Università degli Studi di Genova Facoltà di Scienze M.F.N. Anno accademico 1999-2000

Tesi di Laurea in Fisica

Progettazione e tests del sistema di cattura e rivelazione per l'esperimento ATHENA

Candidato: Carraro Carlo

Relatore: Dr. G. Testera

Correlatore: Dr. F. Gatti

Indice

1	Intr	oduzione all'esperimento ATHENA	7
2	Le t	rappole elettromagnetiche	13
	2.1	Introduzione al capitolo	13
	2.2	Confinamento	13
		2.2.1 Velocità di deriva	15
	2.3	La trappola di Malmberg	17
		2.3.1 Il moto in trappola	18
	2.4	La trappola di Penning	20
		2.4.1 Il moto in trappola	23
	2.5	La trappola ad anelli	26
	2.6	Effetti di carica spaziale	27
	2.7	Il plasma nella trappola di Malmberg	31
	2.8	Il plasma nella trappola di Penning	32
3	La r	rivelazione delle particelle	35
	3.1	Introduzione al capitolo	35
	3.2	Carica indotta	35
	3.3	Energia ed ampiezza dell'oscillazione	37
	3.4	Rivelazione	38
	3.5	Oscillazioni forzate	42
		3.5.1 Eccitazione	45
		3.5.2 Decadimento del segnale	48
	3.6	Rivelazione delle particelle mediante un analizzatore di spettro	50
	3.7	Confronti fra le due tecniche di rivelazione	52
	3.8	Rivelazione distruttiva	56

4	L'aj	pparato di cattura dei p	59
	4.1	Introduzione	59
	4.2	La trappola	59
	4.3	Trappola-Tubo di ricombinazione	64
	4.4	Il "cold nose"	66
	4.5	Sorgente di elettroni	67
5	Il si	istema per il vuoto	73
	5.1	Obiettivi	73
	5.2	Strumenti di calcolo per il dimensionamento	73
		5.2.1 Equazione generale del pompaggio	73
		5.2.2 Conduttanza	75
	5.3	Calcolo della pressione in un tubo lungo	76
	5.4	Calcolo della pressione con superfici a 2.5^{0} K	81
		5.4.1 Numero di urti molecolari su una superficie	82
		5.4.2 Tempo di soggiorno e probabilità di desorbimento	82
		5.4.3 Calcolo della pressione ottenibile	85
		5.4.4 Tempo di ricoprimento	88
		5.4.5 Considerazioni finali	90
	5.5	Conseguenze del vuoto	90
		5.5.1 Limitazione ai tempi di confinamento	90
		5.5.2 Formazione di protonio in collisioni di antiprotoni con	
		$H \in H^-$	91
		5.5.3 Effetti di trasporto radiale in una trappola elettroma-	
		gnetica \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	94
	5.6	Breve descizione del sistema di pompaggio	96
6	Ope	erazioni implementate	99
	6.1	Introduzione	99
	6.2	Polarizzare gli elettrodi	101
	6.3	Caricamento degli elettroni nella trappola	104
	6.4	Circuiti RF per la rivelazione	106
	6.5	Cleaning	107
	6.6	Dislocazione degli elettroni	109
	6.7	Monitor tensioni	111

7	Mis	re 113
	7.1	Introduzione
	7.2	Misure con elettroni
		7.2.1 Caricamento $\ldots \ldots 114$
		7.2.2 Vita media degli elettroni $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 116$
		7.2.3 Misure sul raggio degli elettroni
	7.3	$Misure con Antiprotoni \dots \dots$
		7.3.1 Efficienza di cattura $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 129$
		7.3.2 Tempi di confinamento di antiprotoni caldi $\ldots \ldots \ldots 130$
		7.3.3 Raffreddamento

Capitolo 1

Introduzione all'esperimento ATHENA

L'invarianza a seguito di trasformazioni CPT è una fondamentale proprietà della teoria quanto-relativistica dei campi [1]. Una delle conseguenze di questo teorema è la completa analogia nel comportamento di una particella e della sua antiparticella (stessa massa inerziale, opposta,ma uguale in modulo, carica elettrica, stesso tempo di vita...).

Molti esperimenti sono rivolti alla verifica di queste predizioni e hanno fornito risultati di grande accuratezza [2]. I più significativi in tal senso sono risultati essere il confronto tra il momento magnetico dell'elettrone e del positrone [3] (10^{-12}) e il confronto del rapporto massa inerziale - carica elettrica tra protoni ed antiprotoni [4] (10^{-9}) . Il risultato più accurato della misura di invarianza per trasformazioni CPT è fornito dalla comparazione tra la massa inerziale di un Kaone e della sua antiparticella (10^{-18}) . Quest'ultimo risultato è stato ricavato teoricamente dalle misure sulla violazione di CP.

È interessante notare (figura 1.1) come la misura più accurata del teorema CPT sia stata ottenuta nel caso di K e \bar{K} (mesoni) ma che gli altri test soprariportati, su leptoni e barioni, non siano stati ottenuti in fisica delle alte energie ma mediante l'uso di trappole elettromagnetiche [5] dove sono possibili misure notevolmente precise di frequenze caratteristiche.

È del tutto evidente che la possibilità di formare e confinare anti-idrogeno a bassissime temperature (energie di μ eV), potrebbe consentire di esplorare nuovi traguardi nella comparazione di materia ed antimateria e in particolare di estendere i tests di CPT all'antimateria neutra.

In particolare sul sistema \bar{H} , grazie alla presenza del livello metastabile



Figura 1.1: Precisioni raggiunte per la verifica del teorema CPT.

2S (122ms), si potrebbe giungere ad una precisione di una parte su 10^{18} nella misurazione della differenza di energia tra i livelli 1S-2S se si raggiunge il limite quantistico [6] e si individua il centro dello spettro della radiazione emessa con una precisione di una parte su 10^3 .

La possibilità di sperimentare su antimateria neutra potrebbe inoltre consentire il confronto diretto dell'accelerazione gravitazionale della materia ordinaria e dell'antimateria [7, 8].

Sono questi i motivi principali per cui è stata creata la collaborazione ATHENA, che intende utilizzare un apparato (figura 1.2) per la cattura di antiprotoni e positroni da confinare insieme in una opportuna "trappola di ricombinazione" aloggiata all'interno di un grande magnete superconduttore in grado di produrre un campo magnetico costante di circa 3 Tesla su una lunghezza di circa 1.5m.

La parte dove sono ubicate le trappole è ulteriormente separata dall'interno del magnete ed è coassiale al solenoide superconduttore. Questa parte che si definirà "cold nose" sarà raffreddata a 2.5^oK per consentire di raggiungere la temperatura necessaria alla formazione di anti-idrogeno ad energia tale da essere confinato e studiato. La bassa temperatura è infatti condizione necessaria a minimizzare gli effetti Doppler nella spettroscopia.

Uno degli ingredienti per la formazione dell'anti-idrogeno è l'antiprotone. Per "creare" questa antiparticella si invia un fascio di protoni accelerato fino ad un momento di 26 GeV/c dal PS, macchina acceleratrice sita al CERN di



Figura 1.2: Vista generale dall'alto dell'apparato.

Ginevra, contro un bersaglio di Iridio. Uno dei prodotti dell'urto è appunto l'antiprotone. Gli antiprotoni creati vengono indirizzati ad un'altra macchina del CERN, AD [10]. AD (Antiproton Decelerator), che ha rimpiazzato LEAR, svolge il compito di rallentare gli antiprotoni che hanno un momento iniziale di (5 GeV/c) all'energia finale di 5MeV (momento 100 MeV/c). Una volta raggiunta questa soglia il fascio viene indirizzato ad una delle tre linee di uscita degli esperimenti. Alla linea viene interfacciato un ulteriore sistema per la decelerazione degli antiprotoni [11].

La cattura sarà efficiente per gli antiprotoni che, dopo aver attraversato il sistema di degradazione energetica, hanno un'energia inferiore a 15KeV. Questa è infatti l'altezza della buca di potenziale formata dopo la chiusura, effettuata grazie ad un impulsatore, tra i due elettrodi che supportano le alte tensioni.

Il raffreddamento degli antiprotoni fino alla temperatura di 2.5° K avviene mediante "cooling elettronico" [11], consistente nello scambio di energia a seguito di urti con elettroni termici.

Una volta che gli antiprotoni sono stati raffreddati devono essere spostati dalla trappola di cattura (responsabilità del gruppo genovese) a quella, già citata, di ricombinazione.

La trappola di ricombinazione è una trappola "nested" [18]. In una trappola di questo tipo le cariche di segno opposto sono contenute in buche di concavità opposta tenute vicine le une alle altre e per consentire la formazione di anti-idrogeno si devono sovrapporre le nuvole delle particelle 1.3.

Per la formazione dell'antiidrogeno bisogna però possedere i restanti componenti, i positroni. Per produrli si utilizza lo stessa tecnica sviluppata dal gruppo dell'università de La Jolla a San Diego [12]. La sorgente dei positroni è un campione di ²²Na di 150mCi e crea un flusso di $2 \cdot 10^7 e^+/s$. È possibile riuscire ad accumulare e trasferire nella regione di trappola fino a 10^9 positroni.



Figura 1.3: sovrapposizione delle nuvole in una trappola "nested".

Nella trappola di ricombinazione si formeranno gli atomi di anti-idrogeno attraverso varie tecniche. La prima e certamente più semplice consiste nella ricombinazione spontanea [13]:

$$e^+ + \bar{p} \Rightarrow \bar{H} + h\nu \tag{1.1}$$

Il processo può essere reso più efficiente attraverso la stimolazione laser [14]

$$e^{+} + \bar{p} + nh\nu \Rightarrow \bar{H} + (n+1)h\nu \tag{1.2}$$

Un altro approccio è basato sulla ricombinazione a tre corpi [15].

$$e^+ + e^+ + \bar{p} + \Rightarrow \bar{H} + e^+ \tag{1.3}$$

Altri sistemi di formazione di anti-idrogeno sono stati studiati in [16, 17]. Il lavoro da me svolto nell'ambito dell'esperimento Athena è riportato in questa tesi.

Nei vari capitoli che si andranno ad illustrare sono descritte le conoscenze acquisite e il lavoro sviluppato, preferendo una trattazione generale alla descrizione del dettaglio tecnico.

- Per rendere attiva la mia partecipazione in Athena, ho dovuto acquisire una conoscenza specifica delle trappole elettromagnetiche di cui ho fatto una rassegna nel capitolo 2. All'interno del capitolo sono trattati i moti delle singole particelle in trappola e dei plasmi che sono serviti per modellizzare efficacemente il compotamento del plasma di eletroni.
- Nel capitolo 3.4 ho sviluppato il metodo di rivelazione non distruttivo che è stato poi utilizzato dall'esperimento per ricavare informazioni sui plasmi e sulle particelle intrappolate. Ho trattato in dettaglio le basi teoriche del sistema di rivelazione, descrivendo infine un metodo di misura distruttivo che è stato itilizzato per le misure sulle particelle intrappolate (elettroni).
- Nel capitolo successivo (4) ho descritto brevemente l'apparato sperimentale riportando le note tecniche salienti e puntualizzando la progettazione della trappola di cattura ed il funzionamento della sorgente di elettroni.
- Il capitolo 5 è una descrizione sul dimensionamento dell'apparato da vuoto che, a causa dei problemi evidenziati nel corso del capitolo, risulta essere di fondamentale importanza. Ho elaborato alcuni modelli sul comportamento del gas di fondo e, sfruttando alcuni lavori in letteratura, ho stimato la vita media degli antiprotoni.
- La descrizione delle operazioni implementate ed eseguibili dall'utente di Athena è affrontata nel capitolo 6 dove sono presentate anche alcune interfacce grafiche per la gestione dei comandi. Ho contribuito in modo

significativo alla fase di progettazione e soprattutto di tests dell'elettronica. Ho inoltre sviluppato autonomamente gran parte della DAQ con Labview e progettato alcune parti meccaniche dell'apparato.

• L'ultimo capitolo della tesi (7) è infine dedicato alle misure acquisite su elettroni ed antiprotoni ai laboratori del CERN di Ginevra

Capitolo 2

Le trappole elettromagnetiche

2.1 Introduzione al capitolo

Il presente capitolo è dedicato al cuore dell'esperimento Athena: le trappole elettromagnetiche. Nel paragrafo 2.2 verranno analizzati i principi di intrappolamento di particelle cariche con particolare riferimento ai limiti di intrappolamento di una singola particella. Nei paragrafi seguenti (2.3, 2.4, 2.5) verranno descritte le trappole elettromagnetiche più comuni e la dinamica di una particella carica al loro interno. Nell'ultimo paragrafo del capitolo, (2.6), si ripercorrerà infine la trattazione nel caso di intrappolamento di plasmi carichi enfatizzando anche qui i limiti di intrappolamento e la configurazione di equilibrio dei plasmi all'interno delle trappole elettromagnetiche. Quest'ultima analisi sarà riferita alle condizioni sperimentali di Athena.

2.2 Confinamento

Una delle operazioni da implementare nell'esperimento ATHENA è il confinamento spaziale di antiprotoni ed elettroni. L'energia cinetica di una particella è data da $E_{cin} = E_x + E_y + E_z$, dove le tre quantità E_x , E_y , E_z sono i valori di energia che competono alle particelle nella regione interna all'apparato sperimentale rispetto agli assi x, y, z. Il confinamento viene ottenuto utilizzando delle trappole elettromagnetiche [5], cioè opportune strutture che producono campi elettrici e magnetici che, per particelle di carica ed energia opportuna, danno origine ad orbite chiuse.

Questa tecnica ha una lunga tradizione sperimentale sia per quanto ri-

guarda particelle singole [19], [20], sia per il confinamento di plasmi carichi [21].

L'equazione del moto di una particella di carica q entro campi elettrici (\vec{E}) e magnetici (\vec{B}) esterni è:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q[\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}] \tag{2.1}$$

Per ottenere il confinamento la particella dovrà essere contenuta in una buca di energia potenziale profonda più della sua energia cinetica (E_{cin}) . Questa condizione significa avere un campo elettrico attrattivo verso il centro della buca.

Se si va a risolvere l'equazione per il potenziale elettrico $\Phi(\vec{r})$ nello spazio si nota come l'assenza di carica libera riconduca l'equazione di Poisson a quella di Laplace (2.2).

E immediato verificare che con soli campi elettrici statici non si può ottenere il confinamento di una particella carica nelle tre direzioni spaziali. L'equazione per il potenziale elettrostatico $\Phi(\vec{r})$ in assenza di carica libera,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right) \tag{2.2}$$

evidenzia infatti un'importante relazione tra la derivata seconda del campo $(\partial^2 \Phi / \partial z^2)$, rispetto all'asse lungo il quale si vuole ottenere confinamento (asse \hat{x}) e le derivate seconde rispetto agli altri due assi. Poichè la derivata seconda del potenziale rispetto ad un asse rappresenta la profondità della buca di potenziale lungo quest'asse si vede subito come, in una simmetria cilindrica, la presenza di una buca lungo la direzione che fornisce un campo elettrico attrattivo, implica indissolubilmente la presenza di una buca con concavità opposta e dunque un campo repulsivo nella direzione radiale.

Utilizzando campi elettrici variabili nel tempo è invece possibile realizzare delle trappole di confinamento lungo le tre direzioni spaziali. Questo tipo di trappola è conosciuto con il nome di trappole RF o di Paul [22, 23, 24], ma non verrà inclusa in questa rassegna.

Limitandosi allora ai campi statici, occorre introdurre un campo magnetico in aggiunta a quello elettrico.

Per vedere se le equazioni 2.1 possono dare luogo al confinamento si calcola il moto che competerebbe alla particella se questa fosse soggetta al solo campo magnetico, per poi aggiungere il campo elettrico radiale repulsivo.

2.2 Confinamento

Il moto di particelle cariche entro un campo magnetico è dato dall'equazione 2.1 nella quale $\vec{E} = 0$. Poichè l'energia, la cui variazione può essere espressa mediante l'equazione 2.3, non varia nel tempo il modulo della velocità rimane costante.

$$\frac{dE_{cin}}{dt} = q\vec{v} \cdot \vec{E} \tag{2.3}$$

L'equazione 2.1 si può riscrivere

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v} \wedge \vec{\omega}_c$$

dove

$$\vec{\omega}_c = \frac{q\vec{B}}{m} \tag{2.4}$$

è la pulsazione di ciclotrone.

Il moto di una particella in una simile configurazione di campi è composto da un moto circolare uniforme, definito moto di ciclotrone, perpendicolare a vecB e di una traslazione uniforme lungo l'asse del campo magnetico con velocità pari alla velocità iniziale lungo lo stesso asse.

Il raggio dell'orbita dipende dalla componente della velocità perpendicolare a $B(\vec{v}_{\perp B})$ e vale:

$$r_c = \frac{m|\vec{v}_{\perp B}|}{qB} = \frac{\sqrt{2mE_{\perp B}}}{qB}$$
(2.5)

In virtù di quanto trovato, appare allora opportuno ricorrere ad un campo magnetico parallelo all'asse in cui si trova la buca per provare a contenere con il moto di ciclotrone l'altrimenti inevitabile divergenza radiale del moto. le equazioni del moto risultano tuttavia modificate per la presenza di un campo elettrico e un campo magnetico incrociati.

2.2.1 Velocità di deriva

Si deve ora implementare il calcolo del moto di una particella carica quando questa transita in una regione nella quale sono presenti campi elettrici e magnetici incrociati. L'equazione del moto 2.1, nella condizione $|\vec{E}| < c|\vec{B}|$, può essere riferita ad un nuovo sistema di riferimento K' in moto rispetto al primo con velocità

$$\vec{v} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2} \tag{2.6}$$

I campi nel sistema K' sono dati da:

$$E'_{\parallel} = 0 \quad ; \quad E'_{\perp} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$$
 (2.7)

$$B'_{\parallel} = 0 \quad ; \quad B'_{\perp} = \gamma^{-1} \vec{B}$$
 (2.8)

Si ottiene, come unico campo agente in questo sistema di riferimento, un campo magnetico \vec{B}' avente la stessa direzione e verso di \vec{B} ma un'intensità scalata del fattore $\gamma^{-1} = \sqrt{\frac{c^2 - v^2}{c^2}}$. Il moto rispetto a K' è perciò un moto elicoidale

Nel sistema di riferimento del laboratorio, invece, questo moto è soggetto ad una deriva nella direzione normale ad entrambi i campi con una velocità pari a $\vec{v}_d = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2}$. Ovviamente la velocità di deriva ha significato fisico solo se questa è minore della velocità della luce cioè nel caso appunto in cui è soddisfatta la condizione $|\vec{E}| < c|\vec{B}|$ [25].

Se ora applichiamo questo risultato alla trappola elettromagnetica cioè geometria cilindrica ed un campo radiale repulsivo, la velocità di deriva appena trovata risulta essere tangenziale al moto della particella. Ne deriva unmoto di precessione intorno all'asse della trappola con frequenza

$$\omega_d = \frac{v_d}{\rho} = \frac{|\vec{E}(\rho) \wedge \vec{B}|}{B^2 \rho} = \frac{E(\rho)}{B\rho}$$
(2.9)

Questo tipo di moto viene chiamato moto di Magnetron o moto $\vec{E} \wedge \vec{B}$.

Un modo alternativo, meno formale ma più intuitivo, di vedere la velocità di deriva di una particella sottoposta all'azione di un campo elettrico e magnetico incrociati è di scrivere l'equilibrio delle forze agenti sulla particella.

$$qv_d B = qE(\rho) \quad \to \quad \omega_d = \frac{v_d}{\rho} = \frac{E(\rho)}{B\rho}$$
 (2.10)

Per annulare la forza centrifuga causata dal campo elettrico radiale è necessario avere una velocità tangenziale (v_d) non nulla, per mantenere costante l'energia della particella in virtù dell'espressione 2.3, e tale da sviluppare una forza opposta alla precedente.

Con i risultati in nostro possesso possiamo affermare che, sotto opportune condizioni, il confinamento è possibile perché tanto assialmente, con la presenza della buca di potenziale, quanto radialmente, grazie al campo magnetico, le particelle hanno moti di ampiezza limitata.

Nei seguenti paragrafi si analizzeranno i più comuni tipi di trappola utilizzati negli esperimenti di fisica.

2.3 La trappola di Malmberg

La più semplice ed intuitiva trappola elettromagnetica è la cosiddetta trappola di Malmberg [26]. Questa è costituita da un elettrodo cilindrico cavo, terminato agli estremi da due elettrodi circolari di chiusura; tra l'elettrodo centrale ed i due elettrodi di chiusura si applica una differenza di potenziale costante.



Figura 2.1: Disegno intuitivo e disegno tecnico per la realizzazione di una trappola di Malmberg. I due disegni non sono in scala visto che, come si dirà in seguito, si usano configurazioni in cui $L \gg D$.

Ovviamente al valore della differenza di potenziale tra i tappi (endcaps) ed il cilindro centrale è strettamente legata la carica e l'energia delle particelle che potranno essere intrappolate all'interno di questa struttura.

La buca di potenziale lungo l'asse è praticamente piatta all'interno dell'elettrodo cilindrico fino in prossimità dei due endcaps; questa configurazione approssima un profilo rettangolare quanto più la distanza tra i due endcaps (L)è grande rispetto al diametro (D) del cilindro. Nella buca il campo elettrico è nullo fino in prossimità dei tappi ed anche radialmente il campo è nullo tranne nella regione vicino agli endcaps dove sarà repulsivo.

Il calcolo analitico del potenziale si può trovare nella referenza [25].

In pratica si utilizzano configurazioni in cui $L \gg D$; in questo caso siala componente radiale che quella assiale del campo elettrico sono nulle entro il volume della trappola fino ad una distanza dai bordi dell'ordine del diametro D della struttura. Questa configurazione di potenziale può essere trattata come rettangolare e si può studiare facilmente il moto che compete ad una particella al suo interno.

2.3.1 Il moto in trappola

Il moto della particella nello spazio sarà la combinazione del moto radiale e del moto assiale.

L'equazione che descrive il moto in coordinate cilindriche, nell'approssimazione di buca rettangolare, risulta espressa, considerando la variabile $\rho = x + jy$, dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{F_z}{m} = 0\\ \ddot{\rho} = -j\omega_c \dot{\rho} \end{cases}$$
(2.11)

Dalla prima equazione si evince che la velocità lungo \hat{z} si conserva; dalla seconda, cercando una soluzione del tipo $\rho e^{-j\omega t}$, si trova che il moto risulta essere somma di un vettore costante $\vec{d_m}$, dipendente dalla coordinata radiale iniziale, e di un vettore rotante $\rho_c e^{-j\omega_c t}$ che ruota nel piano con pulsazione e modulo caratteristici del moto di ciclotrone. Il moto radiale in trappola in prima approssimazione può dunque essere descritto dalla seguente equazione:

$$\rho(t) = d_m + r_c e^{j\omega_c t} \tag{2.12}$$

Il moto radiale è perciò, come si vede in figura 2.2 b), un'orbita di ciclotrone, le cui caratteristiche sono state descritte nel paragrafo 2.2. Il moto assiale, figura 2.2 a), è invece un moto periodico durante il quale il modulo della velocità della particella si conserva mentre cambia ogni mezzo periodo il suo verso. Il moto appare dunque una spirale periodica, il cui periodo risulta:

$$T \simeq \frac{2L}{|v_{ax}|} = \sqrt{\frac{2L^2m}{E_{ax}}} \tag{2.13}$$



Figura 2.2: Moto ideale in una trappola di Malmberg.

Il moto ora trovato si riferisce, come già preannunciato, al caso ideale di buca rettangolare; non va dimenticato, quindi, che, nel caso reale, sia il periodo sia il moto radiale sono in parte modificati. Come si è infatti calcolato nel paragrafo 2.2.1 la presenza di campi elettrici e magnetici incrociati realizza una velocità di deriva perpendicolare ai campi stessi. Nella zona in cui il campo \vec{E} è non nullo si ha quindi un moto in cui d_m subisce una rotazione a velocità $\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2}$. Il moto reale quindi può essere schematizzato come in figura 2.3.

Evidentemente diverso da quello trovato sarà anche il periodo di oscillazione della particella in trappola poichè, a causa del campo non nullo che si presenta sull'asse, la velocità assiale non si conserverà. La condizione di



Figura 2.3: Moto reale in una trappola di Malmberg. Le proporzioni tra i vari contributi non sono rispettate.

intrappolamento nella trappola di tipo Malmberg è tuttavia realizzata quando la distanza media di una particella dall'asse è inferiore ad $L/2 - r_c$ e se $q\Delta V > E_{ax}$.

Un limite importate di questo tipo di trappola è però quello di non consentire l'intrappolamento simultaneo, all'interno della stessa struttura, di particelle con cariche di segno opposto.

