

Chiariamo l'idea che sta alla base delle serie asintotiche confrontandole con le serie convergenti. Consideriamo la serie di potenze intorno a $z = z_0$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n.$$

Questa serie di potenze è *convergente* ad una funzione $f(z)$ per $|z - z_0| < R$, per qualche $R \geq 0$, se il resto

$$R_N(z) = \sum_{n=N+1}^{\infty} a_n(z - z_0)^n \rightarrow 0$$

quando $N \rightarrow \infty$ **per ogni z fissato che soddisfa** $|z - z_0| < R$. Diciamo invece che una funzione $f(z)$ ha uno sviluppo asintotico

$$f(z) \sim \sum_{n=0}^{\infty} a_n(z - z_0)^n.$$

se

$$R_N(z) = o\left((z - z_0)^N\right)$$

quando $z \rightarrow z_0$, **per ogni N fissato**. Detto in altri termini, per una serie convergente, **dati ϵ e z ,**

$$|f(z) - S_N(z)| < \epsilon$$

per N sufficientemente grande, mentre per una serie asintotica, **dati ϵ e N ,**

$$|f(z) - S_N(z)| < \epsilon|z - z_0|^N$$

per z sufficientemente prossimo a z_0 .