

Tesi di Laurea in Fisica

Analisi del modello di decoerenza di Joos e Zeh

Candidato: Andrea Viale
Relatore: prof. Nino Zanghì
Correlatore: dott. Nicola Maggiore

Risultati:

- ✓ **riorganizzazione** e **presentazione** del modello di decoerenza di Joos e Zeh
- ✓ **miglioramento** nelle stime numeriche ed **applicazione** all'esperimento di diffrazione di Zeilinger su fullerene (Nature, 1999);
- ✓ **derivazione** del modello da condizioni fisiche più generali.

Evoluzione dei sistemi quantistici

È presente un differente comportamento nell'evoluzione di un sistema:

- un' **evoluzione unitaria**, che discende dall'equazione di Schrödinger:

$$|\varphi\rangle = \sum_j c_j |\varphi_j\rangle \xrightarrow{t} e^{\frac{i}{\hbar} H t} \sum_j c_j |\varphi_j\rangle$$

- il **collasso** in uno stato determinato da un'operazione di misura (eseguita su un osservabile con autostati $|\varphi_j\rangle$) descritto dal **postulato di Von Neumann**:

$$\sum_j a_j |\varphi_j\rangle \xrightarrow{t \approx 0} |\varphi_j\rangle \quad \text{con probabilità } |a_j|^2$$

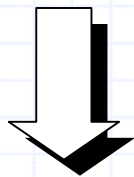
(j individua il risultato della misura)

Un sistema può essere descritto anche tramite la **matrice densità**:

$$\rho \equiv |\varphi\rangle\langle\varphi| = \sum_{i,j} a_i a_j^* |\varphi_i\rangle\langle\varphi_j|$$

Le due evoluzioni descritte si traducono nel seguente modo:

Equazione di Schrödinger:



$$\frac{d}{dt} \rho(t) = [\hat{H}, \rho(t_0)]$$

**Equazione
di Liouville
quantistica**

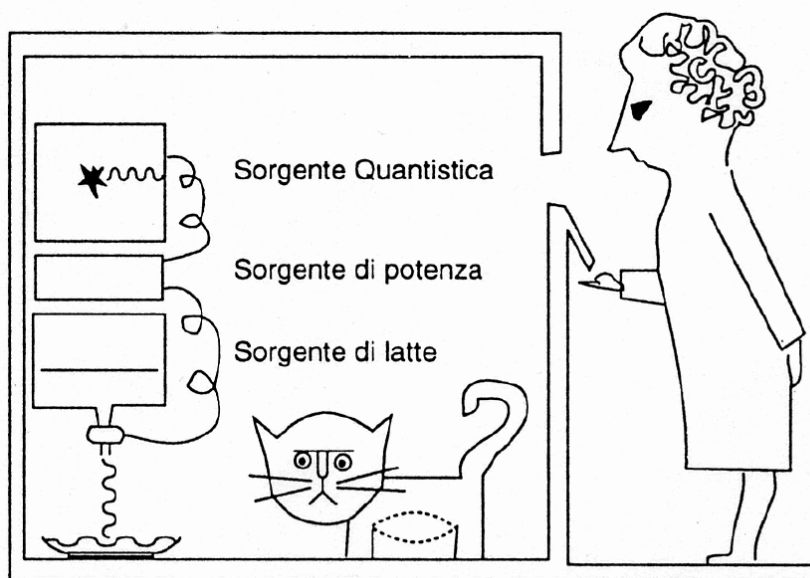
Processo di misura:

$$\sum_{i,j} a_i a_j^* |\varphi_i\rangle\langle\varphi_j| \xrightarrow{t \approx 0} \sum_i |a_i|^2 |\varphi_i\rangle\langle\varphi_i|$$

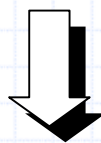
**evoluzione di ρ in forma diagonale
nella base della misura**

Presenza dell'Ambiente

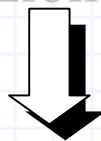
Nella MQ è problematico giustificare perché non sono osservabili sovrapposizioni macroscopiche (**gatto di Schrödinger**).



DECOERENZA



L'ambiente misura in
continuazione i sistemi



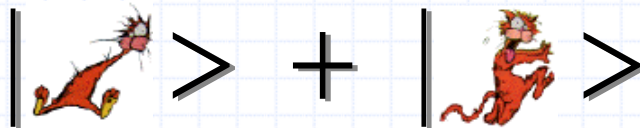
collasso degli stati



Perché un Modello di interazione con l'ambiente?

