

5.1

- (1) Sia C la linea $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ che congiunge i punti $(1, 1)$ e $(2, 3)$.
Determinare il valore di

$$\int_C (12z^2 - 4iz) dz$$

- (2) Calcolare

$$\oint_C |z|^2 dz$$

lungo i cerchi (a) $|z| = 1$ e (b) $|z - 1| = 1$.

- (3) Calcolare

$$\int_C \bar{z}^2 dz + z^2 dz$$

lungo la curva C definita da $z^2 + 2z\bar{z} + \bar{z}^2 = (2 - 2i)z + (2 + 2i)\bar{z}$ tra il punto $z = 1$ e $z = 2 + 2i$.

- (4) Determinare e definire tutte le singolarità di

$$(a) \frac{z}{(z^2 + 4)^2}, \quad (b) \sec \frac{1}{z}, \quad (c) \frac{\ln(z - 2)}{(z^2 + 2z + 2)^2}, \quad (d) \frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}.$$

- (5) Calcolare

$$\oint_C \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2} dz$$

dove C è il cerchio $|z| = 4$.

- (6) Calcolare

$$\oint_C \frac{e^{iz}}{z^3} dz$$

dove C è il cerchio $|z| = 2$.

- (7) Dimostrare che

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{zt}}{z^2 + 1} dz = \sin t$$

per $t > 0$ e C il cerchio $|z| = 3$.

- (8) Calcolare

$$\oint_C \frac{\cos \pi z}{z^2 - 1} dz$$

lungo un rettangolo con vertici in: (a) $2 \pm i, -2 \pm i$; (b) $-i, 2 - i, 2 + i, i$.

- (9) Siano

$$P(z) = \frac{1}{\cos z}, \quad Q(z) = \frac{\cos z}{z^2}, \quad R(z) = \frac{1}{(e^z - 1)^3}.$$

Trovare i poli di P, Q e R e il loro ordine.