molla di costante elastica pari a 500 N/m e lunghezza a riposo 25 cm . Nel volume compreso fra la base B e il pistone c'è il vuoto. La temperatura del gas (inizialmente di 27°C) viene fatta diminuire così che la lunghezza della molla passa dal valore iniziale di 10 cm al valore finale di 20 cm



- a) Si calcolino la pressione iniziale, la pressione finale, la temperatura finale e il numero di moli del gas
 b) Si calcolino inoltre, indicandone i segni, il lavoro eseguito dal gas, nonché la variazione di energia interna ed il calore assorbito durante il raffreddamento

Ris.: $P_i = 15\text{ kPa}$, $P_f = 5\text{ kPa}$, $V_i = 4.5\text{ l}$, $V_f = 4.0\text{ l}$, $T_f = 89^{\circ}\text{K}$; $L = -5\text{ J}$, $\Delta E_i = -120\text{ J}$;
 $Q = -30\text{ cal}$

Elettricità e Fisica Moderna- Domande

- 1) Quanto vale in generale il lavoro di una forza elettrostatica che agisce fra cariche puntiformi?
- 2) Come viene definita la differenza di potenziale elettrico e quale è la sua unità di misura?
- 3) Come viene definito il campo elettrico e quale è la sua unità di misura?
- 4) Alcune fra le grandezze elettriche più importanti sono: intensità di corrente, differenza di potenziale, forza elettromotrice e potenza. Quali sono le relative definizioni, quali le unità di misura e quali le più importanti relazioni che le legano?
- 5) Si dia in termini energetici la definizione di Fem di un generatore. Si specifichi inoltre come essa intervenga nella determinazione della ddp ai capi di un generatore ideale
- 6) Cosa si intende per differenza di potenziale e quale ne è l'unità di misura? Spiegare da quali parametri fisici è caratterizzato un generatore reale e come sia possibile calcolare la ddp ai suoi capi in termini di tali parametri quando il generatore eroga una data corrente I .
- 7) Cosa si intende quando si afferma che due resistenze sono collegate in serie o in parallelo? Cosa si può dire delle relazioni che intercorrono fra la ddp ai capi di ciascuna resistenza e quella ai capi del parallelo o della serie? Cosa si può dire delle correnti?
- 8) Come deve essere collegato un amperometro per misurare la corrente che percorre una resistenza?
- 9) Come deve essere collegato un Voltmetro per misurare la ddp ai capi di una resistenza?
- 10) Quale è la definizione di frequenza e di lunghezza d'onda? Quali sono le loro unità di misura?
- 11) Come sono collegate alla velocità di propagazione dell'onda?

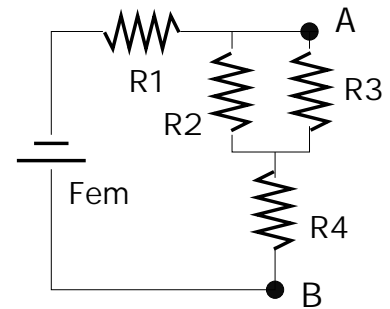
- 12) Quale relazione esiste fra l'energia di un fotone e la frequenza ad esso associata?
 13) Quale è l'interpretazione delle righe osservate nello spettro di assorbimento di una sostanza?
 14) Che cosa si intende quando si parla di atomo ionizzato oppure di atomo eccitato?
 15) Che cosa è l'effetto fotoelettrico?
 16) Cosa si intende quando si parla di atomi idrogenoidi?
 17) Che cosa si può dire dell'energia dell'elettrone di un atomo idrogenoide?