2.4 La trappola di Penning

Una configurazione di potenziale ampiamente utilizzata è quella che dà origine ad un moto armonico in direzione assiale [27].

Trappole con questa peculiarità sono state usate per la cattura e la rivelazione di un singolo elettrone [19], per la misura del momento magnetico di elettrone [3] e positrone [28] con una precisione di 5 10^{-11} e nel confronto tra i rapporti carica/massa per protoni e antiprotoni con una precisione di una parte su 10^{10} [4]. Per la loro grande precisione sono gli strumenti cardine nelle misure di invarianza a seguito di trasformazioni CPT negli esperimenti leader sull'antimateria: ATHENA [9] e ATRAP [29].

Per capire quale struttura ad elettrodi possa simulare una buca di poten-

ziale armonica sull'asse \hat{z} si riscrive l'equazione di Laplace con la condizione che il potenziale lungo l'asse \hat{z} abbia la forma $\Phi(z) = Kz^2$. Se si sostituisce all'equazione di Laplace il valore della derivata seconda del campo rispetto a z si ottiene

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -2K \tag{2.14}$$

Se imponiamo una geometria di tipo cilindrico si aggiungerà la condizione di uguaglianza delle due derivate seconde rispetto a $x \in y$ il che equivale ad imporre

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -K \tag{2.15}$$

che fornisce una soluzione analoga per x ed y del tipo $-\frac{1}{2}Kx^2$.

Il potenziale sarà dunque:

$$\Phi(x, y, z) = K(z^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2) = K(z^2 - \frac{1}{2}\rho^2) = \Phi(z, \rho)$$
(2.16)

Nel piano (z, ρ) le linee a potenziale costante sono delle iperboli, nello spazio le superfici a potenziale costante saranno quindi degli iperboloidi di rotazione. Se si profilano gli elettrodi in modo che questi coincidano con le superfici equipotenziali si realizza la trappola trappola desiderata, assialmente armonica. Si noti, tra l'altro, che il potenziale assume segno opposto per le sue componenti, radiale e assiale, come si era calcolato in precedenza. Le superfici degli elettrodi nel sistema di coordinate cilindriche (z, ρ) con origine il centro della trappola, sono descritte dalle seguenti equazioni $(\rho_0 \in z_0 \text{ sono}$ la minima distanza radiale e assiale degli elettrodi dal centro della trappola):

$$z^{2} = z_{0}^{2} + \frac{1}{2}\rho^{2}$$
; $z^{2} = \frac{1}{2}\rho^{2} - \frac{1}{2}\rho_{0}^{2}$ (2.17)

Gli elettrodi approssimano asintoticamente i coni $z^2 = \frac{1}{2}\rho^2$.

Come si può facilmente notare le superfici distinte sono tre: le due descritte dalla prima equazione e, pertanto affacciate, vengono definite endcaps, mentre equella scrivibile in forma analitica nel secondo modo è chiamata ring, per la sua forma ad anello. Se poniamo gli elettrodi endcaps a potenziale $\frac{1}{2}V_0$ e l'elettrodo ring a potenziale $-\frac{1}{2}V_0$ all'interno della trappola viene prodotto il potenziale

$$V_{ideale}(z,\rho) = V_0 \frac{z^2 - \frac{1}{2}\rho^2}{z_0^2 + \frac{1}{2}\rho_0^2} - \frac{1}{2}V_0 \frac{z_0^2 - \frac{1}{2}\rho_0^2}{z_0^2 + \frac{1}{2}\rho_0^2}$$
(2.18)

Il secondo addendo a secondo membro, costante e quindi ininfluente sul moto delle particelle, dipende evidentemente dalle dimensioni della trappola e può essere mandato a zero imponendo in costruzione che $\rho_0 = \sqrt{2}z_0$. Il primo addendo rappresenta il potenziale di quadrupolo desiderato, richiesto per la trappola di Penning, scalato di una quantità caratteristica di ogni trappola di Penning, il fattore d^2 , definito come:

$$d^{2} = \frac{1}{2} \left(z_{0}^{2} + \frac{1}{2} \rho_{0}^{2} \right)$$
(2.19)

Il disegno qualitativo della trappola sopra descritta è presentato in figura 2.4.



Figura 2.4: Sezione e grandezze caratteristiche a) vista tridimensionale b) di una trappola di Penning e orientazione del campo magnetico

Il campo calcolato in precedenza ha pedice "ideale" perché è fornito da elettrodi infinitamente estesi. Poiché in realtà la trappola ha dimensioni finite si dovrà compensare il contributo determinato dalla parte tagliata di elettrodi. Questa operazione si implementa ponendo degli elettrodi di compensazione posti al potenziale corrispondente ai punti dello spazio nel quale vengono collocati. Ovviamente tutto questo comporta un allontanamento dall'idealità quantificabile con una variazione $\Delta V(\rho, z)$ del potenziale reale da quello ideale; in letteratura sono reperibili alcuni calcoli per l'ottimizzazione di questo parametro [30].

2.4.1 Il moto in trappola

Analogamente a quanto si è fatto per la trappola di Malmberg si può studiare il moto di un particella in una trappola di Penning. Il sistema di equazioni che ora dovremo impostare risulterà essere

$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{F_z}{m} = -\frac{qV_0}{d^2m} z = -\omega_z^2 z \\ \ddot{x} = \frac{F_x}{m} = \frac{qV_0}{2d^2m} x + \frac{qB}{m} \dot{y} = \frac{\omega_z^2}{2} x + \omega_c \dot{y} \\ \ddot{y} = \frac{F_y}{m} = \frac{qV_0}{2d^2m} y - \frac{qB}{m} \dot{x} = \frac{\omega_z^2}{2} y - \omega_c \dot{x} \end{cases}$$
(2.20)

Per le considerazioni sviluppate durante il calcolo del moto in una trappola di Malmberg questo sistema può essere trasformato nel nuovo sistema:

$$\begin{cases} \ddot{z} = -\omega_z^2 z\\ \ddot{\rho} = \frac{\omega_z^2}{2}\rho - j\omega_c \dot{\rho} \end{cases}$$
(2.21)

La prima equazione è quella di una oscillatore armonico avente una pulsazione

$$\omega_z = \sqrt{\frac{qV_0}{d^2m}} \tag{2.22}$$

La soluzione della seconda equazione ha la forma $\rho e^{-j\omega t}$. Le soluzioni del moto saranno quindi:

$$\begin{cases} z(t) = A\cos(\omega_z t + \phi_z) \\ \rho(t) = \rho_m e^{-j(\omega_m t + \phi_m)} + \rho_c e^{-j(\omega_c t + \phi_c)} \quad con \quad \omega_{c,m} = \frac{\omega_c}{2} \pm \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_c^2}{2}} 2.23) \end{cases}$$

La soluzione della seconda equazione è, come è stato già trovato nel caso di trappola di Malmberg la somma di due vettori, in questo caso entrambi rotanti, con pulsazione ω_c ed ω_m .

Tipici valori di ω_c , $\omega_m \in \omega_z$ per gli elettroni sono, in virtù delle relazioni 2.4 e 2.22, nei casi comuni, in cui le tensioni difficilmente superano le centinaia di Volts e i campi magnetici hanno un'intensità di qualche Tesla:

$$\begin{array}{l}
\omega_c \simeq 100 \quad GHz \\
\omega_z \simeq 10 \quad MHz \\
\omega_m \simeq 10 \quad k_B Hz
\end{array}$$
(2.24)

Nel caso si verifichi $\frac{\omega_c^2}{2} < \omega_z^2$ si ha instabilità della trappola: non si riesce cioè ad ottenere il confinamento poiché si hanno come soluzioni del moto degli esponenziali reali che fanno divergere il moto radiale della carica.

La condizione di confinamento può essere scritta più esplicitamente esprimendo le pulsazioni ω_c e ω_z in funzione dei campi applicati. Per ottenere confinamento, infatti, dovrà essere soddisfatta la seguente relazione, che lega tensione applicata sugli elettrodi e campo magnetico:

$$V_0 \le \frac{qd^2}{2m}B^2 \tag{2.25}$$

Riferendoci alla situazione tipica in cui il campo magnetico ha un'intensità di qualche Tesla e il parametro d della trappola vale qualche centimetro, il limite su V_0 , nel caso di elettroni, sarà dell'ordine delle centinaia di MV. Nel caso di Athena in cui dovranno essere intrappolati anche degli antiprotoni, che hanno una massa 2000 volte maggiore, il potenziale limite sarà comunque dell'ordine di qualche centinaio di KV. In entrambi i casi il limite è ampiamente soddisfatto, in considerazione del fatto che, come si vedrà nei prossimi capitoli, le normali trappole elettromagnetiche sono difficilmente polarizzabili a tensioni così elevate.

Il moto radiale può essere descritto come sovrapposizione di una rotazione più lenta (moto di magnetron) attorno all'asse di simmetria e di una rotazione più veloce (moto di ciclotrone) attorno alla posizione istantanea descritta dal moto di magnetron. Tridimensionalmente il moto può essere osservato in figura 2.5

Si può facilmente dimostrare come il moto di magnetron nella trappola di Penning, dove il campo elettrico e magnetico si incrociano, deriva direttamente dalla velocità di deriva discussa nel paragrafo 2.1.1. Istantaneamente, infatti, la particella subisce una velocità di deriva tangenziale data proprio



Figura 2.5: I tre modi del moto di una particella in una trappola di Penning formano una traiettoria complessa. La particella rivoluziona molto rapidamente nel moto di ciclotrone; nello stesso tempo il centro di questo moto segue il più grande cerchio descritto dal moto di magnetron. Tutto questo viene fatto oscillando lungo l'asse di simmetria della trappola. In figura i moti non sono in scala nè in ampiezza nè in frequenza.

da $\vec{v}_d = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{B^2}$. Pensando dunque ad un moto pseudocircolare si può calcolarne la pulsazione, determinata da $\frac{v_d}{\rho}$. Nel caso di trappola di Penning si ottiene

$$v_d = \frac{V_0 \rho}{2d^2 B} \quad \to \quad \omega_d = \frac{V_0}{2d^2 B} \tag{2.26}$$

Se ora calcoliamo il valore della pulsazione ω_m di magnetron avremo per $\omega_z \ll \omega_c$, caso in cui la precessione intorno all'asse della trappola sia lenta rispetto al moto di ciclotrone:

$$\omega_m = \frac{\omega_c}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\omega_z^2}{\omega_c^2}}\right) \simeq \frac{\omega_z^2}{2\omega_c} = \frac{\frac{qV_0}{md^2}}{2\frac{qB}{m}} = \omega_d \tag{2.27}$$

Come in precedenza sottolineato per la trappola di Malmberg anche all'interno della trappola di Penning con elettrodi iperbolici non è possibile realizzare l'intrappolamento di particelle con cariche opposte.

2.5 La trappola ad anelli

Se da un lato gli esperimenti con le trappole di Penning forniscono risultati molto precisi, dall'altro sono soggetti alle difficoltà tecniche che una buona relizzazione di un profilo iperbolico comporta. Benché calcoli per l'ottimizzazione della geometria forniscano tutte le indicazioni necessarie a realizzare una buona trappola di Penning con elettrodi iperbolici [30], la difficoltà, i tempi di realizzazione ma soprattutto le dimensioni importanti di queste trappole unitamente al fatto che per questo non possono sempre essere inserite in magneti solinoidali, hanno portato allo sviluppo delle trappole di penning ad elettrodi cilindrici.

Le trappole sviluppate si dividono in due categorie:

- 1. trappole cilindriche con elettrodi di tappo [31]
- 2. trappole cilindriche aperte [32]

Per la sua facile geometria questo tipo di trappola è realizzabile più rapidamente e con più precisione. Quest'ultima particolarità è importante perché, come si vedrà nei prossimi capitoli, le deviazioni dalla simmetria cilindrica del sistema diventano responsabili della perdita di particelle intrappolate.

Un'ulteriore grande semplificazione rispetto alle trappole con elettrodi iperbolici risulta dal fatto che l'equazione di Laplace (2.2) può essere risolta analiticamente con un espansione in serie [25] di polinomi di Legendre.

Entrambi i tipi di trappola hanno elettrodi di compensazione per indurre assialmente un campo elettrico che, caratteristica peculiare della trappola di Penning, abbia un andamento di tipo elastico.

Nella figura 2.6 sono rappresentate le due trappole in questione.

Le trappole di Penning con endcaps piani sono state introdotte come strumenti alternativi alle trappole di Penning con elettrodi iperbolici ma, a parte la facilità di costruzione e la possibilità di eseguire calcoli analitici per determinare i campi al loro interno, non possiedono caratteristiche innovative. Le trappole cilindriche aperte, invece, consentono il libero accesso all'interno della trappola. Questa operazione risulta indispensabile nel caso di caricamento di particelle dall'esterno, di passaggio di fasci laser per studi di spettroscopia o nel caso di immissione di onde a radiofrequenza attraverso antenne.



Figura 2.6: Trappole di penning cilindriche o ad anelli. Sulla sinistra la trappola con elettrodi di tappo piani, sulla destra la trappola ad anelli con elettrodi di tappo aperti.

In particolare quest'ultimo tipo di trappola risulta indispensabile quando si lavora con particelle, quali ad esempio gli antiprotoni, che vengono prodotte esternamente all'apparato e che, successivamente, vengono "caricate" all'interno della trappola.

La trappola di Athena è un'ulteriore evoluzione della trappola ad anelli aperta; alla sua descrizione è dedicato un capitolo a parte nel quale si metterà in evidenza soprattutto la duttilità di questo strumento.

2.6 Effetti di carica spaziale

Quanto finora detto è riferito al caso di singola particella in una trappola elettromagnetica e può essere applicato fino al punto in cui l'interazione fra le particelle cariche intrappolate non risulta confrontabile con l'azione dei campi confinanti. La possibiltà di intrappolare numeri molto elevati di particelle cariche impone di estendere la trattazione delle trappole elettromagnetiche prese in esame al caso di presenza simultanea in trappola di grosse quantità di carica.

In questo caso dovremo tener conto dell'influenza che ogni particella ha su tutte le altre. Il problema sembrerebbe divenire sempre più complesso con l'aumentare del numero delle particelle intrappolate, il comportamento delle particelle assume, tuttavia, caratteristiche collettive che ne semplificano la trattazione.

Lo stato in cui il gas carico è formato da particelle mutuamente interagenti è definito plasma ed è caratterizzato da un parametro Λ_D

$$\Lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{qn}} \tag{2.28}$$

chiamato lunghezza di Debye il cui valore discrimina il comportamento di un sistema di particelle. Se la nuvola di carica è di dimensioni molto maggiori di questa lunghezza allora il sistema forma un plasma, viceversa, nel caso dovesse risultare inferiore o confrontabile con questa grandezza, potrà essere trattato come sistema di particelle non interagenti.

Nel caso si abbia un plasma il sistema sarà caratterizzato da una densità di carica $n(\rho, z)$ che, in base all'equazione di Poisson, produce un potenziale elettrico $\Phi(\rho, z)$ nello spazio circostante.

$$\Delta \Phi(\rho, z) = -\frac{n(\rho, z)}{\epsilon_0} \tag{2.29}$$

Per il principio di sovrapposizione, il potenziale elettrico all'interno della trappola sarà allora la somma del potenziale prodotto dagli elettrodi e del potenziale creato dalle particelle. L'equazione 2.29 verrà automaticamente soddisfatta dal potenziale risultante.

Per la ricerca del potenziale totale si considera l'insieme di particelle in equilibrio con l'ambiente. L'equilibrio termico è determinato dall'interazione coulombiana. Data la geometria cilindrica delle trappole, la distribuzione di equilibrio delle particelle, che è espressa tramite la distribuzione di Gibbs [33, 34], è scrivibile, espressa in coordinate cilindriche, come:

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left(-\frac{H + \omega l_z}{k_B T}\right)$$
(2.30)

Nell'espressione 2.30 H è l'Hamiltoniana di una carica interna al plasma nel sistema di riferimento del laboratorio, ed l_z è il suo momento angolare canonico rispetto all'asse \hat{z} . I parametri ω e T sono determinati dal momento angolare totale e dall'energia dell'intero sistema. Esplicitando H ed l_z abbiamo:

$$\begin{cases} H = mv^2/2 + q\Phi(\rho, z) \\ l_z = mv_\theta \rho + qA_\theta \rho \quad A_\theta = B\rho/2 \end{cases}$$
(2.31)

In queste due ultime espressioni $v_{\theta} \in A_{\theta}$ sono rispettivamente la velocità azimutale della particella e la componente del potenziale vettore A nella stessa direzione (unica componente non nulla per ragioni di simmetria).

Se si vanno a sostituire le espressioni 2.31 nella 2.30 si ottiene

$$f(\vec{r}, \vec{v}) = n(\rho, z) \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} exp\left(-\frac{1}{2}m\frac{(\vec{v} + \omega\rho\hat{\theta})^2}{k_B T}\right)$$
(2.32)

dove

$$n(\rho, z) = n_0 exp - \left[q\Phi(\rho, z) + \frac{1}{2}m\omega(\omega_c - \omega)\rho^2\right]/k_B T$$
(2.33)

La distribuzione di velocità descritta nell'equazione 2.32, descrive la ben nota distribuzione di Maxwell-Boltzmann in un sistema di riferimento in rotazione rigida intorno all'asse \hat{z} con pulsazione $(-\omega)$. In tale sistema di riferimento le particelle cariche che formano il plasma sono quindi particelle libere.

Questo risultato è stato ottenuto nell'ipotesi di equilibrio termico delle cariche e di simmetria cilindrica. Ogni allontanamento dall'idealità (plasma lontano dall'equilibrio, deviazioni dalla simmetria cilindrica) comporta una divergenza tra risultati teorici ed empirici.

Nella ricerca della soluzione esplicita del potenziale elettrostatico Φ conviene riferirsi alle condizioni di lavoro dell'esperimento Athena dove la densità 2.33 assume una notevole semplificazione. Nel limite $T \to 0$ (La temperatura di lavoro nell'esperimento ATHENA 2.5 ^{0}K) per ottenere una densità finita, deve essere soddisfatta la seguente condizione:

$$q\Phi(\rho,z) + \frac{1}{2}m\omega(\omega_c - \omega)\rho^2 = 0 \qquad (2.34)$$

Il potenziale Φ trovato risulta essere indipendente dalla coordinata \hat{z} e se viene sostituito nell'equazione di Poisson si perviene all'ulteriore informazione che la densità del plasma è costante. Il suo valore [35], che dipende dalla frequenza di rotazione della nuvola carica, è:

$$n_0 = \frac{2m\epsilon_0}{q}\omega(\omega_c - \omega) = \frac{m\epsilon_0}{q}\omega_p^2$$
(2.35)

Il parametro ω_p viene chiamato pulsazione di plasma e vale

$$\omega_p = \sqrt{\frac{qn_0}{m\epsilon_0}} \tag{2.36}$$

Si può dimostrare [36] che per temperature diverse da zero l'equazione 2.33 e l'equazione di Poisson implicano una densità del plasma costante fino al bordo e che degrada a zero in una distanza dell'ordine della già citata lunghezza di Debye 2.28.

Si può parlare di plasma quando la densità della nuvola è, naturalmente, maggiore di zero; in base alla relazione 2.35, dunque, si ottiene per la ω di rotazione la seguente condizione:

$$\frac{\omega_c}{2} - \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{n_0 q}{2\epsilon_0 m}} \le \omega \le \frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{n_0 q}{2\epsilon_0 m}}$$
(2.37)

Da questa relazione si ricava anche la densità massima che un plasma può raggiungere, imponendo che la quantità sotto radice sia positiva. La densità massima che si può ottenere per il plasma sarà dunque:

$$n_{0_{max}} = \frac{q\epsilon_0}{2m} B^2 \tag{2.38}$$

La densità massima che si può ottenere dipende quindi solamente dal campo magnetico assiale imposto e sarà massima quando il plasma sarà soggetto ad una rotazione a pulsazione $\frac{\omega_c}{2}$, cioè quando si realizza il cosiddetto limite di Brillouin [37].

Il potenziale totale, trovato nell'ipotesi $T \rightarrow 0$, è la somma di tre termini:

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_{ind} + \Phi_T = -\frac{m}{2q}\omega(\omega_c - \omega)\rho^2$$
(2.39)

In questa espressione il termine Φ_I è il potenziale di carica spaziale interno al plasma, creato dalle cariche intrappolate, Φ_T è il potenziale prodotto dagli elettrodi della trappola e Φ_{ind} è infine il potenziale dovuto alla carica indotta sugli elettrodi. Quest'ultimo termine può essere trascurato nell'ipotesi che le dimensioni del plasma siano piccole rispetto a quelle della trappola.

Dall'equazione 2.39 si può iniziare la trattazione sui limiti di confinamento e sulla forma che il plasma assume nelle trappole di Malmberg e di Penning.

2.7 Il plasma nella trappola di Malmberg

Come si è studiato nel paragrafo 2.3 in una trappola di Malmberg, in assenza di carica intrappolata, il profilo della buca di potenziale assiale è, nell'approssimazione $L \gg D$, rettangolare e non esiste campo elettrico radiale. Per trovare i limiti di confinamento di un plasma si studia il potenziale totale che si crea all'interno della trappola dopo che il plasma è stato intrappolato.

La forma della nuvola di carica è, per ragioni di simmetria, cilindrica: il sistema è infatti, in prima approssimazione, invariante per traslazioni lungo l'asse \hat{z} oltre che per rotazioni intorno allo stesso asse.

L'informazione sulla densità del plasma (2.35) ci consente di estrapolare i limiti sul confinamento nella trappola di Malmberg. È banale infatti dimostrare che un cilindro uniformemente carico di lunghezza infinita e raggio R_P crea un campo elettrico radiale che, per il teorema di Gauss, vale analiticamente:

$$\begin{cases}
E(\rho) = \frac{n_0}{2\epsilon_0}\rho & \rho \le R_p \\
E(\rho) = \frac{n_0 R_P^2}{2\epsilon_0} \frac{1}{\rho} & \rho > R_p
\end{cases}$$
(2.40)

Questo campo elettrico fornisce un potenziale radiale che vale:

$$\begin{cases} \Phi(\rho) = \frac{n_0}{4\epsilon_0}\rho^2 + C \qquad \rho \le R_p \\ \Phi(\rho) = \frac{n_0 R_p^2}{4\epsilon_0} \left(1 + 2ln\frac{\rho}{R_p}\right) + C \quad \rho > R_p \end{cases}$$
(2.41)

dove C è una costante che è determinata dalle condizioni al contorno sul potenziale.

Da queste espressioni si ricava immediatamente il limite assiale al confinamento che, nel caso l'elettrodo cilindrico sia a potenziale zero, coincide con la costante C. Quando vi è presenza di carica infatti tra l'asse e l'elettrodo cilindrico si crea una differenza di potenziale ΔV_{ρ} uguale a:

$$\Delta V_{\rho} = \frac{n_0 R_P^2}{4\pi\epsilon_0} \left(1 + 2ln \frac{R_T}{R_P} \right) \tag{2.42}$$

dove la grandezza R_T è il raggio della trappola. Per avere il confinamento del plasma dovrà essere soddisfatta la condizione

$$\Delta V_{\rho} \le \Delta V_{trappola} \tag{2.43}$$

Se si sostituisce l'espressione esplicita della densita n_0 nella 2.42 si ottiene immediatamente il raggio del plasma cilindrico in funzione della sua frequenza di rotazione nel caso di saturazione della trappola:

$$\frac{\Delta V_T}{\omega(\omega_c - \omega)} = \frac{mR_P^2}{2\pi q} \left(1 + 2ln\frac{R_T}{R_P}\right) \tag{2.44}$$

Appare evidente come il limite inferiore della lunghezza del raggio si ottenga nel limite di Brillouin.

Il parametro $\Delta V_{trappola}$ è fissato dalla polarizzazione degli elettrodi e rappresenta, nel caso di assenza di carica all'interno della trappola, l'altezza della buca rettangolare.

Le particelle con più alta energia potenziale si trovano al centro del plasma; se si dovesse abbassare la buca e andare a contare le particelle che escono, si potrebbero pertanto ricavare informazioni sul raggio del plasma o sulla sua frequenza di rotazione [38].