Descrivere la dinamica della decoerenza ha numerose applicazioni.

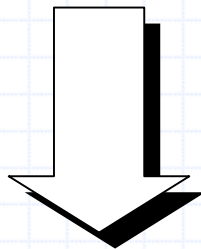
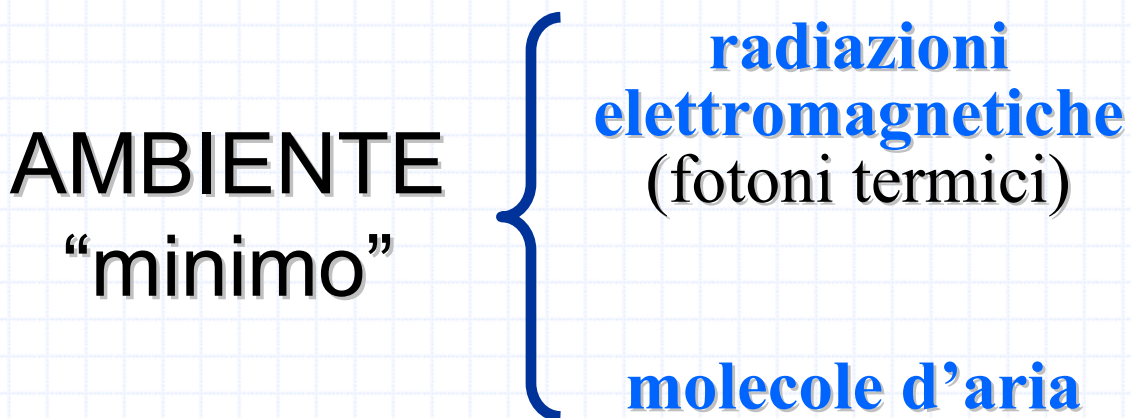
- a) il ruolo della **decoerenza** nella Meccanica Quantistica;
- b) durata delle **sovrapposizioni macroscopiche**:



- c) **esperimenti di interferenza**;
- d) **quantum computation**;

Possibile Schematizzazione di Ambiente

Considereremo gli **ambienti** più **comuni e frequenti** nella realtà, difficili da eliminare e da schermare anche nelle *sperimentazioni* in laboratorio.



È possibile descrivere l'effetto di un ambiente sui suoi sottosistemi tramite **fenomeni diffusivi**.

Il modello di Joos e Zeh

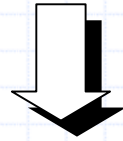
(Zeitschr. Phys. 1985)

Poggia sulle ipotesi:

- 1) particelle dell'ambiente con energie modeste e $M \gg m$ (ipotesi di **assenza di rinculo**);
- 2) tra sistema e ambiente **numero molto elevato di urti** per unità di tempo;
- 3) particelle tra loro **indipendenti** e **distribuite in modo casuale**;
- 4) funzioni d'onda delle particelle autostati dell'impulso (**onde piane**)

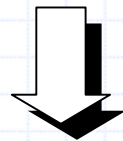
In queste ipotesi:

la dinamica interna e quella
esterna sono separabili



equazione di
Liouville quantistica

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = i\hbar \frac{d\rho}{dt} \Big|_{\text{int.}} + i\hbar \frac{d\rho}{dt} \Big|_{\text{urti}}$$

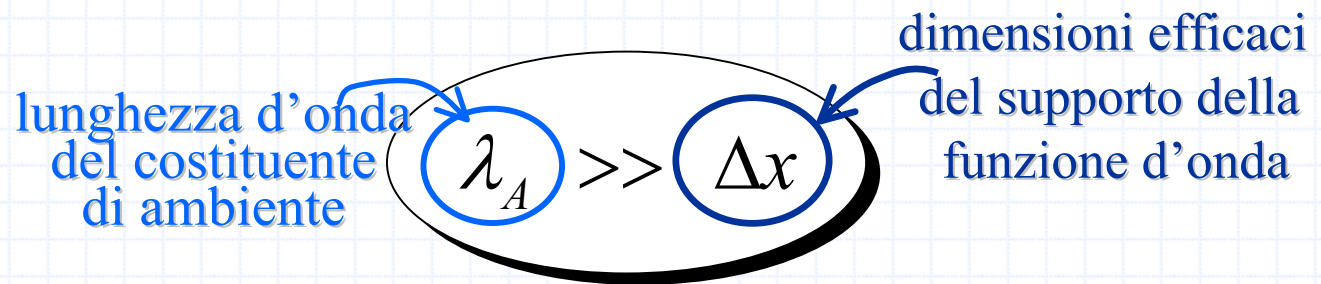


nei tempi in cui si svolgono gli urti:

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} \approx i\hbar \frac{d\rho}{dt} \Big|_{\text{urti}}$$

Risultati e applicazioni del modello

Gli **urti** sono individualmente **ineffiaci** a rompere la coerenza dello stato di un sistema se:



Tuttavia calcolando:

$$i\hbar \left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{\text{urti}} \approx i\hbar \frac{\Delta\rho}{\Delta t}$$

variazione di ρ dovuta agli urti durante Δt

intervallo di tempo in cui si svolge la misura

si trova che:

**molti urti producono decoerenza
in tempi molto brevi**

Il risultato finale è:

$$\rho(\vec{x}, \vec{x}', t) \approx \rho(\vec{x}, \vec{x}') e^{-F(\vec{x}-\vec{x}') t}$$

matrice densità
al tempo t_0

dove F è la **funzione di localizzazione** ed \vec{x} e \vec{x}' individuano il generico elemento di matrice.

In particolare:

- per $\lambda_A \gg \Delta x$ si trova che:

$$F(\vec{x} - \vec{x}') \approx \Lambda |\vec{x} - \vec{x}'|^2$$

racchiude tutta la dipendenza dagli urti (densità di particelle, lunghezza d'onda λ_A , ampiezza di scattering)

- per $\lambda_A \ll \Delta x$ si trova che:

$$F(\vec{x} - \vec{x}') \approx \text{costante}$$

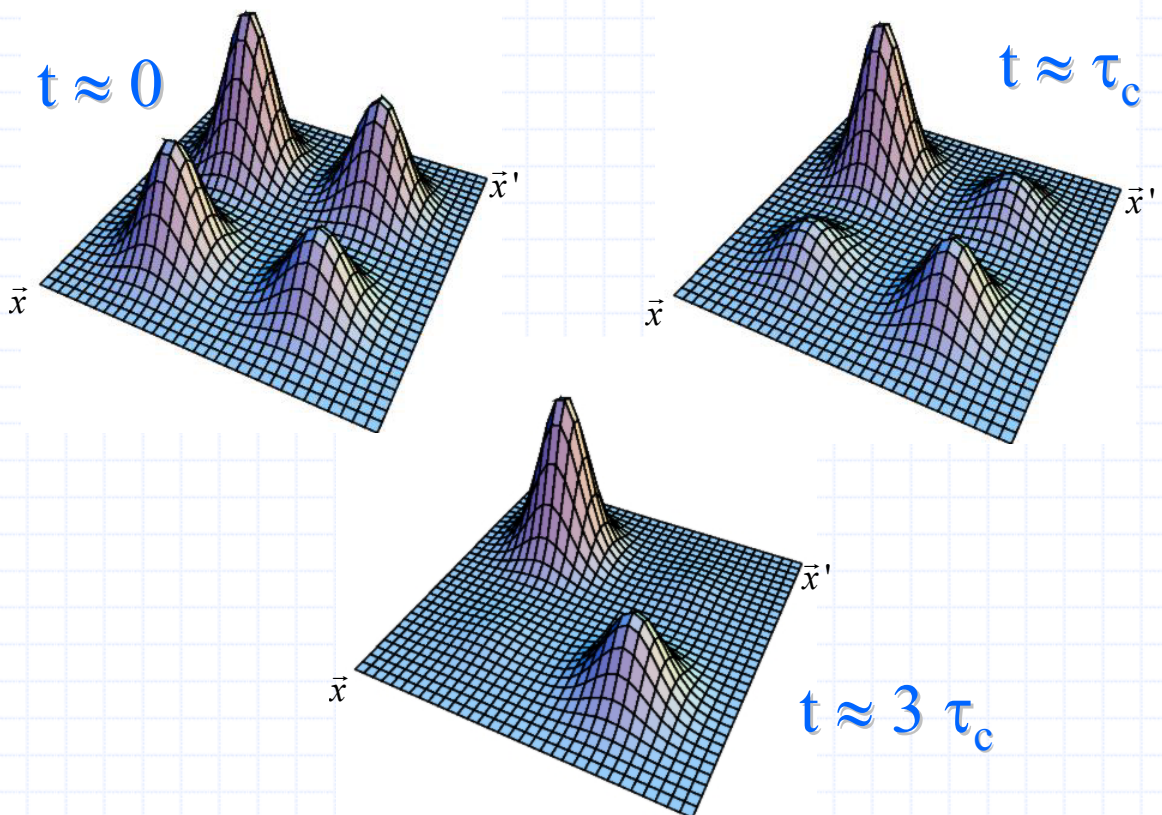
per tutti gli elementi di matrice non diagonali