Elettricità e Fisica Moderna - Esercizi

- 1) Si consideri il circuito in figura:

In esso $R_1 = 200 \Omega$, $R_2 = R_3 = 500 \Omega$, $R_4 = 550 \Omega$, $Fem = 12 V$. Calcolare:

- La corrente erogata dal generatore
- La corrente che percorre R_2
- La differenza di potenziale fra i punti A e B



Ris.: a) $I = 12 mA$; b) $I_2 = 6 mA$; $\Delta V = 9.6 V$

- 2) Un generatore G avente resistenza interna $R_i = 10 \Omega$ e $Fem = 6 V$ viene collegato ad una lampadina avente resistenza pari a 20Ω . Calcolare
- la corrente erogata dal generatore
 - la potenza dissipata sulla lampadina (=potenza luminosa)
 - la *ddp* ai capi di essa
 - la potenza complessivamente erogata dal generatore

Si verifichi inoltre che la differenza fra la potenza erogata e quella luminosa è proprio uguale a quella dissipata su R_i .

Volendo aumentare la potenza luminosa si vuole inserire nel circuito una seconda lampadina uguale alla prima. Essa dovrà essere collegata in serie oppure in parallelo? Motivare la risposta e calcolare il nuovo valore della potenza luminosa complessiva.

Ris.: a) $I = 0.2 A$; b) $P = 0.8 W$; c) $\Delta V = 4 V$; d) $P = 1.2 W$; parallelo, $P = 0.9 W$

- 3) Un motore ideale trasforma in lavoro meccanico tutta l'energia elettrica che assorbe. Se un tale motore viene attraversato per $20 s$ da una corrente di $4 A$ mentre la *ddp* ai capi del motore vale $40 V$:
- da quanta carica elettrica viene attraversato il motore in quei $20 s$?
 - quanto lavoro fa il motore in quello stesso periodo di tempo?
 - quale potenza esplica?

Ris.: a) $Q = 80 C$; b) $L = 3200 J$; c) $P = 160 W$

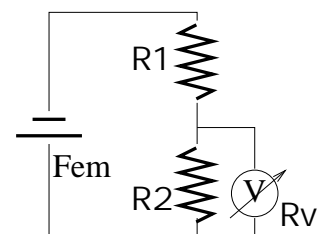
- 4) Due resistenze uguali collegate in serie ad un generatore che produce ai loro capi una *ddp* $= 8 V$, dissipano complessivamente $20 W$.
- Quanto vale la corrente che percorre le due resistenze?
 - Quanto vale ciascuna delle due resistenze?
 - Quanto vale la Fem del generatore se la sua resistenza interna vale 2Ω ?
 - quanto varrebbero la corrente erogata, la *ddp* ai capi del generatore e la potenza dissipata in ciascuna delle due resistenze se esse fossero collegate in parallelo invece che in serie?

Ris.: a) $I = 2.5 A$; b) $R = 1.6 \Omega$; c) $Fem = 13 V$; d) $I' = 4.6 A$, $\Delta V' = 3.8 V$, $P' = 8.7 W$

- 5) Una carica di $75 C$ scorre lungo un filo conduttore in $120 s$.
- Quanto vale la corrente che percorre il filo in questo tempo?
 - Quanti elettroni attraversano il filo durante questo tempo?