2.8 Il plasma nella trappola di Penning

Nel caso si tratti di una trappola di Penning la presenza di campi elettrici esterni prodotti dalla trappola modifica la geometria del plasma per ottenere il potenziale elettrostatico dell'equazione 2.39. Per ottenere informazioni sulla forma della nuvola bisogna allora isolare il termine Φ_I nella suddetta equazione. Esplicitando il potenziale Φ_T di una trappola di Penning (2.18) si può scrivere:

$$\Phi_I = \Phi - \Phi_T = -\frac{m}{2q} [\omega(\omega_c - \omega) - \frac{\omega_z^2}{2}]\rho^2 - \frac{m\omega_z^2}{2q}z^2 = -\frac{n_0}{6\epsilon_0}(a\rho^2 + bz^2)(2.45)$$

Quest'ultima espressione coincide con il potenziale interno ad uno sferoide uniformemente carico [39] e in virtù dell'equazione di Poisson si ottiene l'ulteriore relazione: 2a + b = 3.

Il parametro "b", nell'equazione 2.45 vale

$$b = \frac{3\omega_z^2}{2\omega(\omega_c - \omega)} \tag{2.46}$$

e può essere espresso in funzione del rapporto Z_P/R_P [37, 40] nel seguente modo:

$$\begin{cases} b = k'_s ln[(1+k_s)/(1-k_s)]/2k_s - 1 & Z_P \ge R_P \\ b = k'_c[(1-k_c^2)^{-1/2} - arcsen(k_c)/k_c] & Z_P \le R_P \end{cases}$$
(2.47)

Nell'equazione 2.47 si sono utilizzati i parametri "k" così definiti:

$$\begin{cases} k'_{s} = 3(1-k_{s}^{2})/k_{s}^{2} \\ k_{s} = [1-(R_{P}/Z_{P})^{2}]^{1/2} \end{cases} \begin{cases} k'_{c} = 3(1-k_{c}^{2})^{1/2}/k_{c}^{2} \\ k_{c} = [1-(Z_{P}/R_{P})^{2}]^{1/2} \end{cases}$$
(2.48)

Le relazioni 2.47 legano la forma del plasma alla frequenza di rotazione del plasma intorno all'asse. Qualitativamente si può dire che al crescere di ω si verifica un aumento della densità del plasma e del rapporto Z_P/R_P a seguito di una diminuzione del raggio della nuvola. Il massimo di questa funzione viene raggiunto quando la rotazione del plasma vale $\omega_c/2$.

Per calcolare i limiti di caricamento della trappola di Penning si deve imporre la condizione

$$\Delta V_{trappola} = \Delta V_{assiale}$$

Questa condizione evidenzia l'indipendenza della dimensione \hat{z} del plasma in quanto grazie all'equazione 2.45 si ottiene:

$$Z_P = \sqrt{\frac{2|q|\Delta V_{trappola}}{m\omega_z^2}} \tag{2.49}$$

Pertanto il limite sulla densità di carica che si potrà intrappolare dipenderà dalla frequenza di rotazione del plasma.

Dalla stessa equazione (2.45) si può ricavare il limite sul raggio del plasma:

$$R_P = \sqrt{\frac{4|q|\Delta V_{trappola}}{m[2\omega(\omega_c - \omega) - \omega_z^2]}}$$
(2.50)

La forma del plasma risulta essere molto importante ai fini della rivelazione delle particelle intrappolate. Questo aspetto verrà trattato nel prossimo capitolo che prenderà in analisi la rivelazione delle cariche in trappola.

Capitolo 3

La rivelazione delle particelle

3.1 Introduzione al capitolo

Nel presente capitolo verranno analizzate alcune tecniche non distruttive per rivelare le particelle in trappola ed in particolare la tecnica elaborata dal gruppo di Genova per l'esperimento ATHENA. Nel paragrafo 3.2 si metterà in evidenza come la carica intrappolata induca una carica sugli elettrodi e come lo spostamento di questa produca corrente. Nel paragrafo successivo (3.3) viene modellizata la particella con un circuito LC e si porranno delle condizioni sull'energia della particella. Nel paragrafo 3.4 si discuterà la filosofia del circuito di rivelazione in termini del rapporto segnale rumore introducendo per lo scopo il fattore Q di un circuito RLC. Nel paragrafo 3.5 viene poi presentato un metodo molto efficace per rivelare la presenza di una o N particelle in trappola, per poi concludere (paragrafo 3.6)con il calcolo del numero di particelle in trappola attraverso l'analisi sull'impedenza del sistema. Un ultimo paragrafo è stato dedicato, per esigenze contingenti al lavoro svolto in ATHENA, alla rivelazione distruttiva, realizzata mediante una coppa di Faraday.

3.2 Carica indotta

Il movimento di una carica nel volume interno alla trappola comporta una variazione della carica indotta sugli elettrodi e quindi una corrente. La corrente indotta su un elettrodo dal moto di una carica dipende dalla geometria dell'elettrodo e dalla posizione della particella.



Figura 3.1: Cariche immagini e carica indotta sulle piastre di un condensatore piano.

Nel caso semplice di una carica q che si muove entro un condensatore piano infinito con le piastre poste a distanza $2z_0$ (figura 3.1), la carica indotta sulle due piastre (calcolata con il metodo delle cariche immagini) vale:

$$q_1 = -q \frac{z_0 + z}{2z_0} \qquad q_2 = -q \frac{z_0 - z}{2z_0} \tag{3.1}$$

che comporta l'identità

$$q_1 + q_2 + q = 0 \tag{3.2}$$

La corrente indotta sugli elettrodi sarà dunque

$$i = -q\frac{\dot{z}}{2z_0} \tag{3.3}$$

Nel caso della trappola di Penning, facendo riferimento alla figura 3.2, si può dimostrare [42] che la corrente indotta sugli endcaps dal moto z di una particella confinata con ampiezza di oscillazione $A \ll z_0$ si può scrivere nella forma

$$i = -\alpha q \frac{\dot{z}}{2z_0} \tag{3.4}$$
dove α è un parametro adimensionale minore di uno che tiene conto del fatto che parte della carica viene indotta sul ring. Il valore di questo parametro può essere calcolato come il rapporto tra il contributo al potenziale nel fondo della buca prodotto dall'elettrodo su cui si legge la corrente e la tensione a cui questo è polarizzato [42]. Nel caso di ATHENA $\alpha \simeq 0.2$. Per ampiezze di oscillazione confrontabili con z_0 il parametro α non sarà costante ma dipenderà dalla posizione della particella.

Se si collega una resistenza R tra i due elettrodi, vediamo che ai capi di questa si stabilisce una differenza di potenziale $\Delta V = Ri$. Il segnale prodotto da N particelle sarà ovviamente la somma dei segnali indotti da ciascuna carica.



Figura 3.2: Carica e corrente indotta sugli elettrodi della trappola ed equivalenza circuitale del sitema.

3.3 Energia ed ampiezza dell'oscillazione

L'energia totale del moto z di una particella in una trappola di Penning si scrive come:

$$E = \frac{1}{2}mv^{2}(z) + qV(z) = \frac{1}{2}mv^{2}(z) + \frac{1}{2}\frac{qV_{0}}{d^{2}}z^{2} = \frac{1}{2}mv^{2}(0) = \frac{1}{2}\frac{qV_{0}}{d^{2}}A^{2} \quad (3.5)$$

La figura indica che il sistema particella in moto nella trappola più resistenza di rivelazione R, può essere schematizzato [41], dal punto di vista dei segnali rivelati esternamente, come un circuito $RL_{1p}C_{1p}$ dove $L_{1p} \in C_{1p}$ sono definiti da:

$$\frac{1}{2}L_{1p}i_0^2 = \frac{1}{2}mv^2(0) \quad e \quad \frac{1}{2}\frac{q^2}{C_{1p}} = qV(A) = \frac{1}{2}\frac{qV_0}{d^2}A^2 \tag{3.6}$$

tenuto conto della relazione $i=-\alpha q\frac{\dot{z}}{2z_0}$ si ottiene

$$L_{1p} = \frac{m}{\alpha^2 q^2} 4z_0^2 \qquad e \qquad C_{1p} = \frac{\alpha^2 q d^2}{4z_0^2 V_0}$$
(3.7)

È da notare come la pulsazione della particella coincida automaticamente con la pulsazione di risonanza del ramo $L_{1p}C_{1p}$ in virtù delle uguaglianze precedenti.

È infine essenziale sottolineare che il circuito RLC di cui sopra ha una costante tempo di smorzamento $\tau = L_{1p}/R$

La trattazione può essere generalizzata al caso di N particelle in trappola È banale dimostrare che nel caso di N particelle sussiste ancora la condizione di risonanza a pulsazione ω_z ma che la capacità e l'induttanza equivalenti $(C_{Np} \in L_{Np})$ varranno ora:

$$L_{Np} = \frac{L_{1p}}{N} \qquad C_{Np} = NC_{1p} \tag{3.8}$$

La costante di smorzamento del circuito equivalente per N particelle sarà pertanto $\tau' = \tau/N$.

Il moto delle N particelle può essere o non essere coerente e la discussione delle conseguenze di queste due diverse situazioni verrà discussa nei prossimi paragrafi.

3.4 Rivelazione

Dopo aver notato che la carica intrappolata in una trappola di Penning può essere schematizzata come una capacità e un'induttanza e che una resistenza può rivelare la corrente prodotta dall'induzione di carica dovuta al moto della particella in trappola, possiamo pensare di rivelare per tale via la presenza e la quantità delle particelle intrappolate.

3.4 Rivelazione

A questo proposito appare più opportuno inserire al posto della resistenza un'induttanza che, accoppiata con la capacità della trappola C_T , abbia la stessa frequenza di risonanza delle particelle; si parlerà pertanto di un circuito accordato e non più di una resistenza.

Il vantaggio principale di un circuito accordato è la sua capacità di amplificare una banda di frequenze molto limitate; questo è fondamentale laddove, come nel nostro caso, il segnale ha banda di frequenza stretta mentre il rumore nel quale è immerso ha banda infinita.

Nel disegno di figura 3.3 il circuito $(R_L + R_C)L_TC_T$ presenta fenomeni di risonanza parallela. Gli elementi circuitali riportati in figura sono: C_T la capacità degli elettrodi della trappola, L_T l'induttanza usata per il circuito di rivelazione, $R_L + R_C$ le resistenze parassite dei precedenti elementi.

La scelta di L_T è, come è stato già detto, effettuata in modo da rendere la frequenza del circuito accordato uguale alla frequenza del moto \hat{z} delle particelle.



Figura 3.3: Schematizzazione del sistema e principio di rivelazione.

Oltre alla frequenza di risonanza per un circuito RLC è definito anche il fattore di merito Q:

$$Q = 2\pi \frac{valore \ massimo \ dell'energia \ accumulata}{energia \ dissipata \ per \ periodo}$$
(3.9)

$$Q = \frac{\omega_z L_T}{R_L + R_C} = \frac{1}{\omega_z (R_L + R_C) C_T} = \frac{1}{R_L + R_C} \sqrt{\frac{L_T}{C_T}}$$
(3.10)

che fornisce un idea di quanto la banda passante del circuito sia stretta, o equivalentemente, quanto sia concentrata l'energia del circuito. L'approssimazione della frequenza di risonanza con $\sqrt{1/L_T C_T}$ è tanto migliore quanto più Q è grande; la condizione di risonanza di un circuito è infatti realizzata quando l'impedenza che questo presenta diviene un puro numero reale. La frequenza che realizza questa condizione nel nostro caso è data da $\sqrt{1/LC}$ con un fattore moltiplicativo di valore $\sqrt{\frac{R_L^2 - L/C}{R_C^2 - L/C}}$ che per R_L e R_C piccoli rispetto alla radice quadrata del rapporto tra L e C tende ad 1. La condizione R_L e R_C piccoli coincide con la richiesta di Q alto. È infine doveroso notare che vi sono delle resistenze parassite per cui non viene mai realizzata la condizione di risonanza (impedenza reale) ed altri per le quali qualsiasi frequenza fa risuonare la maglia circuitale.

Ai fini pratici però la condizione di risonanza del circuito, approssimata con $\sqrt{1/L_T C_T}$, viene sempre verificata.

Il circuito formato da L_T , C_T , R_C e R_L è sostituibile da un'impedenza equivalente Z_d che diviene massima e reale alla frequenza di risonanza e vale, tenuto conto della precedente approssimazione:

$$Z_d = R_d = Q^2 (R_L + R_C) = \omega_z Q L_T = \frac{Q}{\omega_z C_T}$$
(3.11)

Il segnale che viene rivelato alla frequenza $\frac{\omega_z}{2\pi}$ è pertanto $V_s = iR_d$.

Il rumore presente alle frequenze di rivelazione è per lo più rumore Johnson (rumore termico) prodotto dalla resistenza dinamica di rivelazione R_d . La tensione di rumore V_n è data dalla seguente equazione:

$$V_n = \sqrt{4k_B T R_d B} \tag{3.12}$$

dove k_B è la costante di Boltzman, T è la temperatura a cui si trova la resistenza e B è la banda passante del circuito di rivelazione. Andando ad analizzare il rapporto segnale-rumore nel caso di singola particella risulta :

$$\frac{S}{N} = \frac{V_s^2}{V_n^2} = \frac{i_{eff}^2 R_d}{4k_B T B} = \frac{i_{eff}^2}{4k_B T} Q^2 L_T = \left(\frac{\alpha q}{4z_0}\right)^2 \frac{Q^2}{2m} L_T = \left(\frac{\alpha q}{4z_0}\right)^2 \frac{Q^2 A^2}{2k_B T C_T} (3.13)$$

ottenuto sfruttando l'ulteriore identità $Q = \omega_z/B$ diretta conseguenza della definizione 3.9.

Il rapporto S/N fornisce la sensibilità del circuito accordato. Nel caso dei seguenti valori assunti dai parametri nella 3.13,

$$\begin{cases}
L_T \simeq 10^{-2} H \\
Q \simeq 10^2 \\
q \simeq 10^{-19} C \\
m \simeq 10^{-30} Kg \\
z_0 \simeq 10^{-2} m \\
C_T \simeq 10^{-12} F \\
T \simeq 4^0 K
\end{cases}$$
(3.14)

relativi al circuito accordato per la rivelazione degli elettroni nell'esperimento ATHENA, il rapporto S/N nel caso di singola particella assume un valore dell'ordine di una parte su 10^4 .

Se si definisce come sensibilità del circuito il numero di particelle che servono per fornire un rapporto S/N unitario, bisognerà prendere in analisi i diversi modi che le particelle hanno di muoversi internamente alla trappola.

Bisogna, in proposito, distinguere due casi:

- 1. moto incoerente delle N particelle
- 2. moto coerente

Il primo caso corrisponde alla situazione in cui le particelle oscillano in trappola liberamente. Le fasi del moto sono indipendenti ed il segnale risultante, somma dei segnali delle N particelle, avrà pertanto una potenza:

$$S = \overline{V_{tot}^2} = \left(\sum_{i=1}^N R_d i_i\right)^2 \propto \omega_z^2 \left(\sum_{i=1}^N A_i sen(\omega_z t + \phi_i)\right)^2 =$$
$$= \omega_z^2 \left(\sum_{i=1}^N A_i^2 sen^2(\omega_z t + \phi_i) + \sum_{i \neq j}^N A_i A_j sen(\omega_z t + \phi_i) sen(\omega_z t + \phi_j)\right) \quad (3.15)$$

Per N sufficientemente grande il secondo termine tende a zero e la potenza del segnale prodotto da N particelle in moto incoerente risulterà essere proporzionale alla seguente quantità:

$$S \propto \omega_z^2 \sum_{i=1}^N A_i^2 sen^2(\omega_z t + \phi_i) = \frac{\omega_z^2}{2} N \overline{A^2}$$
(3.16)

La potenza del segnale rivelato cresce con N, per cui, in base al risultato sul rapporto S/N del segnale rivelato nel caso di singola particella, serviranno almeno 10^4 elettroni per fornire il rapporto tra potenza del segnale e potenza di rumore uguale all'unità.

Questo numero rappresenta la sensibilità del circuito accordato per gli elettroni. Esiste tuttavia un modo per riuscire a distinguere anche un numero di particelle molto inferiore. Per implementare questa tecnica, che verrà discussa nel prossimo paragrafo si tenterà, tra l'altro, di avere le particelle intrappolate in moto coerente le une rispetto alle altre.

3.5 Oscillazioni forzate

Nel paragrafo 3.3 si è introdotta l'equivalenza circuitale tra la particella e un circuito LC serie. Nel paragrafo 3.2 si è evidenziato come il movimento della carica nella trappola induca una variazione della tensione sugli elettrodi. Nello stesso modo è ovvio pensare che una variazione di tensione induca un movimento della carica intrappolata.

Una soluzione per migliorare il rapporto S/N acquisito dal nostro circuito accordato è quella di sfruttare questa dualità che il sistema possiede. Inizialmente si invierà un segnale a radiofrequenza sugli elettrodi per aumentare l'ampiezza delle oscillazioni della particella e quindi si riveleranno i segnali da questa indotti che, come si è visto nell'equazione 3.13, saranno proporzionali a questa grandezza.

Si deve allora valutare l'influenza che una forza esterna periodica esercita sul nostro oscillatore. Nella forma più generale possibile l'equazione del moto potrà essere scritta nel seguente modo:

$$m\ddot{z}(t) + m\Gamma\dot{z}(t) + m\omega_z^2 z(t) = F_0 cos\omega t \qquad (3.17)$$

Nell'equazione 3.17 la particella di massa "m" è soggetta alla forza elastica fornita dalla buca di potenziale, ad una forza di attrito proporzionale con Γ alla sua velocità e ad una forza periodica esterna di pulsazione ω . Si vuole trovare la soluzione dell'equazione 3.17 per condizioni iniziali che si supporranno prossime a zero.

L'ampiezza dell'oscillazione relativa a particelle in equilibrio termico con l'ambiente posto a 4^0K risulta facilmente calcolabile e stimata dell'ordine di qualche millimetro. Questo risultato consente l'approssimazione, importante ai fini del rapporto segnale/rumore, di quiete iniziale delle particelle. A seguito di questa approssimazione, come si vedrà nello sviluppo del calcolo delle soluzioni dell'equazione 3.17, le particelle saranno soggette ad un moto complessivamente coerente. La potenza del segnale rivelato risulterà perciò proporzionale non più a N ma a N^2 .

Ritornando alla ricerca della soluzione dell'equazione differenziale 3.17, questa sarà data dalla sovrapposizione della soluzione dell'equazione omogenea associata e di una soluzione particolare. La prima descrive il moto smorzato relativo a particelle libere e fornisce una soluzione del tipo

$$z_o(t) = e^{-(1/2)\Gamma t} \left(A_1 sen\omega_1 t + B_1 cos\omega_1 t \right)$$
(3.18)

Nell'equazione 3.18 il valore delle costanti A_1 e B_1 verrà assegnato, per necessità, in seguito, mentre il parametro ω_1 è così definito:

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 - \frac{1}{4}\Gamma^2 \tag{3.19}$$

La soluzione 3.18 è riferita alla condizione, soddisfatta nel nostro sistema, in cui $\Gamma < 2\omega_0$.

La soluzione particolare fornisce il moto delle particelle dopo che la forza eccitatrice armonica è stata applicata per un tempo molto lungo rispetto alla costante di decadimento $1/\Gamma$. L'equazione oraria dell'oscillatore, soggetto ad oscillazioni armoniche alla frequenza della perturbazione cosinusoidale, potrà essere espressa in base ad una sovrapposizione di due segnali: uno in fase e l'altro sfasato di 90⁰ rispetto alla forza eccitatrice. La soluzione particolare da noi ricercata può essere scritta nella forma

$$z_p(t) = Asen\omega t + Bcos\omega t \tag{3.20}$$

Le due costanti A e B sono date da

$$\begin{cases}
A = \frac{F_0}{m} \frac{\Gamma \omega}{(\omega_z^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2} = A_{ass} \\
B = \frac{F_0}{m} \frac{\omega_z^2 - \omega^2}{(\omega_z^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2} = A_{el}
\end{cases}$$
(3.21)

La costante A (A_{ass}) prende il nome di ampiezza assorbitiva, mentre B (A_{el}) è chiamata ampiezza elastica. La scelta di questi nomi è legata la fatto

che la potenza assorbita dal sistema, mediata nel tempo, è dovuta al solo primo termine nella soluzione 3.20, mentre il secondo termine contribuisce alla potenza assorbita istantaneamente ma ha media temporale nulla.

Ritornando alle costanti A_1 e B_1 nell'equazione 3.18, si può porre, ricordando che si è supposta la particella in quiete

$$B_1 = A_{el}$$
$$A_1 = -A_{ass}$$

La prima uguaglianza discende dalla condizione iniziale z(0) = 0 la seconda, sotto le condizioni di frequenza di eccitazione vicina alla frequenza di risonanza e di debole smorzamento ($\Gamma \ll \omega_0$), fornisce la seconda necessaria condizione iniziale $\dot{z}(t) = 0$.

La soluzione dell'equazione 3.17 appare dunque determinata e risulta essere:

$$z(t) = A_{ass}(sen\omega t - e^{-(1/2)\Gamma t}sen\omega_1 t) + A_{el}(cos\omega t - e^{-(1/2)\Gamma t}cos\omega_1 t)$$
(3.22)

Questa soluzione presenta delle caratteristiche interessanti al variare di ω ed il loro studio e la loro conoscenza è determinanante nello sviluppo del metodo di rivelazione elaborato dal gruppo di Genova e di altre operazioni, implementate nell'esperimento ATHENA, che coivolgono particelle in trappola e radiofrequenza.

E utile, in primo luogo, capire qual è il peso dei due addendi nella 3.22. Il rapporto tra i due coefficienti $A_{el} \in A_{ass}$, che esplicitando dalle equazioni 3.21 risulta essere:

$$\frac{A_{el}}{A_{ass}} = \frac{\omega_z^2 - \omega^2}{\Gamma\omega}$$
(3.23)

fornisce un'importante informazione su quanto il sistema sia accordato con la sorgente eccitatrice.

Per ω lontano dalla frequenza di risonanza della buca il rapporto può essere reso in modulo grande a piacere e nella soluzione 3.22 è lecito trascurare il primo addendo. Viceversa se ω è vicino ad ω_z esisterà un forte assorbimento di energia da parte del sistema e la soluzione può essere ben approssimata dal solo primo addendo nella 3.22.

Prima di discutere nel dettaglio il comportamento del sistema progettato per l'esperimento ATHENA, bisogna osservare come la condizione di stazionarietà per il sistema si raggiunga quando la potenza media assorbita dall'oscillatore equivale alla potenza dissipata per attrito. È facile vedere come le due potenze sopra menzionate valgano:

$$< P_{ass} >= \frac{1}{2} F_0 \omega A_{ass} ; < P_{attr} >= \frac{1}{2} m \Gamma \omega^2 (A_{ass}^2 + A_{el}^2)$$
 (3.24)

Al variare della frequenza dell'eccitazione la potenza assorbita $P(\omega)$ mediata nel tempo è data da:

$$P(\omega) = P_0 \frac{\Gamma^2 \omega^2}{(\omega_z^2 - \omega^2)^2 + \Gamma^2 \omega^2}$$
(3.25)

dove P_0 è il valore di $P(\omega)$ in condizioni di risonanza, cioè per $\omega = \omega_z$. L'intervallo fra i due punti a emipotenza, definito larghezza totale della risonanza, vale esattamente Γ . Da questo risultato, ricordandosi che il tempo di decadimento τ è uguale a $1/\Gamma$, si ottiene un importante relazione che lega la larghezza della risonanza del sistema e il tempo di decadimento per le sue oscillazioni libere. Da quanto detto vale infatti:

$$(\Delta\omega)_{ris}\tau_{libero} = 1 \tag{3.26}$$

3.5.1 Eccitazione

Dopo aver analizzato il comportamento generale di un oscillatore forzato è opportuno focalizzare l'attenzione sul sistema di ATHENA costituito, come è stato già detto negli scorsi paragrafi, dalle particelle intrappolate e da un circuito accordato.

L'equazione differenziale 3.17 può essere riscritta, durante il periodo in cui viene applicata la tensione sinusoidale, nel seguente modo:

$$m\left(\ddot{z}(t) + \Gamma \dot{z}(t) + \omega_z^2 z(t)\right) = \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0} cos\omega t$$
(3.27)

Il fattore Γ merita un'analisi più approfondita. Le particelle che sono state descritte come un circuito $L_{Np}C_{Np}$, non possiedono, infatti, in questa schematizzazione, nessun elemento dissipativo, ragion per cui si supporrà, in questa prima fase della rivelazione, $\Gamma = 0$.

La soluzione di questa equazione differenziale, in virtù di un fattore di smorzamento Γ nullo, è ridotta per le condizioni 3.21, al solo termine con coefficiente A_{el} .

