

22 EQUILIBRIO E MOVIMENTO

L'equilibrio di Archimede

La teoria aristotelica del movimento e i suoi sviluppi

La teoria aristotelica del moto (per il mondo sub-Lunare) si basa su due principi fondamentali:

- (1) Non c'è alcun movimento senza un motore a contatto con il corpo in movimento.
- (2) Se il motore è interno al corpo, il movimento è *naturale*; se è esterno, il movimento è *forzato*.

Un movimento forzato è non naturale in quanto risulta nella rimozione dell'oggetto dal suo luogo naturale. Sono due i fattori che influenzano un tale movimento: la forza motrice e la resistenza del mezzo in cui il corpo si muove (per esempio, aria o acqua). In notazioni moderne, dette F la forza motrice, R la resistenza del mezzo e V la velocità (scalare) del corpo, la *legge del moto* di Aristotele è

$$V \propto F/R$$

(dove il simbolo \propto significa "proporzionale a"). Affinché ci sia movimento occorre che $F > R$. Quando $F \leq R$, Aristotele dice che non si ha alcun movimento.

Consideriamo adesso la domanda: *Se si lasciano cadere dalla stessa altezza una palla di legno e una palla di ferro dello stesso raggio, quale arriverà per prima a terra?*

La teoria del movimento di Aristotele predice che sarà la palla più pesante (cioè quella di ferro) ad arrivare per prima. In particolare se $\alpha = F_{\text{ferro}}/F_{\text{legno}}$ è il rapporto tra i pesi delle due palle, la palla di legno impiegherà un tempo di caduta che è α volte più grande di quello della palla di ferro. Vediamo il ragionamento

- (1) Quando un corpo è lasciato cadere partendo da fermo il suo movimento è naturale: la forza motrice F è interna al corpo è (proporzionale a) il suo peso.

- (2) Sia T il tempo richiesto per percorrere una data distanza.
 (3) *Assunzione*: $V \propto 1/T$ (maggiore la velocità, minore il tempo di caduta).

(4) Siano

V_{ferro} = velocità della palla di ferro
 T_{ferro} = tempo di caduta della palla di ferro
 V_{legno} = velocità della palla di legno
 T_{legno} = tempo di caduta della palla di legno

(5) Allora $V_{\text{legno}}/V_{\text{ferro}} = T_{\text{ferro}}/T_{\text{legno}}$

(6) Ma $V \propto F$ (legge del moto; la resistenza R dell'aria è la stessa per le due palle)

(7) Quindi, $F_{\text{legno}}/F_{\text{ferro}} = T_{\text{ferro}}/T_{\text{legno}}$

(8) Vale a dire, $T_{\text{legno}} = (F_{\text{ferro}}/F_{\text{legno}})T_{\text{ferro}} = \alpha T_{\text{ferro}}$.

Questo vuol dire che se la palla di ferro è 10 volte più pesante di quella di legno, il suo tempo di caduta sarà 1/10 di quello della palla di legno.

Ci si può chiedere se questa ricostruzione in notazione moderna faccia violenza ad Aristotele. In larga parte direi no, eccetto forse per l'uso della nozione di velocità. Aristotele ragionava in termini di distanze e tempi e la nozione di velocità come termine scientifico con valori numerici fu un contributo del Medio Evo (vedere sotto).

MOTO DI UN PROIETTILE

Il problema fondamentale è di stabilire che cosa mantiene il proiettile in movimento dopo che ha lasciato la mano del lanciatore. La risposta di Aristotele si basa sulla nozione di *antiperistasi* (ἀντιπερίστασις, “contro” + “circondare”) di derivazione platonica. Nella scienza aristotelica questa nozione è utilizzata per spiegare processi in cui una certa qualità viene rafforzata dall'incontro con ciò che le si oppone.¹

Nel caso del proiettile, il fenomeno di antiperistasi consiste nel fatto che il mezzo che si oppone al movimento — l'aria o l'acqua — fluendo attorno all'oggetto e riempiendo così lo spazio lasciato dietro, lo spinge in avanti. Occorre

¹Per esempio, era usata per spiegare come il freddo, in certe occasioni, fa aumentare la temperatura del corpo o come la calce viva (ossido di calcio CaO) rilasciava calore violentemente quando era bagnata con acqua fredda. Oggi sappiamo che la reazione chimica che porta al formarsi di idrossido di calcio ($CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$) è una reazione esotermica, cioè associata a rilascio di calore. Ippocrate s usava la nozione generale di antiperistasi per spiegare che “le viscere sono più calde in inverno che in estate”.

però un motore per far muovere il proiettile. In che modo il mezzo diventa un motore?