Tempo di coerenza: $\tau_c \equiv \frac{1}{F(\Delta x)}$

ambiente \ oggetto	10^{-4} m	10^{-7} m	10^{-9} m
Aria a 300K e 1atm	10^{-31}	10^{-4}	10^{12}
Radiazione ambiente	10^{-41}	10^{-15}	10

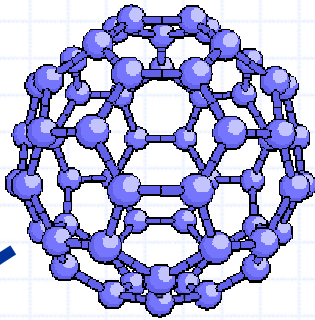
(tempo di coerenza, secondi)

Esempio: (pacchetto gaussiano)

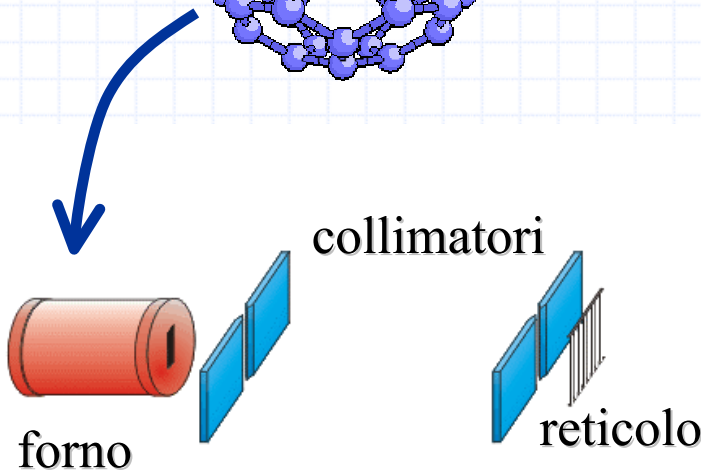


Diffrazione del Fullerene

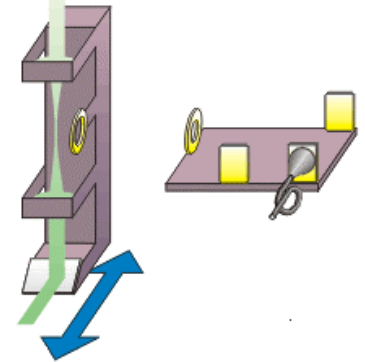
(Zeilinger, Nature 1999)



60 atomi di Carbonio
($T \approx 650 \text{ K}$)

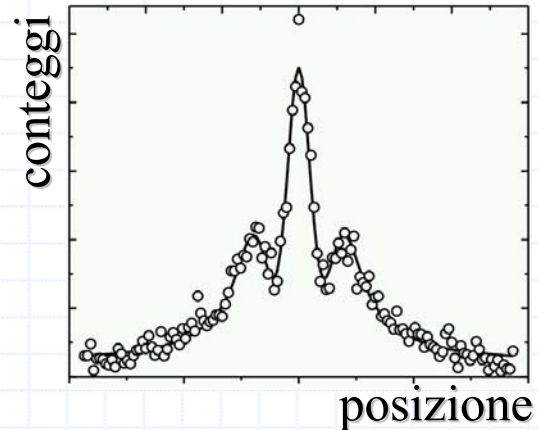
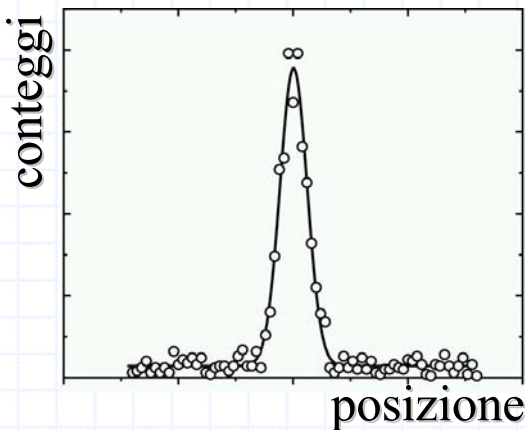


rilevatore di fullerene



Senza Reticolo

con Reticolo



Diffrazione da fasci parzialmente coerenti?