Pertanto la soluzione 3.22 sarà riscrivibile nel seguente modo:

$$z(t) = A_{el}(\cos\omega t - \cos\omega_z t) = \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0 m} \frac{\cos\omega t - \cos\omega_z t}{\omega_z^2 - \omega^2}$$
(3.28)

Sfruttando le formule di prostaferesi si può esprimere la soluzione 3.28 in una forma più diretta in cui la soluzione appare come un'oscillazione alla frequenza media $(\omega_z + \omega)/2$ modulata da una lenta sinusoide alla frequenza $(\omega_z - \omega)/2$:

$$z(t) = A_{mod}(t)sin\frac{\omega_z + \omega}{2}t$$
(3.29)

L'ampiezza $A_{mod}(t)$, rappresenta la modulazione di cui sopra ed è espressa dalla seguente espressione.

$$A_{mod}(t) = \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0 m} \frac{2sen\frac{\omega_z - \omega}{2}t}{\omega_z^2 - \omega^2}$$
(3.30)

La scelta dei vari parametri per l'ottimizzazione della rivelazione risulta quindi critica in fase di progettazione, su tutti il tempo τ_d di durata dell'eccitazione. Se si sceglie infatti

$$\tau_d \ll \frac{1}{|\omega_z - \omega|} \tag{3.31}$$

si potrà approssimare l'ampiezza di modulazione $A_{mod}(t)$ con il primo termine del suo sviluppo in serie ottenendo così:

$$A_{mod}(t) \simeq \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0 m} \frac{t}{\omega_z + \omega}$$
(3.32)

L'ampiezza finale di oscillazione della particella sarà dunque proporzionale alla durata dell'eccitazione ma, perché questa rimanga confinata, non potrà superare le dimensioni della zona in cui è stata creata la buca di potenziale armonica. La scelta di τ_d è quindi soggetta ad una seconda condizione.

$$A_{mod}(\tau_d) < \frac{L}{2} \quad \Rightarrow \quad \tau_d < \frac{Lz_0 m(\omega_z + \omega)}{\alpha q \Delta V_d} \tag{3.33}$$

Nel caso di ATHENA la lunghezza assiale (lungo \hat{z}) della buca di potenziale armonica, indicata con L (2 z_0) nella 3.33, vale, come si dirà con più enfasi nel capitolo dedicato alla trappola di cattura, 5 cm.

Il parametro α è, come si è detto nel paragrafo 3.2, costante per piccoli spostamenti. La dipendenza della 3.32 da questa grandezza impone, per ragioni pratiche, di limitare l'ampiezza di oscillazione delle particelle alla regione in cui questa si può considerare costante ($\simeq z_0/2$).

Il tempo τ_d sarà allora soggetto a un'ulteriore stringente condizione:

$$A_{mod}(\tau_d) \le \frac{L}{4} \quad \Rightarrow \quad \tau_d \le \frac{z_0^2 m(\omega_z + \omega)}{\alpha q \Delta V_d} \tag{3.34}$$

Il valore di τ_d che deriva dalla 3.34 è ovviamente inversamente proporzionale all'intensità della radiofrequenza applicata, in particolare vale la relazione

$$\tau_d \Delta V_d \simeq 10^{-8} \ [V \cdot s] \tag{3.35}$$

che nelle condizioni di ATHENA, dove la radiofrequenza ha un'ampiezza di qualche mV, equivale ad un tempo di drive di qualche μs . Confrontando il risultato con la condizione 3.31 si deve avere:

$$|\omega_z - \omega| \le 10^5 \ [Hz] \tag{3.36}$$

Con l'elettronica a nostra disposizione, che verrà descritta in un apposito capitolo, la 3.36 è sempre verificata, quindi si potrà calcolare la sensibilità del sistema di rivelazione assumendo verificate tutte le condizioni che si sono poste.

Il rapporto S/N che si otterrà in funzione del tempo è scrivibile, tenendo conto delle relazioni 3.13 e 3.32, nel seguente modo:

$$\frac{S}{N}(t) = \left(\frac{\alpha q}{4z_0}\right)^4 \left(\frac{Q\Delta V_d}{m(\omega_z + \omega)}\right)^2 \frac{N^2}{2k_B T C_T} t^2 \tag{3.37}$$

Se ora si considera la 3.37 per $t = \tau_d$ e si pone in essa S/N = 1 si potrà ricavare il numero minimo di particelle intrappolate che potrà essere rivelato che si scriverà esplicitamente:

$$N = \frac{\sqrt{128k_BTC_T}}{\alpha qQ} \simeq \sqrt{10^3} \simeq 30 \tag{3.38}$$

Il numero trovato rappresenta la sensibilità del metodo di rivelazione di ATHENA con le condizioni 3.14. In realtà la sensibilità del sistema di rivelazione aumenta di un ordine di grandezza a causa del rumore introdotto dall'elettronica che deve amplificare il segnale e dai disturbi dell'ambiente che si accoppiano ai cavi e ai connettori.

Come si era preannunciato la sensibilità, utilizzando lo stesso circuito accordato del calcolo 3.14, è migliorata enormemente. Utilizzando la stessa tecnica ma circuiti accordati con fattori di merito molto più elevati si sono riuscite ad ottenere rivelazioni di singole particelle intrappolate [19].

Il fattore di merito Q del circuito accordato è limitato dal Q delle particelle intrappolate. Nei precedenti paragrafi si sono schematizzate le particelle come un circuito LC. In realtà in serie al ramo circuitale $L_{Np}C_{Np}$ esiste una resistenza propria della particelle che cresce con il numero di queste. Il sistema di rivelazione elaborato funziona sotto la condizione $Q_{particelle} > Q_{circuito}$

3.5.2 Decadimento del segnale

Appena finita l'eccitazione la particella si troverà ad oscillare accoppiata con il circuito accordato menzionato negli scorsi paragrafi. L'equazione differenziale che descriverà questa seconda parte della rivelazione è identificabile come l'omogenea associata della 3.27 in cui il parametro Γ dipenderà dalla risposta del circuito accordato.

Per le scelte operate nel paragrafo 3.4 la costante Γ varrà R_d/L_{Np} . Il segnale sarà dunque descritto dalla soluzione $z_o(t)$ della formula 3.18.

In particolare all'aumentare del numero delle particelle intrappolate ci sarà un allontanamento della frequenza del segnale $z_o(t)$ dalla frequenza $\omega_z/2\pi$ propria della buca armonica. La trasformata di Fourier del segnale si sposterà sempre più dalla frequenza di risonanza della buca fino al limite in cui il segnale verrà tagliato dalla banda passante del circuito accordato. Occorrerà, in questo caso, aumentare la profondità della buca per consentire alla pulsazione ω_1 (eq. 3.19) di essere centrata nuovamente sulla pulsazione di risonanza del circuito accordato.

Il segnale decade dopo l'eccitazione con una costante tempo

$$\tau_{dec} = \frac{1}{\Gamma} \propto \frac{1}{N}$$

Alla luce di questa ulteriore considerazione si può allora individuare il numero della particelle intrappolate in due modi:

- 1. leggendo l'ampiezza iniziale del segnale (proporzionale a N^2)
- 2. leggendo il tempo in cui la potenza del segnale si dimezza (proporzionale a N)

Dalla lettura indipendente di queste due quantità si ottengono due distinti valori del numero di particelle intrappolate che possono essere confrontati.

In particolare dalla seconda tecnica di rivelazione si ricava il valore di N indipendentemente dall'ampiezza del segnale. Questa informazione è rilevante perchè non risente degli effetti che la deriva in frequenza comporta all'aumentare del numero di cariche intrappolate. Il risultato potrà quindi essere utilizzato per accordare in maniera efficace buca e circuito di rivelazione al variare di N.

L'analisi della rivelazione è stata implementata per comodità con gli elettroni, ma può essere riferita agli antiprotoni mediante opportune correzioni di scala.

I circuiti utilizzati per le due diverse rivelazioni sono distinti e calibrati per le diverse condizioni di lavoro che elettroni ed antiprotoni comportano.

La sostanziale differenza che distingue i due circuiti è il numero di particelle che dovranno rivelare; in particolare gli antiprotoni saranno in numero molto minore e più limitati spazialmente e per essere rivelati avranno bisogno di un circuito accordato con un fattore di merito Q più alto.

Ogni circuito accordato è poi collegato ad un elettrodo della trappola. Ovviamente il circuito per la rivelazione degli antiprotoni è attaccato ad un elettrodo diverso da quello per gli elettroni. I due elettrodi in questione sono, riferendosi alla figura 4.1, Il CMP1R e il CMP1L.

Alcuni dati acquisiti utilizzadno questo metodo di rivelazione sono riportati nel paragrafo 7.2.2.

3.6 Rivelazione delle particelle mediante un analizzatore di spettro

Utilizzando circuiti accordati con Q molto elevato si può evitare la procedura di drive discussa nel paragrafo precedente a favore della rivelazione ottenuta sfruttando il moto incoerente delle particelle intrappolate. Il rumore stesso, poichè scomponibile in componenti di Fourier, può essere considerato una eccitazione e trattata come nel paragrafo 3.5.

Sapendo che il rumore termico ha una densità spettrale di potenza costante e che la resistenza reale può essere schematizzata come una resistenza ideale con in parallelo un generatore di corrente di rumore, si può schematizzare l'intero sistema come in figura 3.4.



Figura 3.4: Equivalenza circuitale nel caso di misurazione con analizzatore di spettro.

La tensione che verrà acquisita esternamente dipenderà ovviamente dalla risposta del sistema all'eccitazione di rumore e, ipotizzando come unico rumore rilevante il rumore Johnson, si avrà:

$$V_n(\omega) = Z(\omega)I_n$$

Studiando il segnale acquisito con un analizzatore di spettro si ricaverà la funzione di trasferimento del sistema che, dipendendo dal numero di particelle, fornirà informazioni sul valore di questo parametro. Per capire quale elemento sia legato al numero di particelle si deve trovare l'impedenza equivalente del sistema. Poichè il sistema è composto dal parallello di molte impedenze si potrà scrivere:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T + \frac{j\omega C_{1p}}{1 - \omega^2 L_{Np} C_{Np}} + \frac{1}{R_d}$$
(3.39)

L'inverso dell'impedenza del circuito, definito ammettenza, è evidentemente un numero complesso caratterizzato da una parte reale, l'inverso della resistenza dinamica, e da una parte immaginaria che include gli elementi circuitali non dissipativi. La componente reale di questa grandezza è costante al variare della frequenza di eccitazione e pertanto lo studio della parte immaginaria, a cui è correlato il numero delle particelle intrappolate, esaurirà le informazioni che si possono ottenere.

L'impedenza immaginaria equivalente sarà perciò esprimibile nel seguente modo:

$$\frac{\omega L_T (1 - \omega^2 L_{Np} C_{Np})}{\omega^2 L_T C_{Np} - (1 - \omega^2 L_{Np} C_{Np})(1 - \omega^2 L_T C_T)}$$
(3.40)

Tenuto conto che i valori dei componenti sono stati scelti in modo da far coincidere la frequenza di risonanza del circuito accordato con la frequenza di oscillazione delle particelle (paragrafo 3.4)e perciò

$$L_{Np}C_{Np} = L_T C_T = \frac{1}{\omega_z^2}$$

si può riscrivere la 3.40 nel seguente modo:

$$\frac{\omega_z^2 \omega L_T(\omega_z^2 - \omega^2)}{\omega_z^2 \omega^2 C_{Np}/C_T - (\omega_z^2 - \omega^2)^2}$$

Questa espressione ha uno zero per $\omega = \omega_z$ e due poli, nella condizione sempre verificata $C_{Np} \ll C_T$, in $\omega = \omega_z (1 \pm 1/2 \sqrt{C_{Np}/C_T})$. La distanza tra i due poli è, ricordando le espressioni 3.8, proporzionale a \sqrt{N} .

L'andamento dell'impedenza in funzione della frequenza si può vedere in figura 3.5. Nella stessa figura, questa quantità viene espressa per due valori di N.

L'impedenza totale sarà il parallelo tra la resistenza R_d e il termine 3.40. Questa sarà massima nei poli della parte immaginaria e varrà R_d . IL minimo viceversa si otterrà nello zero della funzione 3.40; l'impedenza totale è in questo caso nulla.



Figura 3.5: Andamento dello spettro di potenza del segnale rivelato dall'analizzatore. In ascissa la scala è arbitraria ma tenuta costante nei due casi.

Il metodo qui esposto è molto preciso e consente di rivelare le particelle senza aumentare la loro energia dall'esterno. Un tipico segnale rivelato, acquisito dalla già citata collaborazione internazionale ATRAP [29], è riportato in figura 3.6.

3.7 Confronti fra le due tecniche di rivelazione

Le due tecniche discusse sono vantaggiose in determinate condizioni di lavoro.



Figura 3.6: Segnale rivelato dalla collaborazione internazionale ATRAP.

Se da un lato il drive offre infatti un ottimo rapporto segnale-rumore con apparecchiature poco sofisticate, dall'altro cede energia alle particelle.

L'energia acquisita deve essere dissipata per riportare le particelle alla temperatura necessaria a rendere utile la ricombinazione.

Una volta che le particelle hanno acquistato energia cinetica possono perderla, riportandosi all'equilibrio con l'ambiente, in due modi:

- 1. mediante radiazione di sincrotrone (radiazione prodotta dal moto di ciclotrone)
- 2. attraverso urti con particelle fredde.

Il primo processo è vantagioso se le particelle sono leggere. Dalla formula di Larmor (3.41)

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{q^2 a^2(t)}{8\pi\epsilon_0 c^3} \tag{3.41}$$

appare evidente come la dipendenza della radiazione emessa, principalmente dovuta al moto di ciclotrone, privilegi le cariche poco massive. Se infatti si trova esplicitamente l'energia della particella si nota come questa decada esponenzialmente con una costante tempo inversamente proporzionale al campo magnetico presente ma soprattutto proporzionale al cubo della massa inerziale della carica accelerata (eq.3.42).

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}} \quad \tau_c = \frac{6\pi\epsilon_0 c^3 m^3}{q^4 B^2}$$
(3.42)

Nelle stesse condizioni sperimentali il tempo di raffreddamento dovuto al meccanismo di radiazione per gli antiprotoni è $8 \cdot 10^9$ volte più lungo che per gli elettroni. Si vede facilmente che per gli elettroni il tempo per portarsi ai 4^0 K dell'ambiente è una frazione di secondo.

Nel caso di antiprotoni questa via è quindi poco efficiente; la perdita di energia avviene unicamente attraverso urti coulombiani con una efficienza di raffreddamento [11] che, nel caso di urti con elettroni, ha l'andamento della curva in figura 3.7.



Figura 3.7: Velocità di raffreddamento degli antiprotoni nelle condizioni sperimentali di ATHENA.

La tecnica per ovviare al riscaldamento degli antiprotoni dovuto al drive sarà, allora, quella di mescolare nuovamente, dopo la rivelazione, la nuvola degli antiprotoni con una parte del plasma di elettroni che era serivito per raffreddare gli antiprotoni dai 10KeV al momento della cattura ai 4^{0} K dell'ambiente in cui le trappole sono inserite.

Un congruo numero di elettroni (circa lo stesso degli antiprotoni) sarà dunque presente in ogni momento nella trappola di cattura.

La coesistenza di elettroni ed antiprotoni comporta però un certo numero di operazioni aggiuntive, per evitare che gli elettroni possano venir trasferiti nella trappola di ricombinazione insieme agli antiprotoni, creando in tal modo spiacevoli annichilazioni con i positroni.

L'implementazione di queste operazioni è riservata ad uno specifico paragrafo (6.6).

La seconda tecnica, la rivelazione mediante analizzatore di spettro, consente, come si è in precedenza sottolineato, di non cedere energia alle particelle. A questa piacevole caratteristica, questo sistema di rivelazione accosta tuttavia alcune difficoltà tecniche di realizzazione, la più importante delle quali è la buona schermatura dal rumore. Per evitare che la misura non sia coperta dal rumore dell'elettronica e dell'ambiente, come per esempio avviene nel caso dei circuiti di rivelazione utilizzati nell'esperimento ATHENA, bisogna schermare l'intero apparato. Questa operazione impone, tra l'altro, di limitare le dimensioni della trappola elettromagnetica, con la conseguente limitazione del numero di particelle intrappolabili.

Il poter disporre di un elevato numero dei reagenti base dell'atomo di anti-idrogeno è richiesta fondamentale per ottenere un gran numero di ricombinazioni e la piccolezza dell'apparato, con una conseguente limitazione sulle cariche intrappolabili, potrebbe quindi rappresentare un limite per il succitato esperimento ATRAP.

Le dimensioni ridotte però, come è gia stato sottolineato nel capitolo 2, consentono di ridurre enormemente le deviazioni dalla simmetria cilindrica del sistema. Questi allontanamenti dall'idealità, come si dirà in un paragrafo a questo argomento dedicato, inducono una perdità di particelle.

I due tipi di rivelazione, così come gli apparati sperimentali, di ATHENA e ATRAP, adottano filosofie sperimentali differenti. Nel primo esperimento si privilegia la quantità delle particelle coinvolte nei processi di ricombinazione, nel secondo il loro lungo tempo di confinamento.

3.8 Rivelazione distruttiva

Per monitorare il plasma di elettroni presente all'interno della trappola non si possono sfruttare i circuiti accordati perchè nelle prime fasi dell'operazione di raffreddamento la trappola di ATHENA viene polarizzata in modo da formare assialmente un potenziale di buca tipo Malmberg.

L'operazione di caricamento verrà esposta nel paragrafo 6.3 ma è necessario preannunciare che il caricamento è effettuato fino alla saturazione della trappola 2.7.

Per conoscere la riproducibilità del caricamento, benchè fosse a priori probabile che la condizione di saturazione fornisse di per sè questa caratteristica, sono state effettuate misure distruttive sugli elettroni in trappola.

Le misure sono state condotte nel seguente modo. Dalla configurazione iniziale di buca Malmberg, con una profondità ΔV saturata dalla presenza di particelle, si è alzata l'intera buca fino a portarne il fondo a potenziale negativo.

La profondità della buca in questo modo non è variata ma l'energia potenziale degli elettroni rispetto all'elettrodo HVL è aumentata. Questo elettrodo è stato utilizzato come coppa di Faraday per la raccolta e la successiva rivelazione della carica intrappolata. La scelta di questo elettrodo è stata obbligata dal fatto che tutti gli altri elettrodi sono cavi mentre l'elettrodo di alta tensione rivolto verso AD, alloggiando l'ultimo foglio del sistema di decelerazione [11], risulta essere "tappato".

Una volta che il potenziale della buca è stato alzato mediante un impulso di durata appropriata, del quale si discuterà in seguito, la carica viene scaricata sulla capacità dell'elettrodo ($C_{HVL} = 4 \cdot 10^{-10}$ F) a cui è accoppiato un amplificatore di segnali commerciale con impedenza di ingresso $R_{in} = 1M\Omega$.

IL circuito si carica molto rapidamente con una velocità che dipende dalla corrente e quindi dalla differenza di potenziale tra il fondo della buca e l'elettrodo HVL al momento dell'impulso. La carica accumulata sul condensatore (sull'elettrodo) è poi scaricata a terra attraverso l'impedenza di ingresso dell'amplificatore.

Il segnale rivelato decrescerà esponenzialmente con una costante tempo

$$R_{in}C_{HVL} = \tau = 400 \ \mu s$$

Il suo valore iniziale sarà dato dalla differenza di potenziale che una carica di 10^8 elettroni crea ai capi di una capacità di valore C_{HVL} . Il valore iniziale del segnale sarà pertanto di 40 mV, certamente al di sopra della sensibilità dello strumento. La sensibilità del metodo è limitata dalle fluttuazioni dell'energia immagazzinata ΔU_c in un condensatore di capacità C che a temperatura T vale

$$\Delta U_c = \frac{\Delta q^2}{2C} = k_B T$$

Ne segue che l'indeterminazione sulla lettura della carica sia

$$\Delta q = \sqrt{2Ck_BT} \tag{3.43}$$

che vale, nelle condizioni sperimentali in cui sono state acquisite le misure del capitolo 7, $\Delta q \simeq 10^5$ cariche elettroniche.

Capitolo 4

L'apparato di cattura dei p

4.1 Introduzione

Questo capitolo è una descrizione dell'apparato sperimentale dell'esperimento ATHENA, con particolare attenzione per la parte direttamente costruita dalla collaborazione genovese. Nel paragrafo 4.2 viene descritta la trappola di cattura e si mette in evidenza la struttura ed il modo di operare degli elettrodi che la compongono. Nel terzo paragrafo si discute di come, in questa prima fase sperimentale, è stata ovviata l'assenza della trappola di ricombinazione. Analizzando l'apparato verso l'esterno si descriverà, nella sezione 4.4, la parte del sistema che ospita le due trappole e che viene inserita all'interno del magnete superconduttore. Per finire si discuterà della sorgente di elettroni dell'esperimento e della sua ubicazione nell'apparato.

4.2 La trappola

Come è stato già accennato nel corso del precedente capitolo, la trappola di cattura di ATHENAè una trappola ad anelli progettata e costruita nei laboratori genovesi.

Il suo compito è quello di intrappolare gli antiprotoni provenienti dalla macchina del CERN AD (Antiproton Decelerator) che, dopo aver attraversato un primo sistema di decelerazione passiva (che li decelera da 5.3MeV a qualche decina di KeV) e dopo essere stati raffreddati mediante "electroncooling", Hanno energie cinetiche dell'ordine di qualche decina di μeV (che corrisponde ad una temperatura di pochi gradi Kelvin). La progettazione della trappola è stata eseguita valutando la forma del potenziale all'interno della trappola e cercando di ottimizzarla in varie configurazioni.

Il potenziale elettrico V nel centro della trappola può essere sviluppato in serie di polinomi di Legendre nel seguente modo:

$$V = \frac{1}{2} V_0 \sum_{k=0}^{\infty} C_k \left(\frac{r}{d}\right)^k P_k(\cos\theta)$$
(4.1)

Nell'equazione 4.1 V_0 è il potenziale di trappola e la già vista distanza caratteristica

$$d^2 = \frac{1}{2}(z_0^2 + \frac{1}{2}\rho_0^2)$$

è scelta in analogia ai calcoli sulla trappola di Penning ideale con elettrodi iperbolici.

I polinomi di Legendre $P_k(\cos \theta)$ sono invarianti per definizione per rotazioni intorno all'asse \hat{z} . Nella serie 4.1 si devono considerare solo i termini pari dello sviluppo poichè il sistema è supposto invariante per riflessioni rispetto al piano z = 0.

Come in ogni sviluppo in serie, più si è lontani dal punto dello sviluppo più i termini di ordine maggiori sono importanti. Il primo termine, riferito alla costante C_0 , fornisce un potenziale elettrico costante che non è rilevante ai fini della forza esercitata sulle particelle (la sua derivata spaziale è nulla).

La frequenza dell'oscillazione assiale, per una particella di massa "m" e carica "q", edata all'ordine più basso da:

$$\omega_z^2 = \frac{qV_0}{md^2}C_2\tag{4.2}$$

Per ottenere un potenziale di quadrupolo esatto si dovrebbe avere :

$$C_2 = 1 \quad C_{i>2} = 0$$

L'obbiettivo è quindi quello di minimizzare i coefficienti di ordine maggiore di due nella serie 4.1.

4.2 La trappola

Quando questi termini sono diversi da zero, infatti, la buca non è più armonica. Lo spostamento della frequenza delle oscillazioni è così descritto al primo ordine, dal rapporto:

$$\frac{\Delta\omega_z}{\omega_z} = \frac{3}{2} \frac{C_4}{C_2} \frac{E_z}{qV_0 C_2} \tag{4.3}$$

dove il termine E_z rappresenta l'energia delle oscillazioni assiali.

Correzioni di ordine superiore sono poi dovute agli altri termini della serie e risultano essere importanti se ci si allontana dal centro della buca o se si richiedono alte precisioni.

Sono state simulate varie configurazioni di trappola utilizzando differenti numeri di elettrodi, dimensioni e tensioni applicate e calcolando il campo come sovrapposizione dei campi prodotti da ogni singolo elettrodo (la condizione al contorno per l'equazione di Laplace è che il campo si annulli su tutti gli altri elettrodi).

Nelle simulazioni, realizzate con un codice fortran [11], si è osservato che il numero minimo di elettrodi per ottenere una buona approssimazione di buca armonica per $-\rho_0 < z < \rho_0$, è sette, invece dei cinque della trappola in figura 1.5 [50]. Nelle stesse simulazioni si sono anche trovati il migliore rapporto tra raggio interno e lunghezza dei vari elettrodi della trappola ed i valori ottimali delle tensioni da applicare a questi per ottenere il profilo armonico.

Gli elettrodi di endcap sono stati ulteriormente divisi in più parti per consentire l'implementazione di alcune operazioni che verranno esposte in seguito (capitolo 6).

Il corpo centrale della trappola di ATHENA risulta quindi costituito, da dieci elettrodi, la cui denominazione è esplicita in figura 4.1.