L'idea di Aristotele è che la forza motrice iniziale impartita dal lanciatore al proiettile trasferisce al mezzo che inizialmente circonda l'oggetto un *potere* ad agire come forza motrice. In altre parole, il mezzo, una volta mosso, diviene a sua volta motore. Il mezzo quindi forza l'oggetto in una nuova regione e il processo si ripete e così via. L'attrito e il moto naturale del proiettile faranno poi diminuire la forza motrice, finché l'intero movimento cessa.

Dunque, anche se appare continuo, il moto di un proiettile è un processo discreto, a "salti": il movimento appare continuo, ma è il prodotto da un insieme discreto di motori contigui. L'antiperistasi ha la funzione di assicurare agli elementi in gioco la contiguità della funzione di muovere ed esser mosso e la simultaneità del loro venir meno.

SVILUPPI SUCCESSIVI

Filopono Riassumiamo sinteticamente il contributo di Giovanni Filopono (490–570):

- (1) Il mezzo fa resistenza al movimento, non l'aiuta a muoversi.
- (2) Quindi il potere di spostarsi è dato non dal mezzo, ma dall'oggetto stesso.
- (3) Ma allora sarebbe possibile un movimento nel vuoto.
- (4) Come può questo conciliarsi con le distinzioni aristoteliche tra movimento naturale e forzato, tra "motore" e "mobile"?

Buridano Le idee di Filopono furono portate alle loro logiche conseguenze da Giovanni Buridano (1300–1360), le cui idee possono essere così riassunte:

- (1) L'*impeto* è la forza impressa al proiettile che è la causa del movimento continuo.
- (2) Maggiore è la velocità iniziale e la quantità di materia, maggiore è l'impeto.
- (3) Non necessariamente l'impeto si dissipa.

(si osservi che in notazione moderna, la (2) può essere espressa come $P \propto mV$, avendo indicato con P l'impeto, con m la quantità di materia e con V la velocità del corpo.)

Buridano esprime queste idee nel suo trattato *Questioni sugli otto libri della Fisica di Aristotele*, dove confuta la teoria di Aristotele secondo cui la continuazione del moto del proietto è dovuta all'aria la quale, in qualche modo, gli trasmette l'azione motrice. Ecco il passo rilevante:

Possiamo dunque e dobbiamo dire che al sasso o a un altro proietto viene impressa una tale cosa, la quale è la virtù motrice di quel proietto, e ciò pare meglio che ricorrere all'azione dell' aria per far muovere il proietto. Pare infatti piuttosto che l' aria resista al moto. Mi sembra perciò che si debba dire che il motore, muovendo il mobile, gli imprime un impeto o una certa virtù motrice (vis motiva) di quel mobile nella direzione nella quale il motore lo muoveva, sia verso l'alto sia verso il basso, sia lateralmente sia in cerchio, e quanto più velocemente il motore muove quel mobile, tanto più forte impeto gli imprimerà. E da quell'impeto è mosso il sasso dopo che il motore ha cessato di muovere. Ma a causa della resistenza dell'aria e della gravità del sasso, che inclina in una direzione contraria a quella verso cui l' impeto muove, quell'impeto si indebolisce (remittitur) continuamente. Perciò il moto di quella pietra diventa sempre più lento, e infine quell'impeto si consuma e corrompe a tal punto che la gravità della pietra ne ha ragione e muove la pietra in basso verso il suo luogo naturale.

Troviamo qui, in forma embrionale, la prima formulazione del principio d'inerzia, che è la prima legge del moto di Newton ("Ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, salvo che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse "). Per Buridano, infatti, se non fosse per la resistenza dell'aria, l'impeto si conserverebbe e il movimento sarebbe di durata infinita.

Da Oresme a Galileo

L'analisi matematica del concetto di velocità fu probabilmente il passo più importante che favorì lo sviluppo della teoria del movimento — cioè della cinematica. Le due definizioni di base della cinematica (presenti in qualunque testo di fisica elementare) sono:

Moto rettilineo uniforme Si dice che un mobile si muove di moto rettilineo uniforme quando esso si sposta su di una retta percorrendo spazi uguali in tempi uguali.

