

14.5 PROBLEMI

PROBLEMA 14.1. \square

Determinare la trasformata di Laplace $\tilde{f}(s)$ di ciascuna delle seguenti funzioni definite su $(0, \infty)$.

1. $f(t) = (at + b)^2$
2. $f(t) = \cosh t$
3. $f(t) = \sin^2 t$
4. $f(t) = \sin t \cos t$
5. $f(t) = t \sinh t$
6. $f(t) = 1/\sqrt{t}$

PROBLEMA 14.2. \square

Determinare l'anti-trasformata di Laplace $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ di ciascuna delle seguenti trasformate di Laplace.

1. $F(s) = \frac{a}{s+b}$
2. $F(s) = \frac{2s-5}{s^2-9}$
3. $F(s) = \frac{1}{s^2+2s}$
4. $F(s) = \frac{1}{s^{3/2}}$

5. $F(s) = \frac{e^{-3s} + e^{-s}}{s}$

6. $F(s) = \ln \left(\frac{s+a}{s+b} \right)$

PROBLEMA 14.3. \square

Usare la trasformata di Laplace per risolvere l'equazione integrale

$$\int_0^t (t-u)^3 Y(u) du = f(t)$$

nell'incognita Y . Stabilire quali condizioni deve soddisfare f affinché il metodo sia attendibile.

PROBLEMA 14.4. \square

Usare la trasformata di Laplace per ottenere la soluzione dell'equazione delle onde

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad x > 0, \quad t > 0,$$

soggetta alla condizione al contorno

$$f(0, t) = \cos^2 t \quad t \geq 0$$

e alle condizioni iniziali

$$f(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial t}(x, 0) = 0$$