Nel seguito della tesi si farà riferimento ai nomi dei singoli elettrodi per spiegare le singole operazioni che verranno implementate all'interno della trappola, operazioni che coincidono con opportuni movimenti di potenziale sugli elettrodi. In ogni operazione, infatti, si cambiano i valori di tensione di uno o più elettrodi per far compiere alle particelle intrappolate determinati movimenti.

Le due lettere "L" ed "R" indicano la parte sinistra (Left) e la parte destra (Right) della trappola rispetto al centro, mentre le lettere CMP indicano gli elettrodi di CoMPensazione. Per convenzione si è scelto di riferire la sinistra all'ingresso del fascio.

I risultati delle simulazioni sono forniti nella tabella 4.1



Figura 4.1: Trappola di cattura dell'esperimento Athena. Si possono leggere i nomi degli elettrodi che compongono la trappola.

elettrodo	V_i/V_0	l_i/ ho_0
CMP3LB	0	
CMP3LA	0	
CMP2L	0.34	0.45
CMP1L	0.83	0.83
RING	1.00	1.19
CMP1R	0.83	0.83
CMP2R	0.34	0.45
CMP3RA	0	
CMP3RB	0	
CMP3RC	0	

Tabella 4.1: valori ottenuti dalle simulazioni

La trappola è stata costruita con queste proporzioni, e offre, in linea teorica e nella regione $-\rho_0 < z < \rho_0$, una precisione relativa sulla frequenza di risonanza $\Delta \omega_z / \omega_z < 10^{-6}$.

La regione armonica della trappola si trova in corrispondenza degli elettrodi centrali dal CMP2L al CMP2R. È tuttavia evidente che, se si dovessero mantenere tutti gli elettrodi del corpo centrale allo stesso potenziale, si potrebbe creare una trappola di Malmberg. Da queste considerazioni appare ancora una volta evidente come la trappola ad anelli, nel caso quella di

4.2 La trappola

ATHENA, sia molto versatile.

La fotografia della trappola di cattura, prima del suo inserimento nel magnete di ATHENA, è riportata in figura 4.2.



Figura 4.2: Foto della trappola di catura posata sul tavolo di laboratorio.

Nel disegno di figura 4.1 appaiono altri due elettrodi: HVL e HVR. Le lettere HV sono l'acronimo di alta tensione (High Voltage).

Per fermare particelle, cariche negativamente, con 15KeV di energia cinetica serviranno infatti barriere di potenziale prodotte da elettrodi polarizzati con tensioni di almeno $-15 \ KV$. Per sopportare delle tensioni così elevate i due elettrodi sopramenzionati devono essere progettati in modo che non "scarichino" sulle parti a terra del sistema.

Il disegno tecnico che è servito per la costruzione degli elettrodi HVR-L è riportato in figura 4.3, dove è riportato a commento il principale requisito che a questi viene richiesto: l'assenza di spigoli vivi.

Il loro profilo, con gli angoli smussati, e la loro posizione rispetto agli altri elettrodi costituenti la trappola, distanti in vuoto qualche millimetro, consentono infatti, sotto la condizione di buon vuoto e buona pulizia delle parti di sostegno, di raggiungere le tensioni desiderate. La condizione di buon vuoto, ossia di bassa presenza di ioni dei gas residui in camera, consente una bassa conducibilità elettrica nella parte aerea, mentre la pulizia dei sostegni, in particolare le allumine, consente di ottenere una scarsa conduzione superficiale.

Come si è detto in mezzo a questi si colloca il corpo della trappola ad anelli costituito dai dieci elettrodi sopra menzionati, elettricamente isolati gli uni dagli altri mediante anelli di MACOR.



Figura 4.3: Disegni tecnici per la realizzazione degli elettrodi ad alta tensione.

L'anello centrale, è ulteriormente spezzato in quattro parti per non precludere a priori la possibilità di eseguire operazioni radiali sulle nuvole di antiprotoni ed elettroni.

Gli elettrodi sono costruiti in Al, materiale diamagnetico, e sono placcati in oro per evitare che si ossidino.

Nella figura 4.4 infine vengono riportati i disegni tecnici degli elettrodi della parte centrale.

I problemi relativi alla polarizzazione degli elettrodi e ai movimenti dei potenziali saranno discussi nel capitolo 6

4.3 Trappola-Tubo di ricombinazione

Se si analizza in dettaglio la figura 4.5, si nota come allineata alla trappola di cattura, sia prevista una seconda trappola.

Questa nuova struttura è quella che viene definita trappola di ricombinazione, di cui si è giá parlato nei precedenti capitoli. In questa prima fase sperimentale, che si è svolta al CERN di Ginevra (novembre 1999 - settem-



Figura 4.4: Disegni tecnici per la realizzazione degli elettrodi del corpo centrale.

bre 2000), l'apparato di gestione di questa trappola non era stato ancora ultimato e questa non è ancora stata installata.

Una funzione, secondaria ma al tempo stesso determinante, che la trappola di ricombinazione dovrebbe svolgere, è quella di tenere compressa contro il passante dell'alta tensione la trappola di cattura consentendone la polarizzazione conle alte tensioni.

Per consentire quindi, in questa prima fase, il contatto tra gli elettrodi HVL-R ed i passanti collegati agli alimentatori, è stato utilizzato un tubo di acciaio inox a parete sottile (si passa dai 2.5^{0} K ai 300^{0} K). Questo, allineato con la trappola per non ostacolare il passaggio degli elettroni prodotti dal filamento (paragrafo 4.6), si va ad ancorare alla filettatura interna di una flangia esterna.

Il tubo è stato vincolato alla flangia tramite un morsetto che, mediante una molla, conferisce al pezzo il gioco necessario per assestare la trappola.

Lo stesso tubo consente anche di guidare la trappola all'interno del "cold nose" (paragrafo 4.4) fino alla realizzazione dei contatti con i passanti.

La trappola di ricombinazione dovrebbe essere installata nel mese di ot-



Figura 4.5: Trappole electromgnetiche

tobre 2000. Anch'essa è una trappola ad anelli e per la configurazione di potenziale che è possibile creare lungo il suo asse di simmetria è definita "nested". Al suo interno dovrebbero aver luogo le ricombinazioni tra \bar{p} e e^+ . La trappola di ricombinazione è responsabilità del gruppo di ricercatori del CERN e concettulamente non differisce da una normale trappola ad anelli trattata nel paragrafo 2.6.

4.4 Il "cold nose"

Il tubo lungo nel quale sono inserite le due trappole è chiamato "cold nose" ed è inserito all'interno del magnete superconduttore di ATHENAper consentire alle trappole di raggiungere la zona interna all'avvolgimento, dove il campo magnetico è uniforme.

Il cold nose è anche il mezzo con il quale si raffreddano le trappole per conduzione. Il materiale di cui è costituito infatti è alluminio e, grazie alla sua bassa impedenza termica, può essere raffreddato uniformemente.

uno scambiatore termico consente di mantenere il cold nose ad una temperatura di lavoro costante e pari a 2.5^{0} K.

Le sue dimensioni sono fissate dalle flangie, dalla lunghezza del magnete e dalle dimensioni del rivelatore che abbraccerà, esternamente al tubo ed internamente al magnete, la regione spaziale esterna alla zona di ricombinazione.

Il tubo, schematizzato in figura 4.5, è lungo 1800 mm ed è largo internamente 69 mm ed esternamente 80. Il tubo si connette al magnete mediante una flangia CF100 con O-ring di rame; la parte opposta, verso l'uscita del fascio, è connessa al passante delle alte tensioni mediante una flangia (che ospita anche il penultimo degrader di fascio) con O-ring di indio. Questo materiale è facilmente deformabile e "segue" le deformazioni del tubo di alluminio puro, elemento anch'esso molto duttile.

Il tubo crea inoltre non ovvi problemi di vuoto, per quel che riguarda la regione interna alle trappole. L'impossibilità di installare, per motivi di spazio, un misuratore da vuoto nella parte del tubo opposta all'attacco del sistema di pompaggio, ha infatti imposto di ideare semplici modelli di schematizzazione dell'apparato per dimensionare e stimare i limiti del sistema da vuoto. I modelli ed i relativi risultati sono presentati nel capitolo 5.

4.5 Sorgente di elettroni

Il comportamento degli elettroni di conduzione in un metallo può essere descritto con buona approssimazione dalla distribuzione di energia di Fermi.

$$f(E) = \frac{1}{1 + exp[(E - \epsilon_F)/k_BT]}$$

$$\tag{4.4}$$

Allo zero assoluto l'energia cinetica di ogni elettrone di conduzione è minore di ϵ_F . L'energia totale (ϵ_T), alla stessa temperatura, sarà data dalla somma dell'energia potenziale (ϵ_P) e dell'energia cinetica e varrà al massimo:

$$\epsilon_T = \epsilon_F + \epsilon_P \tag{4.5}$$

Se si valuta l'energia di un elettrone esterno al metallo e supposto fermo, questa sarà superiore a ϵ_T di una quantità che verrà indicata con ϵ_E . Se si riuscisse in qualche modo a fornire questa energia all'elettrone si otterrebbe l'estrazione di questo dal metallo.

Se si valuta la 4.4 si nota come a $T \neq 0$ l'energia degli elettroni del metallo possa essere maggiore della quantità indicata nella 4.5. Esiste quindi una probabilità, piccola ma non nulla, che un elettrone abbia un'energia sufficiente a consentirgli di superare la differenza di energia ϵ_E . A temperatura ambiente questa probabilità è molto piccola ma all'aumentare della temperatura, quando cioè la coda della 4.4 si allunga, questa probabilità aumenta rapidamente e si registrano abbondanti emissioni di elettroni. Questo fenomeno è noto con il nome di *effetto termoionico* ed è un risultato fondamentale nello sviluppo dell'elettronica (si pensi, ad esempio, alle valvole termoioniche).

La densità di corrente emessa dal metallo è fornita dalla legge di Richardson-Fermi:

$$J = AT^2 exp[(\epsilon_E - \epsilon_T)/k_B T] \qquad A = 60.2 \cdot 10^4 \left[\frac{A}{m^2 K^2}\right]$$
(4.6)

dove A è una costante universale per ogni metallo e T è la temperatura del corpo che emette elettroni.

La sorgente di elettroni dell'esperimento ATHENA è costituita da un filamento di tungsteno riscaldato per effetto Joule dalla corrente che lo attraversa. Il filamento è lungo circa 5mm ed ha un diametro di 1mm. La sua resistenza è stat misurata essere 1 Ω .

Il principio circuitale di funzionamento è fornito in figura 4.6



Figura 4.6: Schema circuitale equivalente della sorgente di elettroni.

Appare evidente che la sorgente di elettroni si comporta come un diodo. Il principio di funzionamento è, così come accade nella maggior parte dei tubi termoelettronici, progettato in modo tale che la superficie emittente fornisca un eccesso di elettroni. In questa situazione la corrente che realmente fluisce è limitata non dalla capacità di emissione del filamento ma dalla repulsione che si esercita fra gli elettroni. In tal caso la corrente si dice limitata dalla carica spaziale.

La limitazione della corrente è appunto data dalla presenza di elettroni nello spazio esistente tra gli elettrodi che riduce il potenziale presente nello spazio fino al punto in cui, a regime, il gradiente del campo elettrico in prossimità del filamento non sarà nullo o negativo. Il nuovo punto di minimo del potenziale nella regione di spazio viene definito catodo virtuale.

La teoria che stabilisce le relazioni tra densità di corrente, potenziale e distanza tra gli elettrodi per diodi evidenzia una densità di corrente che, in condizioni di carica spaziale, è sempre proporzionale alla potenza 3/2 della differenza di potenziale " ΔV " tra catodo ed anodo e inversamente proporzionale al quadrato della distanza interelettrodica "d" [51].

$$J = K \frac{\Delta V^{3/2}}{d^2} \tag{4.7}$$

Il valore di K nella 4.7 varia con la geometria del sistema ed è nota analiticamente nel caso di elettrodi piani e cilindrici [52].

Il disegno tecnico della sorgente di elettroni è riportato in figura 4.7



Figura 4.7: Disegno tecnico della sorgente di elettroni.

Facendo riferimento alla figura 4.6 V1, la tensione di alimentazione del filamento, vale 5V e la massima corrente i_1 erogata, vale 5A.

Per variare il numero di elettroni emessi, non potendo variare l'intensità della corrente, si invia al filamento un treno di impulsi a 5V: variandone il duty cicle si trova il punto di lavoro della sorgente. È tuttavia possibile controllare questo parametro da pannello.

L'anodo è polarizzato ad un potenziale di +50V (V2) rispetto al filamento mentre si trova a +25V rispetto al cold nose ed all'elettrodo HVL su cui si andrà a leggere la corrente di emissione. La corrente di emissione misurata lavorando nelle condizioni ora elencate è risultata essere 40μ A, mentre nel circuito di polarizzazione del "diodo" viene registrata una corrente di 1mA, dovuta agli elettroni che scontrano la parte della sorgente che nella figura 4.7 viene chiamata "BODY" (l'anodo).

Dopo che gli elettroni vengono emessi e accelerati dal campo interelettrodico questi, seguendo le linee di forza del campo magnetico in cui la sorgente è immersa, raggiungono l'elettrodo HVL o, come si vedrà nel paragrafo 6.3, si porteranno a ridosso della prima barriera di potenziale fluendo finchè il potenziale di carica spaziale non andrà ad inibire l'emissione di elettroni.

Orbitando intorno alle linee di forza del campo magnetico, che nel punto dell'apparato sperimentale dove la sorgente è inserita vale $\simeq 200$ Gauss (valore ricavato usando la mappa del campo B fornita dalla Oxford), le particelle tenderanno ad "addensarsi", nello stesso modo in cui le linee di campo si stringono. Il rapporto fra i raggi del fascio elettronico in prossimità della sorgente ($r_{iniziale}$) e nella regione in cui il campo magnetico è costante e vale 3Tesla ($r_{interno}$), scala con la radice del rapporto tra i campi $B_{interno}$ e $B_{iniziale}$ (eq. 4.8).

$$\frac{r_{iniziale}}{r_{interno}} = \sqrt{\frac{B_{interno}}{B_{iniziale}}} \simeq 40 \tag{4.8}$$

Se si suppone, come infatti accade, che il raggio iniziale del fascio sia il raggio del buco nel "BODY" (figura 4.7), cioè 1mm, il raggio interno dovrà essere circa 0.03mm. Il raggio del fascio è però destinato ad aumentare una volta in trappola per urti con il gas di fondo, spingendo gli elettroni contro le pareti della trappola.

La struttura di figura 4.7 deve essere posizionata in asse con la trappola per evitare che le linee di forza del campo magnetico non spingano tutti gli elettroni emessi contro il corpo della sorgente. Questo implica di dover togliere il filamento dall'asse quando si devono inviare i positroni nella trappola di ricombinazione: quest andrebbero infatti ad annichilarsi sulla superficie della sorgente.

Per ovviare a questo problema si è utilizzato un pistone regolabile manualmente e flangiato con un "tombak" che conferisce la tenuta da vuoto all'intero sistema. Il corretto funzionamento della sorgente di elettroni è tuttavia fondamentale per consentire agli elettroni di poter raggiungere l'interno del magnete. Per guidare gli elettroni si sfruttano le linee di forza del campo magnetico che obbligano le particelle ad orbite di ciclotrone. Per rendere buona l'efficienza del caricamento bisogna però richiedere che il raggio di ciclotrone r_c sia più piccolo del buco del BODY r_B , bisognerà cioè richiedere un campo magnetico B tale che:

$$r_c \ll r_B \Rightarrow B \gg \frac{mv}{qr_B} \simeq 100[Gauss]$$
 (4.9)

Poichè non esiste nessuna parte dell'apparato esterna al magnete nella quale il campo magnetico sia superiore a 200 Gauss, l'operazione di caricamento non è ottimizzabile. Fortunatamente i risultati sopraelencati consentono lo stesso il caricamento di un numero di elettroni sufficiente per l'operazione di raffreddamento via cooling elettronico degli antiprotoni "caldi" (decine di KeV) [11].
Capitolo 5

Il sistema per il vuoto

5.1 Obiettivi

Il presente capitolo è dedicato alla descrizione della progettazione e della realizzazione del sistema da vuoto dell'esperimento Athena. Nel corso del capitolo verranno introdotti i metodi di calcolo di uso comune per il dimensionamento di un apparato da vuoto; quindi verrà affrontato il calcolo relativamente al modello della camera nella regione di trappola eseguito a due temperature: $300^{\circ}K$ e $2.5^{\circ}K$. In particolare il secondo calcolo è implementato nel tentativo di esprimere quantitativamente l'influenza del vuoto nella situazione sperimentale a regime. Verranno analizzati il comportamento di una superficie criogenica e le conseguenze che il vuoto arreca al confinamento di antiprotoni in termini di vita media.

5.2 Strumenti di calcolo per il dimensionamento

5.2.1 Equazione generale del pompaggio

In ambiente tecnico, così come nella ricerca, è divenuta standard de facto la trattazione dei sistemi da vuoto in termini di alcune quantità caratteristiche che verranno descritte in questo paragrafo. In una comune camera da vuoto esistono sorgenti di gas che tendono ad aumentare la pressione e pompe che invece tendono a diminuirla. In senso lato una sorgente è una parte del sistema che immette una certa quantità di molecole di gas $\left(\frac{dN}{dt}\right)$ nell'unità di tempo all'interno della camera che si vuole dimensionare. Viceversa una pompa sarà una parte del sistema stesso che invece tenderà a sottrarre molecole di gas con un certo ritmo.

Le sorgenti da considerare in una camera da vuoto sono le perdite, volgarmente dette "buchi", il degasamento delle pareti del sistema, che emettono le impurità accumulate sulla loro superficie per esempio in fase di lavorazione, i "fumi" provenienti dalla pompa e, per rimanere fedeli alla nostra impostazione, anche ogni collegamento con parti del sistema a pressione diversa. Se la pressione della parte a cui la camera è collegata è maggiore ci sarà infatti un flusso di gas entrante. Se la pressione risultasse essere minore allora questi collegamenti si comporteranno come pompe così come lo sono le macchine che si collegano ad un apparato da vuoto e che asportano molecole ad una certa velocità.

In entrambi i casi si parla sempre di una variazione del numero di molecole presenti in camera. In pratica non si lavora con la quantità $\frac{dN}{dt}$ ma con grandezze a lei proporzionali. La più usata è il prodotto

$$F = \frac{dN}{dt}KT\tag{5.1}$$

che, tenendo conto dell'equazione di stato dei gas perfetti, è proporzionale a $\frac{d(PV)}{dt}$ e si misura per consolidata convenzione in torr $~\ell/s$

Le unità di misura che sono utilizzate in ambiente tecnico sono infatti : il torr per la pressione, il secondo (s) per il tempo ed il litro (ℓ) per il volume. La velocità di pompaggio di una pompa identificata con la lettera S verrà espressa in ℓ/s e la quantità di molecole che questa asporterà dall'apparato nell'unità di tempo sarà proporzionale alla pressione. La quantità di gas che verrà immessa all'interno della camera da vuoto da parte delle sorgenti risulta espressa dalla quantità F e sarà espressa in torr ℓ/s [43].

Utilizzando le grandezze appena descritte e considernado il volume dello spazio a cui ci si riferisce costante, si può scrivere l'equazione che descrive il pompaggio nella camera da vuoto nella forma:

$$-V\frac{dP}{dt} = SP - \sum_{i=1}^{n} F_i \tag{5.2}$$

e la pressione limite raggiungibile sarà quindi:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i}{S}.$$
(5.3)

dove si sono considerate "n" possibili sorgenti di gas.

5.2.2 Conduttanza

Un concetto fondamentale per la trattazione di sistemi da vuoto é la conduttanza di una canalizzazione. Ogni volta che esiste una differenza di pressione ai capi di una canalizzazione, si verifica al suo interno un flusso di gas. La capacità a lasciar fluire il gas é legata, oltre alla differenza di pressione ai suoi capi, alle caratteristiche geometriche del tubo costituente la canalizzazione e allo stato del gas. La grandezza che viene introdotta per quantificare questa capacità è la *conduttanza*. La conduttanza é definita come il rapporto tra il flusso di gas attraverso la canalizzazione e la differenza di pressione presente ai suoi capi ed é espressa generalmente in ℓ/s . In formula:

$$C = \frac{F}{P_1 - P_2} \tag{5.4}$$

Come accennato la conduttanza dipende anche dallo stato del gas. Negli apparati da ultra alto vuoto ($P < 10^{-6}torr$), nel seguito UHV, il gas si trova in regime molecolare, stato in cui ogni molecola di gas ha un libero cammino medio molto più grande delle dimensioni che caratterizzano l'apparato. Si potrà considerare il moto di ogni singola particella indipendente da quello delle altre. Il gas é in regime molecolare per pressioni inferiori a $10^{-2}/10^{-3}$ torr.

Al contrario, per pressioni superiori, si trova in regime viscoso in quanto le molecole interagiscono continuamente tra loro ed i fenomeni di viscosità dominano il moto del gas. La conduttanza di una canalizzazione dipende in modo notevole dal fatto che il gas si trovi in regime viscoso o in regime molecolare.

Un'altra proprietà importante del concetto di conduttanza è che valgono le stesse regole di combinazione tra serie e paralleli di conduttanze che si riscontrano nel caso elettrico.

5.3 Calcolo della pressione in un tubo lungo

Come indicato in figura 5.1, nell'esperimento Athena il sistema di trappole che costituisce il cuore dell'esperimento è alloggiato in un lungo tubo di diametro pari a 69 mm e di lunghezza pari a 1800 mm posto all'interno di un grosso magnete superconduttore prodotto dalla Oxford instruments. Un estremo del tubo è chiuso mentre l'altro è collegato al sistema di pompaggio generale.



Figura 5.1: Disegno Cad del magnete della Oxford. Si può notare il tubo inserito all'interno del magnete e sulla destra del disegno la flangia a cui viene attaccato il sistema di pompaggio.

Non è dunque detto che il vuoto che viene prodotto in vicinanza del sistema di pompaggio, dove sono montati dei misuratori da vuoto, sia lo stesso vuoto che si ha nella regione in cui si trovano le trappole. Il sistema pertanto dovrà essere studiato con cura per evitare di avere vuoti molto scadenti proprio nelle regioni nelle quali invece bisogna ottenere buoni valori. La situazione può, in prima approssimazione, essere schematizzata come indicato in figura 5.2,



Figura 5.2: schema

e cioè come descritta da un tubo cilindrico vuoto una delle cui aperture è collegata ad una pompa avente velocita' di pompaggio costante S (ℓ/s). Si assumerà inoltre che, su tutta la superficie del tubo, sia presente un degasaggio uniforme di intensità pari a F_d (torr ℓ/s). Il flusso di degasaggio F_d può essere determinato se é noto il flusso di degasaggio per unità di superficie F_{ds} del materiale costituente le pareti della camera ed é misurabile l'area A delle superfici interne del sistema. Vale infatti la relazione $F_d = F_{ds} A$.

Se si tiene conto della relazione che lega flusso, conduttanza e pressione e la si scrive

$$F(x) = C(x)[P(x) - P(0)]$$
(5.5)

considerando la sua variazione tra il punto x e il punto x + dx si ottiene la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dF(x)}{dx} = \frac{dC(x)}{dx} [P(x) - P(0)] + C(x) \frac{dP(x)}{dx}$$
(5.6)

Sostituendo a F(x) il valor medio del flusso passante attraverso la conduttanza $(B(l-\frac{x}{2}))$ e alla conduttanza C(x) il valore relativo a quella di un tubo lungo (D/x) si otterrà

$$x\frac{dP(x)}{dx} - P(x) = -P(0) - \frac{B}{2D}x^2$$
(5.7)

che con la condizione al contorno $\frac{dP(x)}{dx}=0$ in x=l per ragioni di simmetria fornisce

$$P(x) = P(0) + \frac{B}{2D}(2lx - x^2)$$
(5.8)

Moltiplicando il secondo membro a numeratore e denominatore per l^2 si ottiene considerando $B = F_{ds}\pi d$, $D = \frac{1}{12}\pi d^3 v_m$, $P(0) = \frac{F_{ds}A}{S}$, $C = \frac{1}{12}\pi d^3 v_m/l$, $A = l\pi d$, l = 180cm e d = 7cm, l'espressione

$$P(x) = F_{ds}A\Big(\frac{1}{S} + \frac{2xl - x^2}{2Cl^2}\Big)$$
(5.9)

che fornirà come pressione in fondo al nostro tubo

$$P(l) = P(0) + 6\frac{F_{ds}}{v_m} \left(\frac{l}{d}\right)^2$$
(5.10)

Da questa espressione si devono estrapolare informazioni sul sistema di pompaggio da utilizzare. Come si vede il valore della pressione in fondo al tubo, la regione di maggior interesse, è fornita come somma di due termini. Il primo di questi dipende direttamente dalla velocità del sistema di pompaggio il secondo invece è indipendente. Per scegliere in modo intelligente il sistema di pompaggio basterà soddisfare la richiesta di:

$$\frac{1}{S} \ll \frac{2xl - x^2}{2Cl^2}$$
 (5.11)

in modo da rendere trascurabile il primo addendo che implica come imposizione su S:

$$S \gg \frac{2Cl^2}{2xl - x^2} \tag{5.12}$$

Per dare una valore alla velocità di pompaggio bisogna quindi assegnare il valore al secondo termine di P(l) valutando il peso del termine v_m . Per fare questo si deve interpretare il parametro F_{ds} . Il valore a questo associato é relativo ad una superficie non "backata". Con il termine backing, o back out, si definisce l'operazione, comune nella pratica del vuoto, di riscaldare le pareti a temperature superiori a $100^{\circ}C$ per espellere l'acqua dalla camera.