Moto rettilineo uniformemente accelerato Si dice che un mobile si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato quando esso si sposta su di una retta con una velocità che varia di quantità uguali in intervalli di tempo uguali.

Queste due definizioni sono usualmente attribuite a Galileo Galilei (1564–1642) e fanno parte della struttura assiomatica della cinematica che Galileo presenta in forma compiuta in *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (1638).

Si tratta, tuttavia, di nozioni più antiche. Nel 14° secolo, i cosiddetti “calcolatori di Oxford” del collegio Merton e i loro collaboratori francesi come Nicole Oresme avevano chiare queste definizioni. Sulla base di queste e di ragionamenti geometrici avevano dimostrato il teorema della velocità media, noto anche come il teorema di Merton. Questo teorema afferma che *un mobile uniformemente accelerato percorre la stessa distanza di un mobile con velocità uniforme la cui velocità è la metà della velocità finale del corpo accelerato* (assumendo che il mobile parta fermo).

Questi scienziati medievali hanno dimostrato questo teorema — che è il fondamento della “legge di caduta dei gravi” — molto prima di Galileo, a cui è generalmente dato il credito. Il fisico matematico e storico della scienza Clifford Truesdell, ha scritto:

Le fonti ora pubblicate ci dimostrano, al di là contesa, che le principali caratteristiche cinematiche del moto uniformemente accelerato, ancora attribuite a Galileo dai testi di fisica, sono stati scoperte e dimostrate dagli studiosi del Collegio Merton. [. . .] In linea di principio, le qualità della fisica greca furono sostituite, almeno per i movimenti, dalle quantità numeriche che hanno governato la scienza occidentale da allora. Il lavoro si diffuse rapidamente in Francia, Italia, e in altre parti d'Europa. Quasi immediatamente, Giovanni di Casale e Nicole Oresme pensano come rappresentare i risultati per grafici geometrici, introducendo la connessione tra la geometria e il mondo fisico che è diventato un seconda un'abitudine caratteristica del pensiero occidentale . . .

Il moto uniforme, le navi e il principio di relatività

Nel *Discorsi*, Galileo definisce il moto uniforme (senza specificare che sia rettilineo) come: “Moto eguale o uniforme intendo quello in cui gli spazi percorsi da un mobile in tempi eguali, comunque presi, risultano tra di loro eguali.” In altre parole, in un moto uniforme, la distanza percorsa D è proporzionale al tempo T rimpiegato per percorrerla, $D \propto T$.

Nel *Dialogo*, Galileo fornisce una convincente argomentazione a supporto dell'affermazione che *il movimento uniforme, sotto certe condizioni, non è osservabile*. Si tratta del famoso passo della nave:

Rinserratevi con qualche amico nella maggior stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anche un gran vaso d'acqua e dentrovi de' pescetti; sospendasi anche in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animalletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza: i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto. [...] Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, perché niun dubbio ci sia che mentre il vascello sta fermo non debban succeder così, fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; che (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina o pure sta ferma [...] Le goccioline cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso [...] e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i loro voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accadrà che si riduchino verso la parte che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche di tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo trattenendosi per aria, saranno state separate.

La non osservabilità del movimento uniforme mediante esperimenti interni — cioè senza guardare “fuori” — è, nel caso di movimenti rettilinei, un'altra faccia del principio di inerzia, che afferma, nella formulazione successiva di Newton, che “ciascun corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme, salvo che sia costretto a mutare quello stato da forze impresse”.

In altre parole, non c'è modo di dire (da esperimenti con le farfalle, ecc) all'interno di una struttura chiusa se essa sia in quiete o in moto uniforme. Quindi: *non si può determinare se la Terra è in quiete o in moto uniforme*. Questo fu l'argomento principe che Galileo usò contro chi si opponeva al sistema