Ris.: $I = 0.6 A$; $n = 5 \cdot 10^{20}$

- 6) Quanta carica passa in 30 s attraverso un filo percorso da una corrente pari a 4.5 A?
 Ris.: $Q = 135 C$
- 7) Una batteria può liberare un totale di 0.40 Faraday.
 a) Per quanto tempo la batteria può mantenere una corrente di 0.7 A in un circuito?
 b) Se la Fem della batteria è di 1.5 V, qual'è l'energia che la batteria può fornire?
 Ris.: a) $t = 5.5 \cdot 10^5 s$; b) $E = 5.7 \cdot 10^5 J$
- 8) Un motore solleva 120 mattoni al minuto, ciascuno della massa di 2 kg, dal suolo fino ad un'altezza di 20 m. Supponendo che le perdite di calore del motore siano trascurabili, quanta energia elettrica assorbe il motore? Se il motore è attraversato da una corrente di 1 A, quanto è la ddp ai suoi capi?
 Ris.: $P = 780 W$, $ddp = 780 V$
- 9) Una stufa elettrica libera nell'ambiente 150 cal/s. Se è attraversata da una corrente di 2.85 A, quanto vale la ddp ai suoi capi?
 Ris.: 220 V
- 10) La ddp ai capi di una cella elettrolitica è 6 V quando la cella è attraversata da una corrente di 2 A. Calcolare la potenza totale dissipata nella cella.
 Ris.: 12 V
- 11) Un bollitore elettrico contiene 300 g di acqua che vengono portati da 20°C a 100°C in 5 minuti quando l'intensità della corrente è di 4 A. Si calcoli la resistenza del bollitore.
 Ris.: $R = 20.9 \Omega$
- 12) Una resistenza libera all'esterno 50 cal/min quando è attraversata da una corrente di 1 A. Quanto calore libera in 10 min quando è attraversata da una corrente di 0.5 A?
 Ris.: $Q = 125 cal$
- 13) Due resistenze collegate in serie valgono rispettivamente 3 Ω e 7 Ω e sono percorse da una corrente di 0.4 A. Si calcoli la ddp ai capi della serie, sia direttamente che introducendo il concetto di resistenza equivalente.
 Ris.: $ddp = 4 V$
- 14) Sapendo che le resistenze R_1 ed R_2 , collegate in parallelo, valgono rispettivamente 2 Ω e 5 Ω e che la ddp ai capi del parallelo vale 3 V, si calcoli il valore globale della corrente che scorre nel parallelo. Si faccia il calcolo sia in modo diretto che introducendo la resistenza equivalente.
 Ris.: $I = 2.1 A$
- 15) Un Voltmetro, costituito da una resistenza $R_v = 10 k\Omega$ in serie ad un amperometro, è collegato ad un circuito come indicato in figura e indica una ddp ai suoi capi pari a 7.5 V. Sapendo che $R_1 = R_2 = 20 k\Omega$ si calcolino:
 a) la corrente che percorre il voltmetro
 b) la corrente che percorre R_2
 c) la corrente erogata dal generatore
 d) la Fem del generatore
 e) il valore che assume la ddp ai capi di R_2 quando si disconnette il voltmetro
 Ris.: a) $I_v = 0.75 mA$; b) $I_2 = 0.375 mA$; $I_G = 1.125 mA$; d) $Fem = 30 V$; e) $\Delta V = 15 V$



- 16) Un resistore percorso da corrente è immerso in un recipiente contenente acqua e ghiaccio. Si constata che ogni minuto si sciolgono 5 g di ghiaccio ($\lambda = 80 cal/g^\circ C$). Si calcoli la potenza elettrica dissipata nel resistore.
 Un amperometro in serie al resistore indica una corrente pari a 0.2 A. Quanto vale la resistenza del resistore?
 Ris.: $P = 27.8 W$; $R = 695 \Omega$

17) Ai capi di una resistenza di valore $R = 50 \Omega$, collegata ai mosetti di un generatore, è presente una ddp di $20 V$.

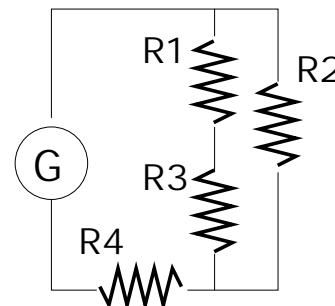
Se si collega in parallelo a questa una seconda resistenza uguale alla prima, la ddp scende a $18 V$.

Si calcolino il valore della Fem e della R_i del generatore.

Ris.: $\Delta V = 22.5 V$; $R = 6.25 \Omega$

18) Nel circuito disegnato in figura, il generatore G ha una resistenza interna $R_i = 100 \Omega$. Inoltre $R_1 = R_2 = R_3 = 200 \Omega$ ed $R_4 = 100 \Omega$.

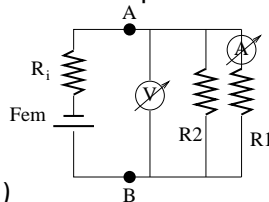
- Come colleghereste un voltmetro per misurare la ddp ai capi di R_4 ?
- Come colleghereste un amperometro per misurare la corrente che percorre R_2 ?
- Se l'indicazione di quest'ultimo fosse pari a $20 mA$, quanto valgono la corrente erogata dal generatore e la Fem di quest'ultimo?