Il valore di v_m deve tener conto della composizione del gas di fondo presente nella trappola e dovrebbe assumere un valore diverso per ogni tipo di componente.

La composizione del gas di fondo rispecchia fedelmente lo sputaggio delle pareti, pertanto il termine v_m dipenderà fortemente dalle condizioni delle superfici della camera.

Per quantificare la velocità media di una molecola si procede alla soluzione del seguente integrale:

$$v_m = \int \frac{1}{N} v \, dN = \frac{1}{N} \int_0^\infty 6v \frac{dN}{dv} dv = \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$$
(5.13)

dove al termine $\frac{dN}{dv}$ si é sostituito f(v) distribuzione di Maxwell-Boltzmann:

$$f(v) = \frac{2N}{V} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2KT}} \sqrt{\frac{m^3}{2\pi (KT)^3}}$$
(5.14)

Nella tabella 5.1 sono forniti i valori di v_m per alcuni gas a $20^{\circ}C$.

Il secondo termine dovrebbe dunque essere costituito da una somma dei diversi contributi, opportunamente pesati, che ogni specie gassosa apporta al sistema, e la pressione in fondo al tubo sarebbe la somma delle pressioni parziali dei vari gas in quella regione di camera. É tuttavia possibile una notevole semplificazione considerando che in un sistema non trattato è presente una grande quantità di vapor d'acqua nel gas di fondo.

L'alta percentuale di H_2O e il suo peso molecolare consentono di trascurare il contributo di ogni altra specie gassosa e di sostituire quindi a v_m il valore della velocità media di una molecola d'acqua a temperatura ambiente stimato in $\simeq 6 \ 10^2 m/s$. Si avrà allora:

$$P(l) = (P(0) + 6\ 10^{-8})torr \tag{5.15}$$

gas	$v_m \ a \ 20^0 C \ (m/s)$
He	1252
H_2O	587
CO	471
CO_2	376
H_2	1755
Kr	272
Kg	176
Ne	557
N_2	471
O_2	440
Xe	218
Ar	395

Tabella 5.1: Velocità medie aritmetiche per alcuni gas a 20° C

Da questa relazione si ottiene il valore della velocità di pompaggio necessaria al nostro apparato sperimentale che risulta essere di circa 300 ℓ/s .

È importante notare che se si eseguisse la manovra di "baking" sull'apparato si otterrebbero due effetti:

- 1. L' H_2O sparirebbe e v_m da considerare diverrebbe superiore diminuendo il peso del secondo addendo nell'espressione di P(x)
- 2. In generale si pulirebbero le pareti ottenendo così per F_{ds} un valore di $10^{-12}/10^{-13}$ torr ℓ/cm^2s

Il vuoto dopo un'operazione di baking potrebbe migliorare fino a pressioni dell'ordine di $10^{-10}/10^{-11}torr$. É dunque evidente come avere un enorme velocità di pompaggio non sia fondamentale ai fini della pressione limite in fondo al tubo quanto invece lo sia il limitare il parametro F_{ds} . Se anche si riuscisse infatti ad avere una pressione nulla all'apertura del tubo il secondo termine darebbe alla pressione nella parte più remota della camera un valore confrontabile con quello ottenibile con i nostri sistemi di pompaggio pertanto gli sforzi sperimentali dovranno andare nella direzione di pulire le superfici della camera da vuoto.

Nell'eseguire il calcolo si è fatta l'approssimazione di considerare la velocità del sistema di pompaggio costante per ogni gas e per ogni pressione. Si deve ora valutare l'importanza della pulizia delle pareti e la pressione limite raggiungibile nelle condizioni di lavoro dell'esperimento.

5.4 Calcolo della pressione con superfici a 2.5^{0} K

Nell'affrontare questo nuova situazione si é modificata lievemente la geometria della camera introducendo nell'occasione anche la parte costituita dalle trappole. Il nuovo disegno schematico é osservabile in figura.



Figura 5.3: Schema della camera da pompare dopo aver introdotto le trappole internamente al tubo lungo.

La prima cosa da tener presente nel considerare un sistema di questo tipo, tenuto cioé nelle sue varie parti a temperature diverse, é che le parti più fredde tenderanno a far condensare sulla loro superficie parte delle molecole del gas di fondo; in altre parole le parti fredde tenderanno a comportarsi da pompe per il sistema. Per introdurre la velocità di pompaggio delle pareti della camera bisogna vedere quanti sono gli urti per unità di tempo e superficie che si verificano sulle pareti della camera.

5.4.1 Numero di urti molecolari su una superficie

Tale numero di urti può essere dedotto da semplici considerazioni. Riferendoci ad un elemento di superficie dS perpendicolare all'asse x e immerso nel gas, si osserva che in un tempo dt su una faccia della superficie dS giungeranno le molecole contenute nell'elemento di volume dato da $v_x dt dS = d\tau$. Poichè il numero di molecole per unità di volume con velocità compresa tra $v_x e v_x + dv_x$ é dato da $f(v_x) dv_x$, il numero di molecole che nell'unità di tempo urtano dS con velocità compresa tra $v_x e v_x + dv_x$, sarà $f(v_x) v_x dv_x dS$ se ci si riferisce all'unità di superficie, oltre che di tempo, tali urti saranno quindi dati integrando l'espressione per tutti i possibili valori di v_x . Pertanto:

$$\frac{dN}{dt\,dS} = \int_0^\infty f(v_x)\,v_x\,dv_x = \frac{N}{4V}\sqrt{\frac{8KT}{\pi m}} = \frac{P}{4KT}\sqrt{\frac{8KT}{\pi m}}$$
(5.16)

Il numero di urti totale sulla parte fredda sarà uguale a:

$$\int_{\Sigma_{fredda}} \frac{dN}{dt \, dS} \, dS \tag{5.17}$$

Si vede subito che il numero di urti aumenta proporzionalmente alla superficie (Σ) quindi intuitivamente se si ha una superficie fredda più estesa si godrà di una velocità di pompaggio maggiore. Ricordando che $F = \frac{dN}{dt}KT$ e F = SP, si ha che, se la probabilità che ha una particella di essere intrappolata al momento dell'urto è α ,

$$S = \alpha \frac{\Sigma}{4} \sqrt{\frac{8KT}{\pi m}} = S_s \Sigma \tag{5.18}$$

che fornisce l'importante informazione sulla velocità di pompaggio per unità di superficie S_s . Prima di calcolare la pressione è utile vedere cosa realmente succede alle molecole che urtano la superficie.

5.4.2 Tempo di soggiorno e probabilità di desorbimento

Dopo l'urto con la superficie, se si considera $\alpha = 1$, la molecola di gas si lega con energia di legame E allo strato atomico superficiale. La probabilità

nell'unità di tempo di riuscire a staccarsi nuovamente dalla superficie è fornita dall'equazione di Frenkel:

$$\nu = \nu_0 e^{-\frac{E}{RT}} \tag{5.19}$$

dove ν_0 è la frequenza dei "tentativi" che la molecola compie per "slegarsi" ($\simeq 10^{13} s^{-1}$) ed $R = 1.98 \ 10^{-3} \ kcal/mole \ K$.

Il tempo medio di soggiorno sarà l'inverso di questa quantità. Da questo tipo di analisi risulta evidente che le proprietà di pompaggio di una superficie sono fortemente dipendenti dal tempo di permanenza delle molecole sulla superficie stessa, cioè dipendenti dall'energia di legame delle molecole e dalla temperatura alla quale si trovano legate.

Si può considerare da ultimo un dato gas pompato da una superficie se il suo tempo di soggiorno su questa è maggiore della durata dell'esperimento.

Esiste tuttavia una sostanziale differenza nelle energie di legame se lo strato superficiale con il quale le molecole si legano è formato dalla superficie della camera o dalle molecole che l'hanno ricoperta.

Sono due effetti fisici diversi che portano a pressioni di equilibrio diverse. Il primo si chiama *crioassorbimento*, il secondo *condensazione*. La condensazione si ottiene in presenza di grandi quantità di molecole sulle pareti fredde della camera; in queste condizioni il gas si mantiene, a regime, in equilibrio con il suo liquido.

Le tensioni di vapore graficate in funzione della temperatura per i gas normalmente presenti in un camera a vuoto sono disponibili in figura 5.4 ([44])

Il secondo meccanismo di cattura da parte di una superficie, il crioassorbimento, lega più fortemente le molecole; è logico pensare che la pressione finale in camera possa essere più bassa.

A titolo di esempio vengono riportate le energie di legame di alcuni gas nei due casi in tabella 5.2 [45].

Come si vede per gli elementi più pesanti la differenza tra le due energie di legame è trascurabile, tuttavia per quelli più leggeri, $He \in H_2$, la differenza diventa rilevante consentendo l'assorbimento delle molecole da parte delle superfici anche a temperature maggiori.

Un utile principio applicativo è il considerare ogni gas crioassorbito alla propria temperatura di ebollizione (a 1bar)

gas	He	H_2	Ne	N_2	Ar	O_2	CH_4
Energia di vaporizzazione (kcal/mole)	0.020	0.215	0.431	1.333	1.588	1.630	1.995
Energia di criodesorbimento (kcal/mole)	0.68	1.97	1.54	4.26	3.78	4.09	4.64

Tabella 5.2: Energie di vaporizzazione e criodesorbimento di alcuni degli elementi più comuni presenti nel gas di fondo di un apparato UHV

Il crioassorbimento però si può verificare solo in condizioni di estrema pulizia delle pareti della camera poiché deve verificarsi la condizione di copertura con meno di uno strato molecolare ("submonolayer coverage").

L'operazione di backout appare dunque indispensabile per una buona pulitura delle superfici.

Si nota dalla lettura del grafico sulle tensioni di vapore al variare della temperatura (figura 5.4), che a 2.5^{0} K, temperatura a cui si trova parte del tubo, l'unica sostanza che possiede una tensione di vapore superiore a 10^{-10} torr è l'He. Dalla lettura dello stesso grafico si nota anche che lo H₂, vera spina nel fianco per i tecnici del vuoto poiché prodotto nel degasaggio delle superfici, compie, nell'intervallo di 1.5^{0} K, una variazione della propria tensione di vapore di ben sette ordini di grandezza.

Questo risultato assume una grande importanza se si pensa a possibili scostamenti dall'idealità nel funzionamento dell'apparato. Possono esistere per esempio all'interno della camera gradienti termici dovuti alla non uniformità nel raffreddamento del tubo lungo che determinano il diverso tipo di assorbimento da parte delle superfici.

In altre parole su una parte della superficie avviene il crioassorbimento e su un'altra la condensazione fino al punto in cui la prima parte non si copre. Dopo questo momento non si verifica più crioassorbimento e la presenza di un punto relativamente più caldo compromette la pressione.



Figura 5.4: Tensioni di vapore al variare della temperatura per i gas più comunemente presenti nel gas di fondo di un apparato UHV.

5.4.3 Calcolo della pressione ottenibile

Nel procedere con il calcolo tuttavia si sono adottate alcune semplificazioni. La prima, sicuramente la più brutale, è stata quella di considerare una discontinuità nella temperatura del tubo facendo passare la superficie da 300^{0} K a 2.5^{0} K. Secondariamente si è trascurata la possibile esistenza nella parte fredda di gradienti di temperatura e una probabilità di intrappolamento α uguale all'unità.

Quest'ultima approssimazione è vera solo nei limiti in cui la pressione parziale del gas considerato non diventa confrontabile con la sua tensione di vapore. Questa richiesta come si vedrà è ampiamente soddisfatta per quasi tutti i gas presenti in camera.

Facendo riferimento alla figura 5.3, avremo che l'unica parte in cui esiste degasazione è la parte di tubo tenuta a 300^oK. Considerando che l'emissione è isotropa metà delle molecole emesse correranno verso la pompa S mentre le altre si muoveranno in direzione opposta. Il flusso transita attraverso la sezione di tubo che rappresenta il confine fra le due zone a diversa temperatura con le proprie caratteristiche di isotropia ancora intatte.

Assumendo che ogni particella che colpisce la superficie rimanga intrappolata, si avrà che le molecole che comportanno il gas di fondo nella regione della trappola di cattura saranno una porzione di quelle che si presentano sulla suddetta sezione.

Questa porzione si può esplicitare mediante semplici considerazioni geometriche che sono sviluppate nel disegno, non in scala, di figura 5.5.



Figura 5.5: Considerazioni geometriche sul moto delle molecole del gas di fondo.

Si osserva facilmente che le uniche molecole che hanno la speranza di arrivare nella parte della trappola di cattura devono "vederne" l'ingresso.

Il passaggio sarà precluso quindi alle particelle che si affacciano sulla sezione di confine ad una distanza maggiore di $\frac{h1}{2} + h2$ dall'asse. Il valore di h2 risulta dalla proporzione su triangoli simili e sarà:

$$h2 = \frac{h1\,l2}{l1} \tag{5.20}$$

Assumendo per h1 il diametro interno della trappola, cioè 25mm, per l1 la lunghezza della trappola di ricombinazione posta davanti a quella di cattura, lunga 60cm, e per l2 la lunghezza della parte fredda antistante l'ingresso delle trappole, estesa per 50cm, si troverà $h2 \simeq 21mm$.

Secondariamente si considera che per ogni molecola che vede l'imboccatura solo una porzione delle sue possibilli direzioni sia utile per raggiungere senza urti la trappola di cattura e che, come già detto in precedenza, le direzioni siano equiprobabili. Con questi presupposti si avrà, come si vede nella seconda illustrazione della figura 5.5, che soltanto le direzioni comprese nell'angolo solido che sottende l'ingresso della trappola dovranno essere considerate. Pertanto la frazione utile sarà calcolabile come il rapporto delle superfici tra la semisfera di raggio pari alla distanza tra ingresso e sezione del tubo entrante nella zona fredda e la superficie dell'entrata della trappola.

Tuttavia avanzando lungo il segmento h2 verso l'esterno ogni molecola vedrà una porzione minore di entrata pertanto nel calcolo si è considerata costante la probabilità che ha una particella di raggiungere l'interno della trappola e si è assunta come sezione utile il cerchio di diametro h1 + h2.

Ricordando che la modellizzazione è basata sull'ipotesi di gas in regime molecolare, che permette quindi di trattare separatamente il moto di ciascuna particella, si è pervenuti alla seguente formula che quantifica il flusso entrante nella trappola:

$$F_{entrante} = \frac{F_{deg.zonacalda}}{2} \frac{S_{utile}}{S_{sezione}} \frac{S_{ingresso}}{S_{semisfera}} = \frac{F_{ds}A(h1+h2)^2(h1)^2}{64R^2(l1+l2)^2}$$
(5.21)

Con F_{ds} e A si sono indicati, come in precedenza, il flusso di degasazione per unità di superficie e tempo e la superficie che emette che, in questo caso, è la porzione di tubo mantenuta a temperatura ambiente.

Quest'area ha un'estensione di $\simeq 100 cm^2$.

Ne risulta sostituendo che $F_{entrante}\simeq 2\,10^{-13}torr\,\ell/s$ che dà una pressione equivalente all'interno della trappola di cattura di $\simeq 10^{-15} torr$. Risulta evidente che il limite alla pressione sarà perciò dato dalla tensione di vapore dell'idrogeno a $2.5^{\circ}K$ poiché tutti gli altri gas fatta eccezione per l'He hanno tensioni di vapore molto più basse del valore trovato analiticamente. Le pareti fredde perciò si comportano da pompe perfette per tutti i gas tranne che per H_2 ed He. Ma la presenza di He nel gas di fondo è di una parte su un milione quindi la pressione parziale dell'He in fondo al tubo è pari alla pressione che avrebbe se le pareti non pompassero quindi richiamando i risultati del primo conto la pressione di He dovrebbe essere 10^{-6} volte la pressione totale cioè $10^{-14} torr$ Con pareti a $2.5^{\circ} K$ avremo come gas residuo una miscela di H_2 ed He ad una pressione di circa $10^{-14} torr$. Bisogna trovare il modo di riuscire a pompare anche queste due sostanze e un idea potrebbe essere quella del crioassorbimento. Quali sono dunque le controindicazioni e le premure che si devono osservare nell'applicare questo sistema utilizzato in molti esperimenti? Il primo e fondamentale elemento, come già detto nel paragrafo relativo all'assorbimento di pareti fredde, è che la superficie deve

essere molto pulita e per continuare il pompaggio deve rimanerlo almeno per l'intera durata dell'esperimento. Ma quanto ci mette la superficie a saturarsi?

5.4.4 Tempo di ricoprimento

Il tempo di ricoprimento della superficie lega indissolubilmente l'efficienza del crioassorbimento. Punto di partenza per il calcolo di questo tempo è la coscienza di quante molecole sono depositabili sulla superficie prima di intasarla. Per calcolare questo numero si considera inizialmente la dimensione di una molecola stimabile in $\simeq 10^{-16} cm^2$ quindi l'estensione della superficie da saturare. Dalla prima informazione si evince che in $1cm^2$ ci possono stare 10^{16} molecole, la seconda è più difficilmente decriptabile per la diversa probabilità che le diverse parti della parete della camera hanno di essere colpite. Si deve dunque costruire un modello per eseguire il calcolo. Una prima considerazione avulsa dal particolare modello che si andrà a pensare riguarda le quantità in gioco ed in particolare il fatto che il tempo di ricoprimento dipenda linearmente dalla degasazione delle pareti calde del sistema da vuoto. La differenza di flusso emesso tra pareti non backate e pareti che hanno subito questo trattamento è di un fattore $10^3/10^4$ che ben fa intuire l'importanza di eseguire questa operazione; per esempio se nel primo caso si ottenesse un tempo di ricoprimento di un secondo nel secondo il tempo sarebbe di un'ora.

Abbiamo visto che $F = \frac{dN}{dt}KT$ quindi manipolando opportunamente questa equazione possiamo dire che

$$N_{tot} = \int_0^\tau \frac{dN}{dt} dt = \frac{\eta F_{ds} A_{calda}}{KT} \tau$$
(5.22)

Conoscendo perciò N_{tot} ed η , il fattore legato alla quantità di flusso utile al riempimento della superficie da considerare, si conoscerà anche τ il tempo di ricoprimento. Come capire quale valore assegnare ad $\eta \in N_{tot}$? Si sa che la probabilità di urto è tanto maggiore tanto più ci si avvicina alla superficie calda per l'isotropia del moto molecolare, e questa dipendenza è intuibile pensando che la densità di molecole per unità di tempo e angolo solido è costante e che per un dato angolo la superficie vista è proporzionale alla tangente dell'angolo stesso. La formula che lega il flusso incidente sulle superfici con l'angolo di arrivo delle molecole è:

$$n(\theta) = \frac{n \ d\theta}{tg(\theta + d\theta) - tg\theta} = n\cos^2\theta \tag{5.23}$$

dove n è il flusso molecolare per unità di angolo solido e per unità di tempo . L'utilizzo di questa formula risulta però poco maneggevole nel calcolo per la complessità delle superfici fredde, quindi come già negli altri paragrafi risulta necessario procedere a semplificazioni provando a modellare il nostro sistema in modo diverso. Una volta che una superficie è saturata comincia a sputare ma con flussi di degasaggio che sono trascurabili rispetto al flusso di gas che viene dalle pareti calde. Questo porta a pensare di trascurare il contributo portato dalle superfici meno importanti e quindi a non calcolare nemmeno il loro tempo di copertura per dedicarsi alla ricerca e all'analisi delle superfici più interessanti. Prima della trappola di cattura esiste infatti un'ultima superficie pompante a baluardo del vuoto e dell'effetto di crioassorbimento. Questa è rappresentata dall'interno della trappola di ricombinazione. È facile pensare che la superficie interessante di cui sopra possa essere proprio questa. Per calcolare qual è il flusso incidente su questa superficie e valutare così il valore del fattore η si ritorna ad eseguire valutazioni geometriche. Il flusso incidente sulle pareti della trappola di ricombinazione è dunque uguale alla differenza tra il flusso entrante all'interno della trappola di ricombinazione e il flusso di gas che attraversa l'ingresso della trapola di cattura. Questa seconda quantità è nota dalle precedenti considerazioni e vale 4 $10^{-13} torr \ell/s$. Per determinare il primo termine della differenza si dovrà nuovamente impostare un rapporto tra la sezione di ingresso della trappola e la superficie della semisfera che le molecole vedono all'ingresso dalla sezione di ingresso tubo (fig3). Seguendo lo stesso procedimento si perviene al risultato:

$$\eta = \frac{F_{inricomb.} - F_{incattura}}{F_d} \simeq \frac{F_{inricomb.}}{F_d} = 3 \ 10^{-4} \tag{5.24}$$

La superficie interna misura $375cm^2$ quindi potrà ospitare $3/4 \ 10^{18}$ molecole avendo trovato quindi $\eta \in N_{tot}$ si trova il tempo di saturazione ossia il tempo di efficienza del criopompaggio. Perciò:

$$\tau = 10^8 / 10^9 s \tag{5.25}$$

Ricordiamo che il calcolo è stato eseguito con flusso di degasazione F_{ds} proprio di pareti sporche, quindi per le considerazioni enunciate ad inizio paragrafo avendo a disposizione superfici backate si potrebbe ottenere in linea teorica un tempo di ricoprimento di secoli, probabilmente più di quanto non possa durare l'esperimento Athena.

5.4.5 Considerazioni finali

Come commento ai risultati precedenti va sottolineato che:

- Si sono massimizzate le quantità presenti nei calcoli e quindi le valutazioni, stimate sul sistema a regime, sono da intendersi come pessimistiche.
- L'accuratezza non è elevata ma quella che interessa è la stima dell'ordine di grandezza delle pressioni nelle varie situazioni discusse.

5.5 Conseguenze del vuoto

Dopo aver calcolato quali sono i limiti dell'apparato da vuoto dell'esperimento Athena ci si puo' chiedere a ragione quale sia l'importanza di ottenere un buon vuoto. In questo paragrafo verranno analizzate le ragioni accennate nel corso del capitolo precedente.

5.5.1 Limitazione ai tempi di confinamento

Un'espressione molto comune negli esperimenti di fisica dei plasmi, tra i quali l'esperimento Athena si può indubbiamente collocare, è quella di "tempodi confinamento delle particelle" componenti il plasma. Questo parametro dipende come è facilmente immaginabile dagli urti con il gas di fondo. Questo elemento comune in tutti i processi di perdita di particelle sarà perciò minimizzabile solo riducendo il numero di molecole estranee al plasma nella regione di trappola o, usando altri termini, diminuendo la pressione in questa parte del sistema da vuoto.

L'importanza di avere tempi di confinamento lunghi è legata ai tempi sperimentali. Per ottimizzare la produzione di anti-idrogeno freddo bisogna infatti disporre di un gran numero di antinuclei. Esiste, per aumentarne il numero, la possibilità di accumulare diversi "colpi" della macchina AD.

Questa ipotesi di lavoro consente si di accrescere il numero dei reagenti ma obbliga a contenere gli antiprotoni per tempi molto maggiori della distanza temporale tra due colpi.

Se oltretutto si considera che Athena è un esperimento calibrato per lavorare con molte particelle in trappola, più particelle si riusciranno a confinare migliori risultati, rapporti segnali rumore più vantaggiosi, si riusciranno ad ottenere. Bisogna indagare quali siano i processi di perdita di antiprotoni in trappola e come questi dipendano dalla concentrazione molecolare del gas di fondo.

In letteratura sono presenti due meccanismi di perdita di antiprotoni coesi in un plasma carico: il primo caratteristico di un qualsiasi plasma, che quindi descrive bene anche la perdita degli elettroni necessari alla termalizzazione degli antiprotoni, che determina l'allargamento dello stesso fino alla suo contatto, con relativa perdita di particelle, con le pareti della trappola, il secondo proprio degli antiprotoni, che riguarda la loro annichilazione nella formazione di atomi esotici, in particolare sono note le sezioni d'urto per la formazione di protonio, che in breve tempo decadono con la produzione di γ di lunghezza d'onda nota.