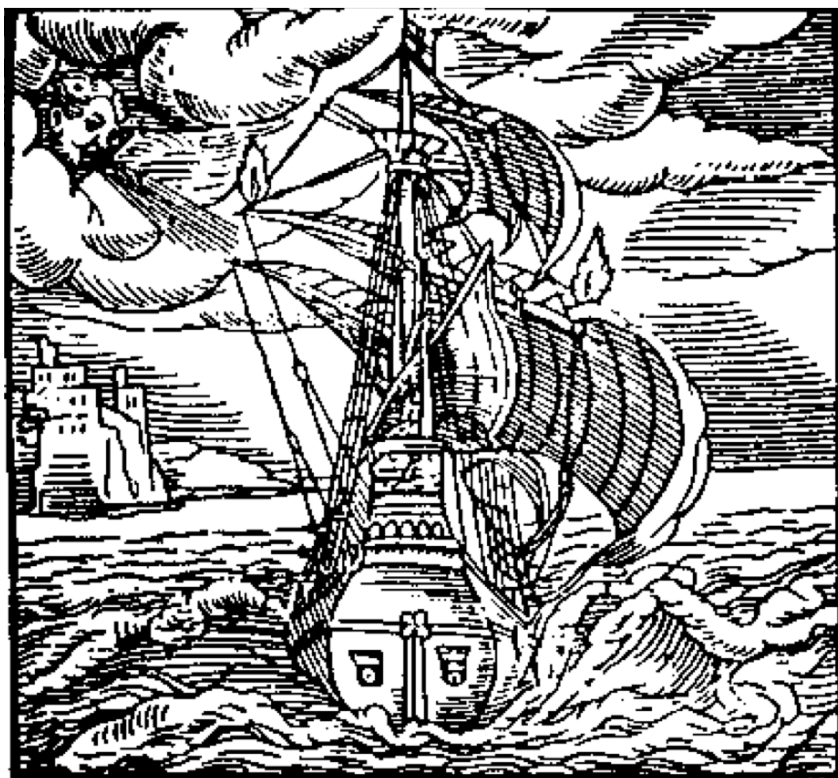


Figura 22.1:
Illustrazione tratta da
“La cena delle ceneri”
(1584), dove Giordano
Bruno enuncia quel
che oggi chiamiamo il
principio di relatività.

copernicano. Era stato sempre detto e pensato che se la terra si muove, nel tempo impiegato dalla pietra per cadere, la terra si sarebbe spostata. Si poteva affermare che era ovvio e controllabile sperimentalmente che la terra non si muoveva. Inoltre voi avete visto gli uccelli che volano nel cielo. Se l'uccello si trova su un albero e inizia a volare, l'albero, che si sposta alla velocità della terra finirà per sorpassare l'uccello stesso. Inoltre le nuvole, se la terra è in movimento, resterebbero anch'esse indietro. Tutte queste ragioni si opponevano al moto della terra. La non osservabilità del movimento uniforme permetteva a Galileo di refutare questi argomenti.

Una formulazione completamente analoga a quella di Galileo è presentata da Giordano Bruno (1548–1600) ne *La cena delle ceneri* :

Con la terra dunque si muovono tutte le cose che si trovano in terra. Se dunque dal loco extra la terra qualche cosa fusse gittata in terra, per il moto di quella perderebbe la rettitudine. Come appare nella nave AB, la qual, passando per il fiume, se qualcuno che si ritrova nella sponda di quello C venga a gittar per dritto un sasso, verrà fallito il suo tratto per quanto comporta la velocità del corso. Ma posto alcuno sopra l'albore di detta nave, che corra quanto si voglia veloce, non fallirà punto il suo tratto di sorte che per dritto dal

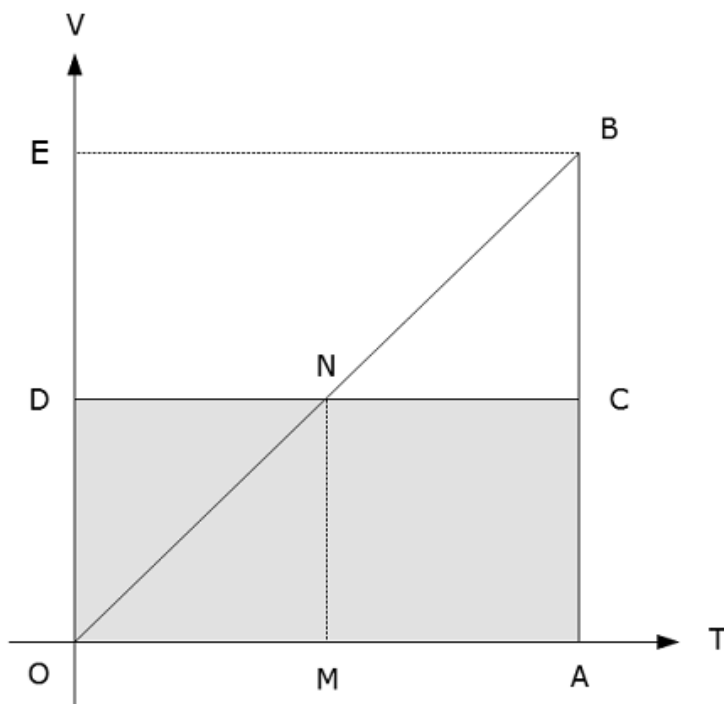


Figura 22.2:
Dimostrazione di
Oresme-Galileo del
teorema della velocità
media.