Ris.: a) in parallelo ad R_4 , b) in serie ad R_2 , c) $I = 30 mA$, $\Delta V = 10 V$

19) Un circuito elettrico è costituito da un generatore di $Fem = 10 V$ e resistenza interna 5Ω , a cui sono collegate due resistenze in parallelo R_1 ed R_2 . La ddp ai capi del generatore vale $9 V$ mentre la resistenza R_1 è percorsa da una corrente $I_1 = 100 mA$.

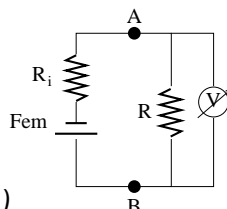
- Disegnare lo schema elettrico del circuito ed il corretto collegamento del voltmetro e dell'amperometro per misurare rispettivamente ddp e I_1
- Quanto vale la corrente che percorre il generatore?
- Quanto valgono la differenza di potenziale e la corrente ai capi della resistenza R_2 ?
- Quanto valgono R_1 ed R_2 e la potenza dissipata in ciascuna di esse?



Ris.: a) ; b) $I = 0.2 A$; c) $ddp = 9 V$, $I_2 = 0.1 A$; d) $R_1 = R_2 = 90 \Omega$, $P = 0.9 W$

20) Ad un generatore reale di $F.e.m = 20 V$ viene collegata una resistenza $R = 50 \Omega$ ai cui capi viene misurata una $d.d.p. = 15 V$.

- Disegnare lo schema elettrico del circuito ed il corretto posizionamento del Voltmetro per misurare la $d.d.p$ ai capi di R .
- Quanto valgono la corrente erogata dal generatore e la resistenza interna?
- Quanto lavoro compie il generatore sulle cariche che lo attraversano in $2 s$?



Ris.: a) b) $I = 0.3 A$, $R_i = 16.7 \Omega$; c) $L = 12 J$

21) Un motore elettrico viene utilizzato per pompare dell'acqua attraverso un dislivello di $2 m$.

- Se la portata richiesta è di $50 \ell/min$, quanto lavoro meccanico il motore svolgerà in un minuto?
- Quale potenza svilupperà? (Si trascurino gli attriti).
- Se la ddp ai capi del motore è pari a $10 V$, quanto sarà la corrente assorbita?
- Se il motore è collegato ad una batteria avente $Fem = 12 V$, quale dovrà essere il valore minimo della resistenza interna di quest'ultimo?

Ris.: a) $L_{mecc} = 981 J$; b) $P = 16.35 W$, c) $I = 1.635 A$, $R_i = 1.22 \Omega$

- 22) Quale campo elettrico e quale potenziale elettrico genera un nucleo di ossigeno ad una distanza di $10^{-10} m$? Quale velocità minima deve avere un elettrone posto a quella distanza per potersi allontanare indefinitamente dal nucleo?

$$Ris.: E = 1.15 \cdot 10^{12} N/C, V = 1.15 \cdot 10^2 V; v = 0.63 \cdot 10^7 m/s$$

- 23) In un punto dello spazio vuoto, alla distanza r da un'unica carica puntiforme è presente un campo elettrico di $500 V/m$ ed un potenziale elettrico di $200 V$. Si trovino il valore di r e della carica Q .

$$Ris.: r = 0.4 m; Q = 9 \cdot 10^{-9} C$$

- 24) Un elettrone di energia iniziale pressoché nulla viene accelerato da un campo elettrico di intensità $E = 10000 V/m$ mentre percorre un tratto di spazio vuoto lungo $20 cm$.