Sul primo processo si ritornerà nell'ultimo paragafo e nell'ultimo capitolo dove si discuteranno il meccanismo di trasporto radiale di una plasma carico e si esporranno le misure di test dell'apparato realizzate con elettroni. Il secondo, verrà trattato brevemente utilizzando i risultati di simulazioni disponibili in letteratura adeguandoli alle nostre condizioni.

5.5.2 Formazione di protonio in collisioni di antiprotoni con $H \in H^-$

I canali disponibili negli urti tra antiprotoni in trappola e molecole del gas di fondo dipendono principalmente dall'energia di collisione e dalla struttura della molecola che viene urtata. In letteratura non esistono né calcoli né tantomeno dati sperimentali per urti con molecole complesse per energie inferiori a qualche MeV, in particolare nel range di energie che possono avere gli antiprotoni in trappola ($\leq 15KeV$). Gli unici calcoli eseguiti si riferiscono ad urti di antiprotoni con $H \in H^-$ [46]. Pertanto i canali possibili di reazione sono:

$$\bar{p} + H \rightarrow \begin{cases} \bar{p} + H \\ \bar{p}p + e \\ \bar{p} + p + e \end{cases} \quad \bar{p} + H^{-} \rightarrow \begin{cases} \bar{p} + H^{-} \\ \bar{p} + H + e \\ \bar{p}p + 2e \\ \bar{p} + p + 2e \end{cases} \quad (5.26)$$

Ovviamente si dovranno considerare soltanto le sezioni d'urto relative alla formazione del protonio, stato legato di protone ed antiprotone, quando effettivamente si verifica una perdita di antiprotoni. Le sezioni d'urto sono state calcolate mediante il metodo *Monte-Carlo* usando traiettorie classiche di tre e quattro corpi.

Le sezioni d'urto in funzione dell'energia sono fornite in tabella:

E (u.a.) (cdm)	$\sigma_{\bar{p}p} \ (10$ $\bar{p} + H$	$\begin{array}{c} ^{-16}cm^2)\\ \bar{p}+H^-\end{array}$
0.05	$6.92 {\pm} 0.26$	
0.10	$4.59{\pm}0.17$	$0.04{\pm}0.04$
0.20	$3.22 {\pm} 0.15$	$1.65 {\pm} 0.18$
0.30	$2.76 {\pm} 0.13$	$1.78 {\pm} 0.13$
0.40	$2.52 {\pm} 0.12$	$1.85 {\pm} 0.14$
0.50	$2.31 {\pm} 0.10$	$1.84{\pm}0.11$
0.55	$0.87 {\pm} 0.06$	$1.73 {\pm} 0.13$
0.60	$0.16 {\pm} 0.03$	$1.71 {\pm} 0.13$
0.70	$0.03 {\pm} 0.01$	$1.41 {\pm} 0.12$
0.80		$0.32{\pm}0.07$
0.90		0.05 ± 0.03

Tabella 5.3: Sezioni d'urto per la formazione di protonio

Per stimare l'ordine di grandezza del tempo di vita media bisogna notare innanzi tutto che per energie superiori all'u.a. (22.24eV) le sezioni d'urto per il processo di formazione del protonio tendono a zero molto velocemente. Questo significa che il processo in esame limita la vita media di antiprotoni "freddi", aventi cioè energia molto bassa, lasciando inalterato il numero di particelle a più alta energia.

Dopo aver sottolineato che gli antiprotoni vengono danneggiati solo dopo essersi raffreddati si imposta il calcolo per la vita media. La probabilità "p" che ha un antiprotone di urtare contro una molecola di gas di fondo nell'unità di tempo è data dalla seguente equazione:

$$\frac{dp}{dt} = n_x \sigma_{\bar{p}x}(E)v \tag{5.27}$$

dove n_x è la densità di molecole della x-esima specie, $\sigma_{\bar{p}x}(E)$ è la sezione d'urto del processo di annichilazione per la data sostanza e v è la velocià a cui avviene l'urto. Dato che $n_x = \frac{P}{KT}$ e $\sigma_{\bar{p}x}(E)$ è stata calcolata soltanto per He H^- sostituendo a P 10⁻¹⁴torr a T 2.5⁰K a V la velocità di un antiprotone avente energia di qualche eV e usando l'opportuna sezione d'urto, si trova che $\frac{dp}{dt} \simeq 10^{-6}/s$ il che equivale ad untempo di vita media τ :

$$\tau = \frac{1}{\frac{dp}{dt}} \simeq 10^6 s \tag{5.28}$$

Questo tempo dovrà essere poi confrontato con il tempo di vita media di un plasma soggetto solo ad urti elastici che porta alla perdita di antiprotoni per urti con le pareti della trappola.

Qual è la rilevanza degli urti con gli ioni di idrogeno che sono una parte trascurabile rispetto agli atomi neutri? Per rispondere a questa domanda bisogna intanto pensare che gli antiprotoni, sebbene inizialmente distribuiti all'interno dell'intera trappola, dopo l'operazione di cooling verranno confinati nella regione della camera in cui i potenziali formano una trappola di tipo Penning. È logico pensare che lo stesso processo venga subito da tutti gli ioni negativi e che quindi gli stessi vadano a condividere il medesimo spazio degli antiprotoni aumentando così la loro densità. Un altro motivo a favore di un loro effetto consiste nel fatto che gli urti tra elettroni e atomi neutri di idrogeno possono formare ioni accrescendone quindi il numero.

Tali ioni però, come evidenziano i risultati per le sezioni d'urto, saranno del tutto trascurabili una volta che questi saranno ad energia termica. Mentre infatti per urti con idrogeno neutro la sezione d'urto non si annulla, per urti con gli ioni andrà logicamente a zero per l'effetto della barriera di potenziale coulombiana. Ricordando che ad alte energie non vi saranno annichilazioni per formazione di protonio la finestra temporale utile affinché siano presenti urti tra antiprotoni e ioni di idrogeno è il periodo durante il cooling in cui si attraverseranno le energie per cui questo processo non è inibito. Visto che il tempo di cooling in questa finestra di energie è rapidissimo (ordine di grandezza dei secondi) è giusto trascurare questo contributo.

Bisogna giustificare infine l'attendibilità del calcolo eseguito. Come si è detto nei paragrafi riguardanti i calcoli sulle pressioni limite, nella migliore delle ipotesi, per la quale si sono eseguiti i calcoli, la pressione parziale di H è praticamente uguale alla pressione totale e quindi gli urti che si verificheranno

tra antiprotoni e gas di fondo saranno urti tra antiprotoni e molecole di idrogeno.

5.5.3 Effetti di trasporto radiale in una trappola elettromagnetica

Nel paragrafo 2.6 si è considerata la distribuzione di carica all'interno di una trappola nel caso la simmetria del sistema sia cilindrica. In quel contesto si era notato che, a seguito di questo tipo di simmetria, una grandezza del sistema, nel caso il momento angolare totale, era invariante per traslazioni temporali.

Il discorso può essere adesso ripreso notando che questa legge di conservazione non è direttamente applicabile al sistema composto dalle sole particelle poichè, per mantenere il momento angolare costante, all'allontanamento dall'asse da parte di alcune deriverebbe una compressione del resto della nuvola. A seguito di questi movimenti una parte non trascurabile della carica intrappolata avrebbe, secondo questo ragionamento, vita media infinita. I risultati sperimentali ovviamente contraddicono questa previsione.

La ragione non è imputabile alla non conservazione del momento angolare totale ma al fatto che bisogna estendere il modello a tutte le particelle in trappola, comprendendo quindi le molecole del gas di fondo.

Su questa interpretazione del sistema si basa il modello di successo che descrive il trasporto radiale, e quindi il movimento verso le pareti della trappola, a seguito di collisioni con le molecole del gas di fondo in plasma carico fortemente magnetizzato [47].

I parametri che intervengono nell'equazione fornita da questo modello sono:

- ν_{pg} : la probabilità di urto nell'unità di tempo
- B: il campo magnetico della trappola
- T: ipotizzata costante per la grande velocità di termalizzazione per radiazione di sincrotrone
- $< r^2 >:$ il raggio quadratico medio della nuvola di elettroni
- n_l : la densità di carica per unità di lunghezza
- m_{part} : la massa delle particelle della nuvola

L'equazione data risulta essere:

$$\frac{d < r^2 >}{dt} = \frac{\pi n_l \nu_{pg} m_{part}}{2q\epsilon_0 B^2} \left(1 + \frac{2\epsilon_0 k_B T}{n_l q}\right)$$
(5.29)

Nel caso $T \to 0$ il fattore tra parentesi vale $\simeq 1$. Le quantità ν_{pg} e n_l sono esprimibili in termini della pressione del gas la prima e in funzione della densità di carica della nuvola, che viene indicata con n(r, t), la seconda.

In particolare:

$$\nu_{pg} = \sigma v_p n_{gas} = \sigma v_p \frac{P}{k_B T} \tag{5.30}$$

dove σ è la sezione d'urto delle particelle con il gas di fondo e

$$n_l = 2\pi \int_0^{R_T} rn(r, t) dr$$
 (5.31)

nella quale R_T è il raggio della trappola.

Nella prima quantià il parametro σ è approssimabile con la dimensione delle molecole se queste si considerano neutre mentre la v è relativa a particelle termiche.

Nella seconda quantità si osserva che fino al momento in cui la nuvola non comincia a toccare le pareti della trappola il parametro n_l è costante.

Il tempo in cui il raggio della nuvola raddoppia è circa $10^6 s$, confrontabile con la perdita che deriva dalla formazione di protonio. Anche a pressioni inferiori si dovrebbero comunque avere tempi di confinamento molto buoni.

In base ai risultati precedenti, si nota un andamento lineare con la pressione ed inversamente proporzionale al quadrato del campo magnetico:

$$\frac{d < r^2 >}{dt} \propto \frac{P}{B^2} \tag{5.32}$$

All'aumentare del campo magnetico e al diminuire della pressione si osserva sperimentalmente un andamento coerente con la 5.29 [48, 49] ma, al diminuire del rapporto P/B^2 , i dati si discostano dalla teoria.

La spiegazione empirica di questo comportamento è fatta risalire alle deviazioni dalla simmetria cilindrica del sistema che risultano tanto più evidenti quanto più la buca di confinamento è lunga. Le deviazioni del sistema dalla simmetria cilindrica possono essere causati dalla non perfetta omogeneità del campo magnetico $(\Delta B/B = 10^{-5})$ o dal non perfetto allineamento degli elettrodi cilindrici o anche da un disassamento della trappola rispetto al magnete. La dipendenza da questi diversi fattori non è ovviamente quantificabile in un'espressione analitica.

L'andamento dell'espansione radiale risulta perciò da una combinazione della 5.29 con una funzione F(l), misurabile sperimentalmente, che dipende dalla lunghezza l della buca e che varia da sistema a sistema. Tenendo conto dell'approssimazione $T \rightarrow 0$ si potrà riscrivere la 5.29 nel seguente modo:

$$\frac{d < r^2 >}{dt} = F(l) + \frac{\pi n_l \nu_{pg} m_{part}}{2q\epsilon_0 B^2}$$
(5.33)

L'espansione radiale della nuvola dipende quindi da due fattori e il limite inferiore a questa velocità di allargamento è fissato dall'addendo più importante nella 5.33. A pressioni scadenti dominerà il secondo termine mentre il primo sarà il limite nel caso in cui la pressione tenda a zero o il campo magnetico all'infinito.

In tal senso, e i dati sperimentali presentati in figura 7.4 lo confermano, è utile notare che si è riscontrata, anche nel nostro apparato, una forte dipendenza dalla lunghezza della buca.

Dall'analisi dell'equazione 5.33 è evidente la linearità della velocità di espansione della nuvola dalla massa delle cariche che la compongono. Nel caso degli antiprotoni, allora, l'effetto di allargamento dovuto alla pressione sarà enormemente più rilevante che nel caso di elettroni.

Il comportamento delle particelle descritto dall'equazione 5.33 obbliga a sviluppare sistemi per il miglioramento della pressione nel tubo e, a causa del fattore F(l), a contenere, per assicurarsi lunghi confinamenti, le particelle in uno spazio il più limitato possibile.

5.6 Breve descizione del sistema di pompaggio

Il sistema di pompaggio che è stato utilizzato è stato pensato secondo i criteri di progettazione propri di una camera da ultra alto vuoto.

Condizione necessaria per raggiungere pressioni così basse è l'utilizzo di pompe adeguate.

In ogni processo di svuotamento di una camera bisognerà impiegare, per raggiungere la pressione finale, diverse pompe che verranno attivate soltanto quando la pressione rientra nell'intervallo di funzionamento. Il sistema per il vuoto di Athena è composto da diverse macchine per l'estrazione del gas. In figura 5.6 sono forniti gli intervalli di pressione per il funzionamento ottimale delle pompe da vuoto utilizzate.



Figura 5.6: Efficienza di cattura al variare dello spessore.

Si inizia creando quello che si definisce prevuoto (pressione $10^{-3}Torr$) utilizzando una pompa meccanica, nel caso una rotativa. Una volta raggiunta questa pressione si accende un'altra pompa meccanica, chiamata turbomolecolare. Questo tipo di pompa è messa in serie tra la prima e la camera. Usando una pompa turbomolecolare si possono raggiungere pressioni di $10^{-6}/10^{-7}Torr$.

Questo è il momento per commutare il sistema sulla pompa ionica e, dopo aver attivato la pompa NEG (Getter) formata da materiali in grado di assorbire il gas di fondo scaldandola a temperature superiori ai $400^{\circ}C$, di escludere attraverso una valvola pneumatica da ultra alto vuoto la parte di camera dove sono installate le pompe meccaniche.

La velocità di pompaggio del sistema, che era stata vista essere fondamentale nell'espressione 5.12, è superiore a $1000\ell/s$ che soddisfa ampiamente le richieste. La parte di pompaggio relativa alla parte criogenica del sistema è stata modellizzata e trattata in dettaglio nel paragrafo 5.4.

Capitolo 6

Operazioni implementate

6.1 Introduzione

Il presente capitolo è dedicato ad una descrizione delle principali operazioni implementate dal gruppo di Genova per la diagnostica delle particelle in trappola e per l'ottimizzazione della produzione di antiprotoni freddi necessari alla formazione di anti-idrogeno con bassa energia cinetica.

Un primo paragrafo 6.2 descrive il sistema di polarizzazione degli elettrodi cardine delle operazioni sulle particelle cariche.

Gli altri paragrafi sono dedicati alla descrizione delle operazioni progettate e realizzate nella trappola di Genova. Ad ognuna di queste è stato riservata una descrizione che è riportata o nei paragrafi o nelle referenze indicate tra parentesi.

Le operazioni implementate sono:

- 1. Caricare gli elettroni nella trappola(6.3)
- 2. Misurare il loro numero(6.4)
- 3. Intrappolare gli antiprotoni del fascio([11])
- 4. Raffreddare gli antiprotoni con gli elettroni([11])
- 5. Pulire la trappola dagli ioni pesanti(6.5)
- 6. Dislocare la nuvola elettronica all'esterno della zona armonica della trappola per consentire la rivelazione degli antiprotoni(6.6)

- 7. Misurare il numero di antiprotoni interni alla buca(6.4)
- 8. Terminare l'operazione di raffreddamento reintroducendo gli elettroni nella buca(6.6)
- 9. Espellere gli elettroni dalla trappola(6.6)

Il tutto viene gestito mediante un pannello, che viene riportato in figura 6.1, dall'utente.



Figura 6.1: Movimento dei potenziali durante le fasi di caricamento degli elettroni.

Ad ogni bottone corrisponde uno strumento virtuale (VI) che gestisce l'operazione che è indicata nell'etichetta identificatrice.

6.2 Polarizzare gli elettrodi

Per poter implementare con successo le operazioni sopra elencate, le tensioni sugli elettrodi dovranno essere pilotate a valori diversi volta per volta. L'apparato che consente di controllare i potenziali di trappola, interamente progettato e realizzato a Genova, può essere facilmente scomposto in quattro blocchi logici indipendenti.

Partendo dal controllo gestito dall'utente, che utilizza cioè il computer, si arriva alle schede di controllo e gestione potenziali, completamente programmabili e gestite in modo remoto che trovano spazio in un crate NIM, per poi andare ai preamplificatori dei segnali provenienti dalla trappola contenuti nel cosiddetto Front End ed infine concludere con la trappola stessa e i circuiti accordati usati per la rivelazione delle particelle.

A quest'ultima parte, già inizialmente competenza genovese, si sono poi aggiunte altre apparecchiature sperimentali da gestire quali la sorgente di elettroni, gli alimentatori di alta tensione, l'impulsatore dell'alta tensione.

La distanza effettiva dei quattro moduli durante il "run" sarà definita da fattori quali l'inaccessibilità al laboratorio e l'esigenza di mantenere i preamplificatori di antiprotoni ed elettroni vicini al magnete. Computer e Crate saranno quindi nella control room, zona da cui si gestirà l'esperimento, mentre il front end e, ovviamente, la trappola nel laboratorio, a circa venti metri dal resto della strumentazione.

Il computer è un PC con un processore Intel PentiumIII a 450MHz e utilizza WindowsNT come sistema operativo. La scelta di un sistema Microsoft è stata imposta dalla volontà di utilizzare Labview5.1 della National Instrument come programma di acquisizione dati, che, all'epoca non era disponibile per macchine Unix; per questo scopo sono state comprate tre schede interne PCI della National Instruments, direttamente utilizzate per la gestione dell'apparato.

LabVIEW è uno strumento di programmazione che, sebbene in teoria permetta di sviluppare qualsiasi tipo di applicativo, è orientato verso la misura ed il controllo di processi industriali e di laboratorio. Sia l'interfaccia che il programma realizzato con LabView mostra all'utente, sia il programma stesso, ovvero le istruzioni di cui composto, sono realizzate per via grafica. Per l'utente finale questo significa che egli non deve inviare comandi o digitare valori con la tastiera, ma può ottenere lo stesso risultato utilizzando il mouse per premere pulsanti o per ruotare potenziometri. Per chi sviluppa il software programmare per via grafica vuol dire essere liberati dalla pesante architettura dei linguaggi basati sul testo: così le linee di istruzioni si traducono in blocchi che eseguono determinate funzioni collegati tra loro tramite fili che trasportano i valori dall'uscita di un blocco all'ingresso di un altro. Un punto di forza di LabVIEW è quindi la visibilità, l'immediatezza che offre tanto all'utente quanto al programmatore.

Oltre ad essere di facile comprensione, LabVIEW è un potente strumento di programmazione che consente di utilizzare le strutture classiche di tutti i linguaggi (case, cicli for, while, ecc.).

Inoltre essendo uno strumento di sviluppo orientato all'acquisizione dati e al controllo di processo fornisce numerose librerie e driver per interfacciarsi alle più comuni schede di acquisizione e di controllo, come quelle in nostro possesso, e numerose funzioni matematiche e statistiche per l'elaborazione dei dati acquisiti, potendo lavorare sia on-line sia off-line.

All'interno del nostro computer sono state infatti installate tre schede PCI National Instruments: NI5911, NI5411,NI6602.

La prima scheda è per l'acquisizione dei segnali e consente di registrare 100Msamples al secondo, la seconda è un generatore di forme d'onda arbitrarie, e la terza una scheda di temporizzazione.

La NI5911 presenta un ingresso per la lettura dei segnali e un altro per il trigger, la 5411 ha una connessione analogica e una scheda esterna per le connessioni digitali, la 6602, infine, ha una scheda esterna per le porte dei vari clock.

Queste connessioni sono in realtà in numero minore di quello disponibile sulle schede perché con interruttori si riesce ad ottimizzare il numero dei cavi. Questo argomento è di importanza rilevante dal momento che si dovranno far passare i cavi stessi dai 4^{0} K del sito della trappola ai 300^{0} K del laboratorio. Non potendo infatti utilizzare dei coassiali di Inox per l'elevata resistenza del "filo caldo", si è dovuto ripiegare su fili di rame, materiale che, avendo una bassa impedenza termica, non è per niente adatto per connessioni a diverse temperature.

I punti delicati da affrontare sono quindi due: usare meno cavi possibile e guidare indipendentemente i dieci elettrodi della trappola. L'elettronica in nostro possesso consente di realizzare queste richieste. Per capire il reale funzionamento dell'apparato è utile entrare nel dettaglio delle connessioni e del modo di pilotare le tensioni.

Come si è detto in precedenza, per ogni operazione occorre avere dei potenziali di elettrodo anche molto differenti tra loro, di conseguenza anche le sorgenti di tensione dovranno essere diverse. Se da una parte abbiamo infatti bisogno di grande precisione sulle basse tensioni dall'altra si devono anche fornire agli elettrodi dei considerevoli potenziali; per questo si sono usate delle sorgenti DAC 12BIT programmabili per il primo intento e degli alimentatori di alta tensione, comunque gestiti dagli stessi tipi di DAC, per il secondo.

Le schede dei DAC appartengono al materiale "fatto in casa" mentre le schede ad alta tensione sono delle schede HV CAEN commerciali. Per ottimizzare il numero delle sorgenti di alta tensione, unica parte costosa dell'elettronica, si è pensato di costruire il potenziale di trappola mediante un partitore, limitando cioè l'uso degli alimentatori di alta tensione ai soli elettrodi che svolgevano azioni indipendenti da quelle del resto della trappola. Alla luce di queste considerazioni le schede CAEN utilizzate risultano essere tre denominate: HVTRAP, HV3LB, HVLBIAS, il cui utilizzo verrà chiarito in seguito.

La scheda NI5411 è usata per avere il controllo dei due sistemi DAC/HV. In essa sono presenti sette linee digitali e una analogica. La selezione è fornita dalle 7 linee digitali che si dividono in: quattro di indirizzo, per selezionare il chip, una per i dati, che comunica quale valore di tensione si vuole ottenere, una per il clock, che sincronizza le operazioni e infine l'ultima per lo "strobe" che abilita o disabilita la trasmissione dei dati. Per indirizzare il DAC di un particolare elettrodo serve fornire un indirizzo esterno, quello del chip, e un indirizzo interno, scritto in testa ai dati, per identificare quale dei quattro DAC presenti al suo interno dovrà aggiornarsi. Questo metodo è assai conveniente perché a fronte di qualche μs in più, comunque non critico sui tempi di lavoro, per inviare gli indirizzi interni offre una vasta disponibilità di canali indipendenti che, nel caso si dovessero pilotare ulteriori elettrodi, potrebbe essere molto utile. In questa prima fase dell'esperimento infatti, vengono impiegati solo 16 canali, dei 64 disponibili con la sola aggiunta di altre tre schede di DAC identiche a quella giá operante e delle relative schede di relais.

La scheda 5411 è inoltre utilizzata per fornire il segnale di "drive" per eccitare il moto delle particelle, per fornire il segnale di "cleaning" e per fornire l'impulso veloce, che verrà poi opportunamente amplificato, per muovere gli elettroni da una parte all'altra della trappola. L'unica uscita analogica della scheda deve essere collegata a quattro distinti circuiti elettronici. Per questo è stata progettata un'ulteriore scheda a relais che permette di commutare l'uscita della 5411 nel modo corretto. La scheda dei relais è comandabile, via remoto, attraverso lo stesso bus che consente la programmazione dei DAC. La stessa filosofia è applicata alla lettura dei segnali (un solo ingresso sulla scheda 5911).

Le altre due schede usate sono, come in precedenza accennato, la NI5911 come oscillografo (100Msamples/s max) e la NI6602 per temporizzare le altre due schede, per fornire cioé triggers, e commutare alcuni relais a seconda del tipo di operazione da svolgere. Ci sono dieci cavi che "escono" dal computer, otto dalla prima scheda e uno da ciascuna delle altre due, questi si connettono al NIM crate dove trovano posto le tre schede di alta tensione della CAEN, la scheda dei DAC e le due schede dei relais. Delle otto connessioni alla NI5411 sette sono realizzate mediante un cavo piatto (riservato ad indirizzi, dati, clock ed enable) e la rimanente attraverso un coassiale piccolo. I due cavi coassiali rimanenti realizzano le connessioni al NIM crate.

6.3 Caricamento degli elettroni nella trappola

Utilizzando la sorgente di elettroni descritta nel paragrafo 4.5, si invia un fascio elettronico di elettroni con un energia di 24 eV verso la trappola di cattura.