punto E, che è nella cima de l'albore o nella gabbia, al punto D che è nella radice de l'albore, o altra parte del ventre e corpo di datte nave, la pietra o altra cosa grave non vegna. Cossi, se dal punto D al punto E alcuno che è dentro la nave, gitta per dritto una pietra, quella per la medesima linea ritornerà a basso, muovasi quanto si voglia la nave, pur che non faccia degl'inchini.

Questa importante proprietà del movimento uniforme è espressa in forma embrionale da Lucrezio nel *De rerum Natura*:

La nave da cui siamo trasportati, si muove, mentre sembra star ferma; quella che rimane immobile all'ormeggio, si crede che proceda oltre. E sembra che a poppa fuggano colline e pianure oltre le quali conduciamo la nave e con le vele voliamo.

Moto uniformemente accelerato

Galileo e la caduta dei gravi

SALVIATI *L'esperienza fatta con due mobili quanto più si possa differenti di peso, col fargli scendere da un'altezza per osservar se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà: imperò che se l'altezza sarà grande, il mezzo, che dall'impeto del cadente deve esser aperto e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del mobile leggerissimo che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggero rimarrà indietro; e nell'altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, o pur se ve ne fusse, ma inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, ed accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere tra l'arrivo al termine del grave e l'arrivo del leggero, che così congiunte facessero un tempo non solo osservabile, ma grandemente osservabile. In oltre, per potermi prevaler di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lavora la resistenza del mezzo in alterar l'effetto che dipende dalla semplice gravità, sono andato pensando di fare scendere i mobili sopra un piano declive, non molto elevato sopra l'orizzontale; ché sopra questo, non meno che nel perpendicolo, potrà scorgersi quello che facciano i gravi differenti di peso; e passando più avanti, ho anco voluto liberarmi da qualche impedimento che potesse nascer dal contatto di essi mobili su 'l detto piano declive: e finalmente ho preso due palle, una di piombo ed una di sughero, quella ben più di cento volte più grave di questa, e ciascheduna di loro ho attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro o cinque braccia, legati ad alto; allontanata poi l'una e l'altra palla dallo stato perpendicolare, gli ho dato l'andare nell'istesso momento, ed esse, scendendo per le circonferenze de' cerchi descritti da gli spaghi eguali, lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro; e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggiera, che né in ben cento vibrazioni, né in mille, anticipa il tempo d'un minimo momento, ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale, arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero che quelle del piombo, ma non però che le*

renda più o men frequenti; anzi quando gli archi passati dal sughero non fusser più che di cinque o sei gradi, e quei del piombo di cinquanta o sessanta, son eglin passati sotto i medesimi tempi.

UN CELEBRE RAGIONAMENTO DEDUTTIVO DI GALILEO

L'immagine corrente di un G. pratico e deciso sperimentatore si deve in gran parte al suo primo biografo, V. Viviani. Quest'ultimo affermò che G. era salito sulla torre pendente di Pisa tra il 1589 e il 1592, e "con l'intervento delli altri lettori e filosofi e di tutta la scolaresca", aveva confutato Aristotele dimostrando che i corpi cadono alla stessa velocità indipendentemente dal loro peso. Nel trattato *De Motu*, scritto intorno al 1591, G. pur facendo frequente riferimento alle torri, non afferma tuttavia che tutti i corpi cadono alla stessa velocità ma, piuttosto, che la loro velocità è proporzionale alla differenza tra le loro densità e la densità del mezzo attraverso il quale cadono. In altre parole, era giunto allora alla erronea conclusione secondo la quale corpi di dimensione diversa ma dello stesso materiale cadono alla stessa velocità, mentre corpi della stessa dimensione ma di diverso materiale non cadono alla stessa velocità.