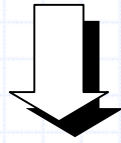
- Il grado di coerenza iniziale è dovuto a:
 - *spread* delle lunghezze d'onda;
 - geometria dell'apparato

- Come visibilità delle frange μ è pari a:

$$\mu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

- È noto analiticamente per diffrazione *alla Young* con sorgente a fenditura.

Il fascio risulta molto esteso rispetto al passo del reticolo



in prima approssimazione

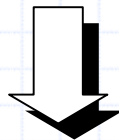
vi è coerenza parziale solo per coppie adiacenti di fenditure, ed il fascio è scorrelato per le altre

dal MODELLO DI JOOS E ZEH:

• Aria (300K, $5 \cdot 10^{-8}$ mbar): $\tau_c \approx 0.03$ s

• Radiazione em ($T = 300$ K): $\tau_c \approx 10^4$ s

Il fenomeno di diffrazione si svolge in un tempo pari a: $\tau_v \approx 0.01$ s $\approx 3 \tau_c$



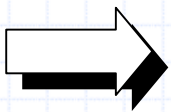
parziale decoerenza del fascio
per effetto degli urti

Quindi l'espressione di μ che tiene conto di tutte le cause di incoerenza è:

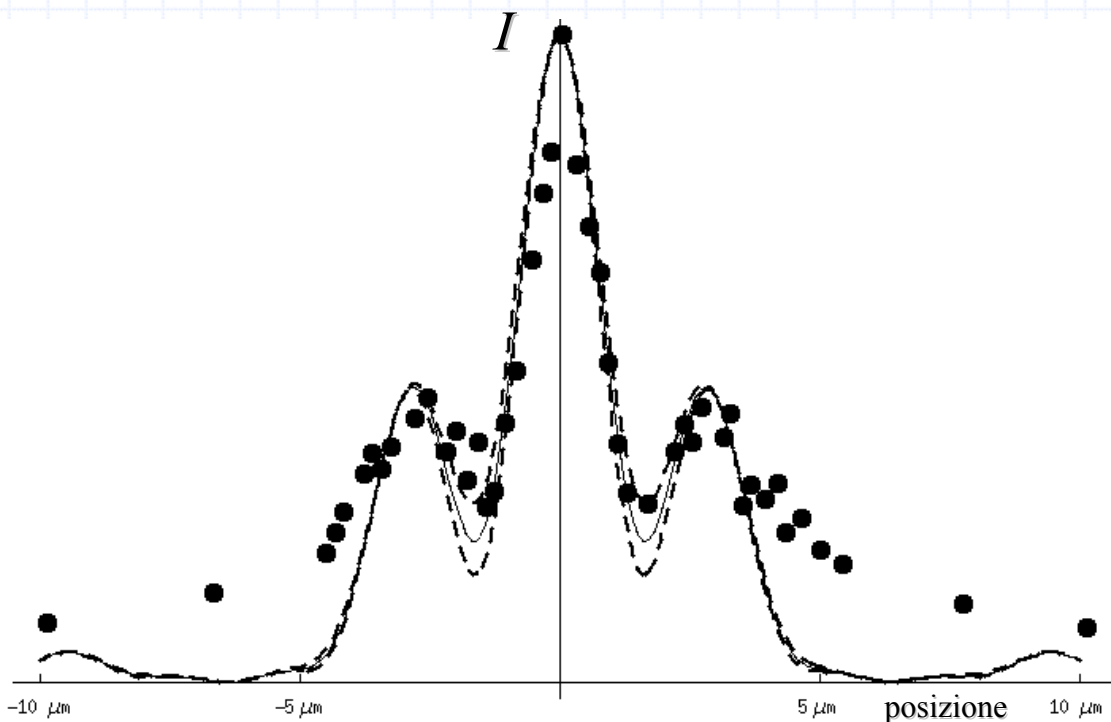
fattore
geometrico

$$\mu_f \approx \underbrace{\mu}_{\text{fattore geometrico}} \underbrace{e^{-F(\Delta x) \tau_v}}_{\text{tiene conto della perdita di coerenza dovuta agli urti}} = \mu e^{-\frac{\tau_v}{\tau_c}} \approx (49 \div 66) \%$$