- a) Quanto vale l'energia cinetica finale dell'elettrone espressa in eV e in Joule?
b) Quanto vale la velocità finale dell'elettrone?

$$Ris.: a) E = 2000 eV = 3.2 \cdot 10^{-16} J; b) v = 2.6 \cdot 10^7 m/s$$

- 25) Calcolare il periodo e la lunghezza d'onda di un'onda elettromagnetica di frequenza pari a $900 MHz$

$$Ris.: T = 1.1 ns \quad \lambda = 33 cm$$

- 26) Calcolare la frequenza caratteristica di una radiazione elettromagnetica la cui lunghezza d'onda valga $\lambda = 2 \cdot 10^{-5} cm$. Calcolare l'energia trasportata da ciascun fotone in Joule ed in eV e dire a quale parte dello spettro delle radiazioni elettromagnetiche tale radiazione appartiene.

$$Ris.: f = 1.5 \cdot 10^{15} Hz; E = 10^{-18} J = 6.2 eV$$

- 27) Calcolare la lunghezza d'onda di una radiazione elettromagnetica di frequenza $f = 1.5 \cdot 10^{16} Hz$.

Calcolare l'energia trasportata da ciascun fotone in Joule e eV .

$$Ris.: \lambda = 2 \cdot 10^{-8} m; E = 9.9 \cdot 10^{-18} J = 62 eV$$

- 28) Calcolare la lunghezza d'onda e la frequenza caratteristica di una radiazione elettromagnetica sapendo che l'energia trasportata da un fotone vale $E = 5 \cdot 10^{-18} J$. A quanti eV corrisponde l'energia del fotone?

$$Ris.: f = 7.6 \cdot 10^{15} Hz; \lambda = 4 \cdot 10^{-8} m; E = 31 eV$$

- 29) Utilizzando il modello di Bohr, calcolare l'energia in Joule ed in eV , la frequenza e la lunghezza d'onda delle radiazioni elettromagnetiche emesse da un atomo di idrogeno nelle transizioni:

- a) dallo stato $n = 4$ allo stato $n = 3$
b) dallo stato $n = 3$ allo stato $n = 2$

$$Ris.: a) E = 0.66 eV = 1.1 \cdot 10^{-19} J, f = 1.6 \cdot 10^{14} Hz, \lambda = 1.8 \cdot 10^{-6} m; b) E = 1.89 eV = 3.1 \cdot 10^{-19} J, f = 5 \cdot 10^{14} Hz, \lambda = 6 \cdot 10^{-7} m$$

- 30) Secondo un modello di atomo idrogenoide, a quale distanza a un nucleo di uranio dovrebbe girare un solo elettrone nello stato di energia più basso ($n = 1$)? Quanto varrebbe la sua energia di legame? Quante rivoluzioni compirebbe in un secondo?

$$Ris.: d = 5.5 \cdot 10^{-13} m; E = 115 keV; f = ???$$

- 31) Un elettrone ruota nell'orbita K di un atomo di Cobalto ($Z = 27$). Si stimi il valore dell'energia di ionizzazione di quell'elettrone. Come si potrebbe valutare l'energia di ionizzazione di un elettrone che si trova nell'orbita L ? (Energia di ionizzazione dell'atomo di idrogeno = $13.6 eV$).

- 32) Un fascio di radiazione elettromagnetica di lunghezza d'onda pari a $0.8 \mu m$ incide su un metallo in cui l'energia di legame degli elettroni al metallo vale $\phi = 0.9 eV$.

- a) Quanto valgono la frequenza della radiazione e.m. e l'energia trasportata dal singolo fotone?
b) E' possibile che si manifesti l'effetto fotoelettrico? Se sì quanto valgono l'energia cinetica e la velocità finale degli elettroni?

$$Ris.: E = hc/\lambda = 1.5 eV; E_e = E - \phi = 0.6 eV; v = \sqrt{\frac{2E_e}{m}} = 4.6 \cdot 10^5 m/s$$

- 33) Quale energia di legame possiede un elettrone nell'orbita K dell'atomo di Calcio ($Z = 20$)? Quale lunghezza d'onda minima deve avere un fotone per provocare l'effetto fotoelettrico su questo elettrone?

- 34) Un elettrone possiede una energia di $-9.8 eV$ quando si trova nel suo stato fondamentale e una energia di $-7.5 eV$ quando viene portato in uno stato eccitato.

