

3.1

(1) Determinare il raggio di convergenza della serie binomiale complessa

$$(1+z)^n = 1 + nz + \frac{n(n-1)}{2!}z^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}z^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}z^4 + \dots$$

dove n è un numero reale arbitrario.

- (2) Si consideri la multifunzione $f(z) = \sqrt{z+1}\sqrt[3]{z-i}$. Dove sono i punti di diramazione e qual è il loro ordine? Perché non è possibile usare un solo taglio per definire i rami della multifunzione?
- (3) Si consideri la multifunzione $f(z) = \sqrt{z^2-1}$. Trovare i punti di diramazione e il loro ordine. L'infinito è un punto di diramazione? Quali tagli si possono fare per definire i rami della multifunzione su tutto il piano?
- (4) Si considerino le multifunzioni

$$(a) \sin \sqrt{z}, \quad (b) \sqrt{\sin z}, \quad (c) \sqrt{z} \sin \sqrt{z}, \quad (d) \sqrt{\sin z^2}.$$

Trovare i punti di diramazione e il loro ordine.

- (5) Trovare i punti di diramazione di $f(z) = \sqrt[3]{z^3-z}$. Introdurre i tagli.
- (6) Costruire un ramo di $f(z) = \sqrt[3]{z^2+1}$ tale che $f(0) = \frac{1}{2}(-1+i\sqrt{3})$.
- (7) Trovare i punti di diramazione sul piano complesso esteso ($\mathbb{C} \cup \infty$) delle multifunzioni

$$(a) \log(z^2-1), \quad (b) \log\left(\frac{z+1}{z-1}\right)$$

e introdurre tagli per rendere le funzioni ad un solo valore.