Il valore sperimentale, ricavato come visibilità delle frange, è pari a circa 50 %



il modello riproduce le misure



Derivazione del modello da condizioni fisiche generali

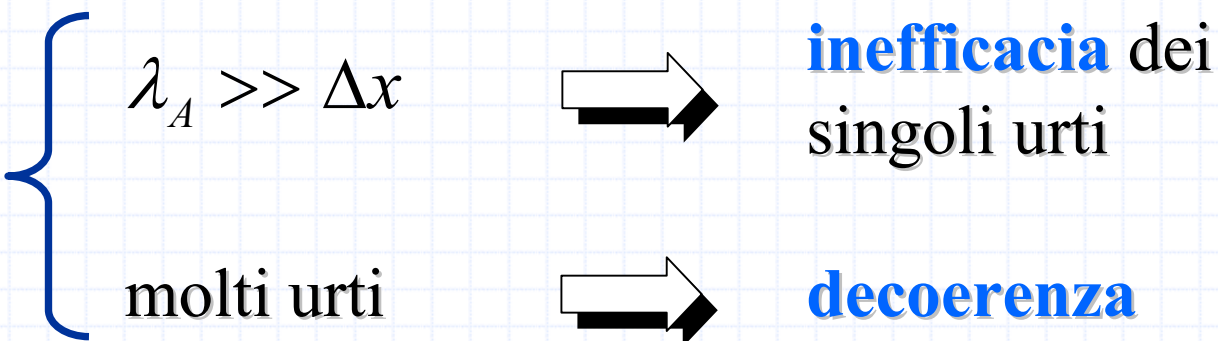
Limiti e problemi del modello presentato:

- presenza di onde piane e della *scatola finita* per renderle normalizzabili;
- tempi di osservazione asintotici.

Ne abbiamo eseguito una reformulazione per:

- **pacchetti normalizzabili;**
- **tempi di descrizione finiti**

Si trova che è vero in generale:



Dalla **legge dei grandi numeri**:

numero medio di urti
per unità di tempo

$$\rho(t) = \rho(t_0) \prod_{i=1}^{N\Delta t} g_i \approx \rho(t_0) e^{-N \langle 1-g \rangle (t-t_0)}$$

effetto di ogni singolo urto
(dinamica esatta a tempo
finito del sistema)

media eseguite
su tutti gli urti

Assumiamo:

1. le funzioni d'onda autostati approssimati dell'impulso:

$\|\cdot\|_2$ del pacchetto $\rightarrow \delta$ di Dirac

2. intervallo di osservazione **tendente all'infinito** su scala di tempi microscopica
breve sulla scala di tempi macroscopica

Si trova:

$$\langle 1 - g \rangle \longrightarrow \frac{F(\vec{x} - \vec{x}')}{N}$$

la funzione F
del modello
di Joos e Zeh

e quindi:

$$\rho(\vec{x}, \vec{x}', t) \approx \rho(\vec{x}, \vec{x}') e^{-F(\vec{x} - \vec{x}') (t - t_0)}$$

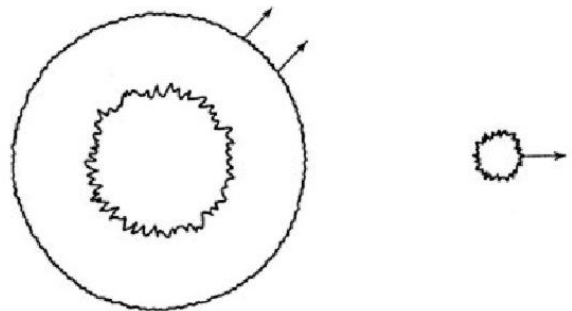
come nel modello stazionario.

A partire da questi risultati a tempo finito sono possibili **altre schematizzazioni.**

Es: (pacchetti che non si sparpagliano e ben definiti macroscopicamente nell'impulso)

Relazioni complicate, ma in forte analogia con quelle di Joos e Zeh.

Interpretazione fisica di gusci sferici e pacchetti trasmessi, che si espandono allo scorrere del tempo.



Sviluppi

- **massa finita** del sistema;
- **simulazione numerica** del reticolo di diffrazione;
- **analisi fisico-matematica** rigorosa dei processi di limite eseguiti nella schematizzazione;
- derivazione del **moto browniano quantistico** in un modello realistico di fluido.