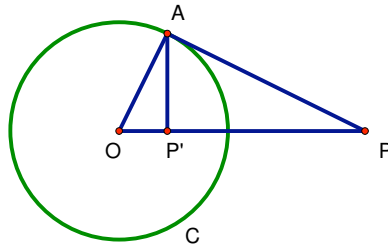


2.2

(1) Si dimostri che l'inversione geometrica $z \mapsto 1/\bar{z}$ è anti-conforme.

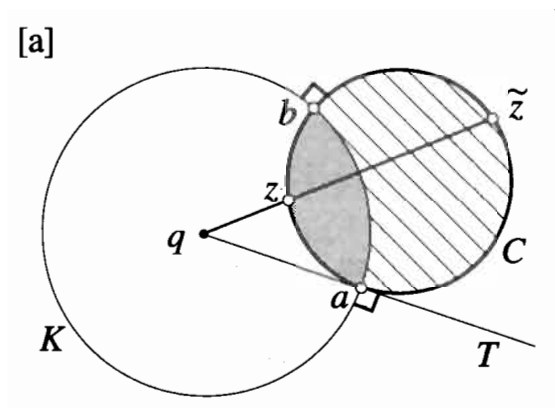
Aiuto: Prima qualche complemento sull'inversione in cerchi.

In geometria elementare si definisce l'inversione rispetto ad un cerchio arbitrario K di raggio r .



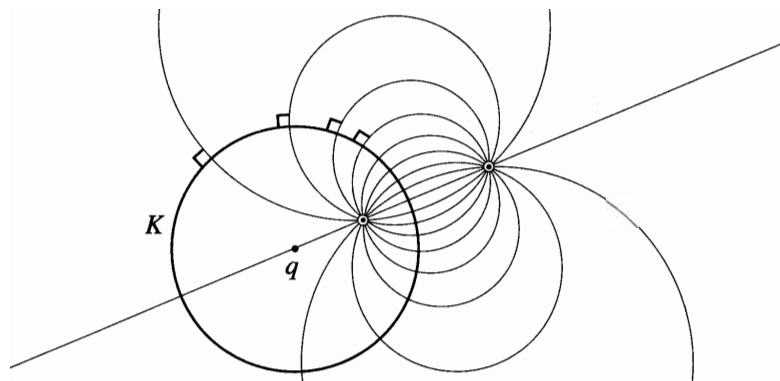
$$OP : OA = OA : OP' , \quad OP \cdot OP' = r^2$$

Si consideri il cerchio C che taglia il cerchio di inversion K ad angoli retti in a e b



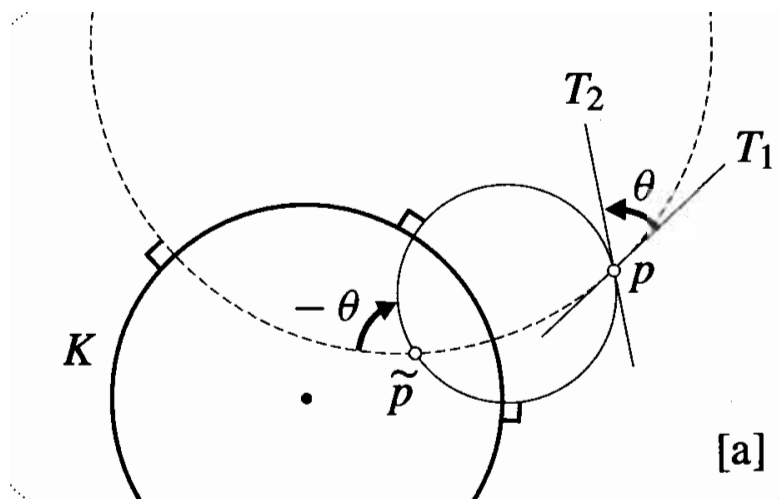
La tangente T a C in a passa per il centro q . Per inversione in K , a e b restano fissati e T trasformata in se stessa. Perciò l'immagine di C per inversione deve essere un cerchio che passa per a e b e che è ortogonale a K . C'è un solo cerchio con queste proprietà: C stesso. Quindi: *rispetto all'inversione in K , ogni cerchio ortogonale a K è trasformato in sé stesso.*

Per dimostrare che l'inversione geometrica $z \mapsto 1/\bar{z}$ è anti-conforme è utile considerare la figura



La figura mostra che per ogni punto z non in K c'è un solo cerchio ortogonale a K che passa per z in ogni data direzione.

Quindi si ragiona sulla figura



(2) Si dimostri che le trasformazioni di Möbius formano un gruppo.