- a) Quanta energia possiede un fotone assorbito nella transizione dallo stato fondamentale a quello eccitato?
 b) Quanto valgono la frequenza e la lunghezza d'onda associate a quel fotone?

$$\text{Ris.: } a) E = 2.3 \text{ eV} = 3.7 \cdot 10^{-19} \text{ J}; \quad b) f = 5.6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}; \quad \lambda = 5.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- 35) Quale è la minima energia che deve avere un fotone per indurre effetto fotoelettrico su un atomo idrogenoide (inizialmente nel suo stato fondamentale) il cui nucleo contenga 3 protoni?
 a) Un fotone ha energia pari a $2 \cdot 10^{-17} \text{ J}$: a quanti eV corrisponde?
 b) Può quel fotone indurre effetto fotoelettrico sull'atomo di cui sopra?
 c) Quale frequenza è associata a quel fotone?
 d) Quanto vale l'energia finale dell'elettrone?

Elettricità e Fisica Moderna - Altri esercizi

- 1) Ad una batteria avente $Fem = 12 \text{ V}$ viene collegata una resistenza $R = 10 \Omega$. La potenza dissipata su tale resistenza vale 8 W . Disegnare lo schema elettrico e calcolare:
 a) la corrente erogata dal generatore e la ddp ai capi di esso.
 b) La resistenza interna del generatore, la potenza dissipata su di essa e quella complessivamente erogata dal generatore.
 c) E' possibile sostituire la resistenza esterna R con una resistenza diversa R' di valore opportuno in modo da avere in R' una potenza dissipata uguale a quella dissipata in R ? Come mai? Quanto deve valere R' perchè ciò avvenga?
 d) In queste nuove condizioni quanto vale la potenza complessivamente erogata dal generatore?

$$\text{Ris.: } a) I = 0.89 \text{ A}, \quad ddp = 8.9 \text{ V}; \quad b) R_i = 3.5 \Omega, \quad P_{diss} = 2.76 \text{ W}, \quad P_{erog} = 10.76 \text{ W}; \quad c) \text{ si}$$

- 2) La resistività del rame vale circa $1 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$. Si calcoli la resistenza di un filo lungo 1 km e di sezione 1 mm^2 . Si calcoli inoltre la potenza dissipata nel filo quando è attraversato da una corrente di 2 A
 3) Un filo di nichel-cromo ($\rho = 1.6 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$) è lungo 2 m e ha un diametro di $1/5 \text{ mm}$. Calcolare la sua resistenza

$$\text{Ris.: } R = 100 \Omega$$

- 4) Un protone che al tempo $t = 0$ si muove lungo l'asse x con velocità iniziale pari a $6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$, incontra un campo elettrico di intensità $E = 10^5 \text{ V/m}$ diretto lungo l'asse y .
 a) Quanto vale l'accelerazione del protone?
 b) Quale tipo di moto ha luogo lungo l'asse x ? E lungo l'asse y ?
 c) Quale traiettoria percorre?
 d) Quanto tempo occorre perché il protone acquisti una velocità in direzione dell'asse y pari a quella che ha lungo l'asse x ?
 e) Quali distanze ha percorso nel frattempo lungo l'asse x e lungo l'asse y ?

$$\text{Ris.: } a) 8.9 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2; \quad b) \text{ rettilineo uniforme (x), uniformemente accelerato (y); } \quad c) \text{ parabola}; \\ d) t = 6.7 \mu\text{s}; \quad e) \Delta x = 4 \text{ m}, \quad \Delta y = 2 \text{ m}$$

- 5) L'elettrone di un atomo di idrogeno si trova nello stato fondamentale, Calcolare il modulo della sua velocità nonché del suo impulso.

Tenendo conto che il doppio dell'ultimo valore costituisce l'indeterminazione sulla conoscenza dell'impulso dell'elettrone, moltiplicarlo per il diametro dell'atomo di idrogeno (che misura l'indeterminazione sulla posizione dell'elettrone) e confrontare il risultato ottenuto con la costante di Plank divisa per 2π .

$$\text{Ris.: } p = 2 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/s}$$