I modi di caricamento che si possono sfruttare dopo aver prodotto il fascio primario sono tre:

- 1. Caricamento di elettroni secondari
- 2. Caricamento con corrente di elettroni primari
- 3. Caricamento senza corrente degli elettroni primari

Il primo metodo verte sulla ionizzazione del gas di fondo e pertanto assumerà una forte dipendenza dalla pressione. Se si considera la ionizzazione proporzionale al numero di urti nell'unità di tempo tra il fascio di elettroni primario e le molecole del gas di fondo (densità n_{gas}), si ottiene una velocità (v_{caric}) di caricamento che risulta avere un andamento proporzionale alla velocità relativa tra elettroni e molecole del gas di fondo del tipo:

$$v_{caric} \propto \frac{dN}{dt} = N n_{gas} \sigma_v v$$

L'efficienza di caricamento migliora quindi all'aumentare della densità del gas di fondo in netto contrasto con le basse pressioni richieste nell'esperimento Athena.

IL numero di elettroni caricabili risulterà essere molto inferiore a quello richiesto per le operazioni di "electron cooling".

Per questa ragione e grazie alle misure eseguite, che hanno evidenziato anche una scarsa riproducibilità, si è scartato questo metodo.

Per caricare la trappola e per ottenere le migliori condizioni di lavoro nelle operazioni di cooling si sono perciò studiati gli ultimi due metodi.



Figura 6.2: Movimento dei potenziali durante le fasi di caricamento degli elettroni.

Nella prima fase del caricamento i due metodi presentano la stessa configurazione di potenziale. Nella seconda fase sono evidenti invece le differenze. Nel primo metodo gli elettroni sono liberi di superare la regione assiale dove è presente la buca (tipo Malmberg) e vanno a scaricarsi contro l'ultimo elettrodo della trappola, il già citato HVL, dando origine ad una corrente. Il secondo metodo, invece, presenta agli elettroni una barriera di potenziale alta 40 V che risulta insuperabile per gli elettroni provenienti dal filamento (E=24eV). In questa circostanza non viene registrata alcuna corrente. Nel capitolo riservato ai dati sperimentali verranno presentati e commentati i risultati e l'ottimizzazione del processo di caricamento nei due metodi.

Per concludere la descrizione dell'operazione si deve descrivere il movimento di potenziale tra le due fasi descritte. Come si vede esplicitamente in figura 6.2, che descrive il potenziale sugli elettrodi nelle varie fasi del caricamento per il secondo ed il terzo metodo, l'elettrodo che inizialmente fa da barriera agli elettroni provenienti dal filamento viene impulsato ad una tensione più bassa consentendo il passagio degli elettroni.

La durata di questo impulso è stata scelta di 100ms ed è stato sperimentalmente verificato che questo valore non risulta essere critico.

6.4 Circuiti RF per la rivelazione

La rivelazione non distruttiva basata sui circuiti accordati sviluppata nel paragrafo 3.5, è stata sperimentalmente implementata e testata dal gruppo genovese.

Dal momento che non esistono differenze concettuali tra la rivelazione degli elettroni e quella degli antiprotoni si discuterà la filosofia applicata poi ottenere i valori tecnici relativi ai due casi.

Per creare la buca di potenziale armonica si è ricorsi, come detto nel paragrafo 6.2 ad un partitore e, per consentire alle particelle di oscillare alla frequenza di 13.2 MHz, frequenza di risonanza del circuito accordato, si è impostata una tensione di 24V per gli elettroni a bordo buca.

Una volta accordate le cariche ai circuiti di rivelazione mediante un interruttore si commutano attraverso lo stesso circuito e gli stessi cavi la radiofrequenza di eccitazione e il segnale rivelato indotto dalle particelle.

In particolare questo sistema consente di polarizzare gli elettrodi, di eccitare le particelle e di leggere i segnali che da queste provengono mediante uno stesso cavo.

Viene infatti utilizzato lo stesso elettrodo per inviare il segnale di "drive" (alcuni μs per gli elettroni) e per leggere il segnale indotto dalle particelle attraverso un amplificatore. La presenza del circuito accordato fa si che, anche in assenza di particelle, si registri un segnale proporzionale alla durata

dell'eccitazione che decade con una costante tempo τ_{circ} propria del circuito accordato ($\tau_{circ} \simeq 1 \mu s$ per il circuito deglielettroni). Un circuito di commutazione inibisce allora la lettura per qualche μs . Questo tempo è sufficiente a rendere trascurabile il contributo al segnale da parte del circuito accordato.

La temporizzazione di questa operazione è gestita tramite la scheda NI6602. Il metodo funziona se il Q delle particelle è molto maggiore del Q del circuito.

6.5 Cleaning

Le trappole elettromagnetiche consentono di confinare in una regione dello spazio delle particelle cariche. Il fine della trappola di cattura è quello di contenere elettroni e, soprattutto, antiprotoni. Le forze di confinamento sono però applicate a tutte le cariche all'interno della trappola e risulta quindi molto probabile che ioni di atomi o molecole del gas di fondo possano essere confinati insieme agli antiprotoni. Bisogna dunque evitare che le particelle estranee raggiungano la trappola di ricombinazione causando annichilazioni "parassite". Si è perciò pensato ad un metodo di pulizia (cleaning) della trappola.

Il sistema ha lo stesso principio di funzionamento della rivelazione dopo eccitazione a radiofrequenza. L'obbiettivo è rendere l'oscillazione delle particelle indesiderate ampia a tal punto da perdere il loro confinamento, senza però perdere gli antiprotoni intrappolati. La risposta di una particella all'eccitazione si è ricavata analiticamente nel paragrafo 3.5 e fornisce un'ampiezza di oscillazione sinusoidale nel tempo:

$$A_{mod}(t) = \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0 m} \frac{2sen\frac{\omega_z - \omega}{2}t}{\omega_{z_{ione}}^2 - \omega^2}$$
(6.1)

Le quantità in gioco nella 6.1 sono state definite nel paragrafo di cui sopra; i due parametri che vanno commentati sono $\omega \in \omega_{z_{ione}}$. Il primo, nell'operazione di pulizia, rappresenta la frequenza dell'eccitazione, il secondo varierà il suo valore al variare della massa m_{ione} della particella. Il termine $\omega_{z_{ione}}$ è dato dalla 2.22 e vale:

$$\omega_{z_{ione}}^2 = \frac{qV_0}{d^2 m_{ione}} \tag{6.2}$$

Nello stesso modo con il quale si è proceduto nel paragrafo 3.5, si ipotizza di inviare agli elettrodi un drive alla frequenza di risonanza delle particelle da espellere. Analogamente a quanto fatto allora, la 6.1 può essere approssimata con il primo termine dello sviluppo in serie di Taylor di $sen[(\omega_z - \omega)t/2]$. La sua ampiezza di oscillazione sarà pertanto data da:

$$A_{mod}(t) \simeq \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0 m} \frac{t}{\omega_z + \omega}$$
(6.3)

La richiesta è che al tempo τ_{clean} la grandezza $A_{mod}(t)$ sia maggiore di L/2,cioè della semilunghezza della buca armonica.

Una seconda imposizione coinvolge invece gli antiprotoni. L'eccitazione, come si è detto, non deve farli uscire dalla buca per cui l'ampiezza massima, che si indicherà A_{max} , consentita dovrà essere minore di L/2.

Operando con la 6.2 sulla 6.1 si perviene quindi a questo risultato:

$$A_{max} = \frac{\alpha d^2 \Delta V_d}{z_0 V_0} \left(1 - \frac{\omega_{z_{ione}}^2}{\omega_z^2} \right)^{-1} = \frac{\alpha d^2 \Delta V_d}{z_0 V_0} \left(1 - \frac{m_{\bar{p}}}{m_{ione}} \right)^{-1} < \frac{L}{2}$$
(6.4)

La condizione 6.4 fissa l'ampiezza del segnale di cleaning a radiofrequenza, a partire dalla massa dello ione che si vuole scaricare dalla trappola.

Una volta trovata la condizione sull'ampiezza dell'eccitazione si ricava dalla 6.3 anche il suo tempo di durata. Una prima analisi qualitativa evidenzia che più la massa della particella è vicina alla massa dell'antiprotone più la radiofrequenza deve essere piccola in ampiezza e lunga in durata.

Per esplicitare la durata del drive in funzione della massa dello ione da espellere dalla buca, si può per esempio imporre la condizione $A_{max} = L/4$ nella 6.4 andando poi a sostituirne il risultato nella 6.3.

Il primo passo conduce alla condizione per ΔV_d :

$$\Delta V_d = \frac{Lz_0 V_0}{4\alpha d^2} \left(1 - \frac{m_{\bar{p}}}{m_{ione}} \right) \tag{6.5}$$

e dalla richiesta:

$$A_{mod}(\tau_{ione}) \simeq \frac{\alpha q \Delta V_d}{2z_0 m} \frac{\tau_{ione}}{\omega_z + \omega} > \frac{L}{2}$$
(6.6)

si ottiene, sostituendo la 6.5 nella 6.6, il tempo cercato (τ_{ione}):
$$\tau_{ione} > \frac{8d\sqrt{m_{ione}}}{\sqrt{qV_0} \left(1 - \frac{m_{\bar{p}}}{m_{ione}}\right)} \tag{6.7}$$

La relazione 6.7 pone quindi le condizioni sulla durata della radiofrequenza di cleaning al variare della massa dello ione.

Per formulare l'espressione 6.3 si era ricorsi all'approssimazione della funzione con il suo sviluppo in serie al primo ordine, considerando, implicitamente, sempre verificata la condizione

$$\tau_{ione} \ll \frac{1}{|\omega_{z_{ione}} - \omega|} \tag{6.8}$$

Questa ipotesi rimane verificata fino a certi valori della massa delle particelle da espellere. La differenza tra la frequenza del drive e la frequenza delle oscillazioni libere della sostanza indesiderata rappresenta il limite al metodo di cleaning elaborato.

Per vedere quali sono le sostanze che possono essere eliminate dalla buca armonica si può ipotizzare che la precisione con cui si riesce a far coincidere la frequenza di cleaning con la frequenza di risonanza delle particelle ($|\omega_{z_{ione}} - \omega|$) sia dell'ordine del 0.1% che implica, in virtù della relazione 6.8 un tempo massimo di drive di circa 100 μs .

È facile vedere come tutte le sostanze tipicamente presenti nel gas di fondo, ad eccezione lo ione H^- possano essere espulse dalla trappola.

Lo ione H⁻ rappresenta il confine, o se si vuole la sensibilità, del metodo. Nella condizione 6.7, assumendo come valore per m_{ione} la massa del H⁻ ($\simeq 1.001 m_{\bar{p}}$), si verifica l'uguaglianza tra il primo e il secondo termine. In linea di principio se si riuscissero ad ottenere maggiori precisioni sulla frequenza di cleaning si potrebbero espellere anche questi ioni.

6.6 Dislocazione degli elettroni

Prima di poter rivelare il numero di antiprotoni catturati, ricorrendo all'analisi del segnale proveniente dai circuiti accordati, è tuttvia necessario andare ad eccitare gli antiprotoni, che si trovano immersi nella nuvola di elettroni caricata nella trappola per il "cooling" elettronico. Come si è visto nel precedente paragrafo e nel 3.5, sotto la forza impressa alle particelle dall'eccitazione esterna, le cariche intrappolate cominciano a muoversi, creando, con il segnale indotto sul circuito accordato, un rumore la cui potenza può sovrastare quella del segnale prodotto dagli antiprotoni. Un altro effetto dovuto alla presenza degli elettroni è che la carica spaziale da questi creata altera il profilo della buca in cui sono contenuti gli antiprotoni e non consente la loro oscillazione alla frequenza desiserata.

Per poter ottimizzare la lettura del numero di questi ultimi si crea allora un impulso tale che, abbassando le pareti della buca, consenta agli elettroni di uscire lasciando però pressochè inalterata la posizione degli antiprotoni. È facile immaginare come il dimensionamento di questo impulso sia critico dal punto di vista sperimentale. È stata progettata e realizzata l'elettronica per realizzare questo compito.

La grande differenza di massa tra gli elettroni e gli antiprotoni è stata determinante ai fini del successo dell'operazione.

A parità di buca di potenziale la frequenza delle oscillazioni degli elettroni, obbedendo alla 6.2 che evidenzia la proporzionalità con l'inverso della radice della massa delle particelle e^- , circa 40 volte superiore a quella degli antiprotoni, e, ipotizzando l'ampiezza di oscillazione uguale per entrambi, la velocità degli elettroni sarà circa 40 volte maggiore.

Valutando la forma del potenziale in trappola e la lunghezza della barriera che forma l'elettrodo si potranno dimensionare i tempi di impulso.

L'elettrodo su cui si fa agire l'impulso è quello che nella figura 4.1 è definito CMP3LA. Il tempo minimo sarà compreso tra quello necessario a far superare la lunghezza della zona in cui il potenziale prodotto dall'elettrodo è non nullo e il tempo necessario a non consentire la fuga degli antiprotoni.

L'energia che compete alle particelle in buca dipende dalla densità e dal numero di particelle intrappolate. Come si è discusso in dettaglio nel paragrafo 2.6, le particelle tendono a schermare il campo esterno, creando un effetto di carica spaziale. La loro energia sarà quella relativa al bordo della nuvola cioè relativa alla sua estensione. Ipotizzando, in accordo con l'ipotesi di piccole oscillazioni fatta durante la trattazione del drive della rivelazione, energie di qualche eV, avremo:

$$v_{e^-} \simeq 5 \ 10^5 \ m/s \ v_{\bar{p}} \simeq 10^4 \ m/s$$

La distanza che gli elettroni devono superare prima che l'impulso di tensione sull'elettrodo finisca è di circa 5cm. Il tempo (τ_{shift}) dovrà quindi essere:

$$\tau_{shift} > 10^{-7}s$$

Nello stesso tempo gli antiprotoni percorreranno $10^{-3}m$, lunghezza di gran lunga inferiore e praticamente trascurabile.

Durante le fasi di test e delle misure distruttive sull'ottimizzazione del caricamento degli elettroni, si sono utilizzati treni di impulsi con la durata discussa e, come sarà evidenziato dai grafici sperimentali, hanno svolto con successo il loro compito.

Con lo stesso principio si possono muovere nuovamente gli elettroni in trappola (raffreddamento degli antiprotoni dopo il drive) o definitivamente espellerli dalla trappola.

6.7 Monitor tensioni

Uno dei problemi che appaiono naturali in un esperimento che utilizza le trappole è la diagnostica sulle tensioni applicate agli elettrodi. L'avaria di qualche componente elettronico (A.O., transistors, relais, DAC...) o più semplicemente la rottura di qualche connessione, possono compromettere le operazioni da compiere sugli antiprotoni e danneggiare l'intero esperimento.

Una semplice ma efficace soluzione che è stata progettata e realizzata con successo è la costruzione di un monitor delle tensioni che attraverso l'impiego di un multiplexer (MUX) acquisisce le tensioni alla fine dell'ultimo stadio dell'elettronica prima che la tensione venga portata all'interno del criostato. Le tensioni escono dal MUX in forma seriale e giungono alla scheda NI5911 che, opportunamente sincronizzata, le acquisisce come elementi di un vettore. Questi vengono a loro volta graficati in modo continuo sovrapposti alle tensioni impostate. Sul grafico è quindi possibile individuare eventuali malfunzionamenti.

Questo consente di controllare che l'elettronica a monte del monitor non abbia problemi.

Il principio di rivelazione limita allora solo alle fasi successive la possibilità di errore. Queste possono però essere facilmente individuate sfruttando la sorgente di elettroni.

Gli elettroni prodotti dal filamento infatti vengono guidati dalle linee di forza del campo magnetico verso l'elettrodo HVL e da questo raccolti e rivelati sottoforma di corrente. L'energia del fascio elettronico è, come si è già sottolineato 24eV. Se si polarizzano uno alla volta tutti gli elettrodi in modo che questi possano creare una barriera di potenziale sull'asse più alta di 24eV allora sull'elettrodo HVL non si registrerà nessuna corrente.

In fase di installazione questo semplice dispositivo si è rivelato fondamentale per la diagnostica dell'apparato di cattura.

Capitolo 7

Misure

7.1 Introduzione

In questo capitolo verranno presentate le misure eseguite ed acquisite su elettroni ed antiprotoni nei mesi di Marzo ed Agosto. Durante il mese di Marzo, poiché AD era chiuso per la consueta pausa invernale del CERN, si sono eseguite misure su numero e densità degli elettroni intrappolati, di tempi di vita media e di raggio del plasma. I grafici sperimentali che sono stati riportati sono indicativi delle misure eseguite e sono stati scelti secondo criteri che verranno indicati nel corso dei paragrafi.

Nel mese di Agosto quando erano disponibili al CERN gli antiprotoni, si è ottimizzata l'efficienza di cattura variando gli spessori dei degrader, si sono raffreddati gli antiprotoni, e, come si era fatto con gli elettroni, si sono misurati i tempi di vita media, verificando la bontà dei modelli introdotti nel capitolo 5.

7.2 Misure con elettroni

Tutte le operazioni implementate sugli elettroni sono state eseguite durante il mese di Marzo direttamente dai laboratori di Genova tramite un software, VnC viewer, in grado di effettuareun "login remoto" sul computer del CERN (con windows NT l'operazione è non banale). In questo modo l'apparato è stato controllato da Genova utilizzadno il software e l'hardware installati al CERN. Purtroppo alcuni parametri non erano acquisiti dal nostro computer e quindi a volte le condizioni sperimentali sono variate in modo non del utto noto.

I monitors delle pressioni delle temperature e quant'altro era legato alla macchina non era infatti raggiungibile direttamente dall'utente del laboratorio genovese. Questa condizione ha avuto spesso una rilevanza importante nella riproducibilitelle misure. Verranno portati a titolo di esempio i comportamenti in giorni diversi delle grandezze misurate.

Tuttavia almeno quotidianamente le condizioni sperimentali erano costanti cosa che ha consentito di ottimizzare le varie operazioni implementate eseguendo interessanti misure sull'apparato.

7.2.1 Caricamento

La prima operazione implementata è stata il caricamento degli elettroni nella trappola indispensabili per il cooling degli antiprotoni.

Ricordando brevemente le operazioni commentate nel paragrafo 6.3, si era visto che il caricamento era stato svolto in due modi. Il primo era stato definito senza corrente mentre il secondo con corrente. La differenza dei due consisteva nella presenza nel primo caso di una barriera di potenziale che non consentiva agli elettroni di raggiungere l'elettrodo HVL che, come si era detto nel paragrafo 3.8, è poi l'elettrodo su cui si andrà a misurare la carica intrappolata. Nelle figure 7.1 e 7.2 sono osservabili i movimenti di potenziale che si sono effettuati in fase di caricamento.

Nella prima fase dell'operazione si polarizza l'elettrodo CMP3RB ad una tensione di -40V. La presenza di questa barriera di potenziale respinge gli elettroni verso il filamento. Il processo si stabilizzerà in breve tempo poichè la regione di cold nose compresa tra l'elettrodo e la sorgente si riempirà di elettroni che con l'effetto del campo di carica spaziale bloccherà la corrente portando la parte assiale della nuvola (che sarà, per ragioni di simmetria, cilindrica) allo stesso potenziale del filamento (-25V).

Una volta che si raggiunge questa condizione allora lo stesso elettrodo viene impulsato a -25V. L'alta densità del fascio (paragrafo 6.3) consente di far passare una grande quantità di elettroni che raffreddandosi "scivolano" nella parte di buca più profonda. Dopo 100ms la l'elettrodo ritona a -40V inibendo ulteriori passaggi.

Dopo aver caricato la buca, agendo sui potenziali se ne solleva la parte centrale fino a portarne il fondo a -10V. Da questo punto del caricamento si iniziano ad eseguire misure sul numero di elettroni intrappolati.



Figura 7.1: Movimento dei potenziali nel metodo con corrente.

Se si scarica la buca immediatamente dopo averla caricata si ricava il numero di particelle caricate, se viceversa si dovesse attendere prima di compiere l'operazione si potrebbe conoscere, dopo aver comunque verificato che il caricamento è un operazione quantitativamente riproducibile, il tempo di vita medio degli elettroni nelle condizioni sperimentali. Questo è uno dei punti più interessanti dal punto di vista sperimentale ed è una delle misure che più hanno risentito delle mutevoli condizioni.

La carica totale dipende, come ovvio, dal sistema di caricamento. La quantità delle particelle misurate è risultata essere (figura 7.5) maggiore nel caso di caricamento senza corrente. È infatti logico pensare che, potendo sfruttare una buca più profonda, si possano intrappolare un maggior numero di elettroni.

I grafici di figura 7.5 sono stati prodotti inviando due impulsi all'elettrodo CMP3LA di 100ns distanti tra loro 1s. Confrontando i grafici affiancati si nota che dopo il primo impulso soltanto il 10% delle particelle intrappolate non riesce ad uscire, mentre valutando l'ampiezza del segnale dopo il primo impulso, normalizzata a 10^8 elettroni, si nota come il metodo di caricamento con corrente sia più svantaggioso in termini di efficienza di caricamento.



Figura 7.2: Movimento dei potenziali nel metodo senza corrente.

Tuttavia questo metodo si lascia preferire dal punto di vista della vita media degli elettroni caricati. I risultati verranno presentati nel paragrafo 7.2.2.

7.2.2 Vita media degli elettroni

Come si è detto nel precedente paragrafo, se si rivela a vari tempi la carica presente in trappola si può estrapolare il tempo di vita media degli elettroni nei due tipi di caricamento.

Una prima interessante misura effettuata sugli eletroni è la misura del tempo di vita medio di elettroni intrappolati in trappole di diversa lunghezza. Nel capitolo 5 si era discussa la dipendenza del tempo di vita medio di particelle in trappola dalla lunghezza della trappola stessa e si era trovato che il tempo di vita scemava inversamente al quadrato della lunghezza della zona di confinamento. I risultati trovati, sebbene non mostrino l'andamento tipo $1/L^2$, avvalorano l'ipotesi che il tempo di vita media delle particelle decresca con l'aumentare della larghezza della buca.

La misura è stata condotta nel seguente modo. Si sono in prima istanza create delle buche di potenziale di diversa lunghezza come mostrato in figura



Figura 7.3: Segnali rivelati con tecnica di rivelazione distruttiva. I segnali presentati sono relativi ai due metodi di caricamento. I grafici sulla destra rappresentano la quantità delle particelle in trappola dopo il primo impulso.

7.4, quindi si sono misurate le particelle in trappola a vari tempi. Pur non normalizzando le curve al valore iniziale è facile vedere (figura 7.5) come all'aumentare della buca sia correlata una maggiore velocità di decadimento del segnale misurato.

Il sistema di rivelazione utilizzato è stato, a causa dell'elevato numero degli elettroni, quello distruttivo. Non è possibile infatti confinare in una buca con una frequenza di risonanza caratteristica di 13.2 Mhz, frequenza di risonanza del circuito accordato per gli elettroni, 10⁹ elettroni.

In apertura di paragrafo è stato sottolineato come in giorni diversi le condizioni sperimentali cambiavano profondamente. A titolo di esempio vengono riportate in figura 7.6 le diverse misurazioni effettuate con le stesse configurazioni di trappola e lo stesso sistema di caricamento in diversi giorni. Si nota immediatamente come le operazioni che quotidianamente risultavano riproducibili, non erano più tali se acquisite in diversi giorni.

Un'ulteriore misurazione che si è sviluppata riguarda la vita media degli elettroni caricati con o senza corrente. Il metodo di misura utilizzato è lo stesso, così come è la stessa la configurazione di trappola utilizzata nelle due misure. Il dato rilevante di questa misura è il maggior tempo di vita degli elettroni caricati con il metodo definito con corrente. Una possibile spiegazione di questo dato è che la nuvola elettronica caricata in questo modo risulta essere più stretta e quindi la sua espansione radiale raggiunge in più tempo le pareti della trappola. Benchè in numero minore allora i dati sperimentali evidenziano una vita più lunga per gli elettroni caricati con corrente.



Figura 7.4: Buche di potenziale create per verificare la dipendenza del tempo di vita medio dalla lunghezza.

Per acquisire dati riguardo alla vita media degli elettroni si possono utilizzare, se questi sono in numero minore, la rivelazione non distruttiva in-



Figura 7.5: Andamento nel tempo delle particelle intrappolate nelle varie configurazioni di figura 7.4.

trodotta e commentata in 3.5. Il vantaggio di eseguire una misura di questo tipo deriva dal fatto che, così come dice il nome stesso, una volta rivelato il numero di particelle si hanno ancora le particelle in trappola.

Nelle precedenti misure infatti, condotte mediante rivelazione distruttiva, ad ogni dato si doveva ripetere l'operazione di caricamento ed aspettare nuovamente un tempo pari a quello al quale era avvenuta la misura prima di verificare il numero delle particelle ad un tempo maggiore.

Una seconda ragione per effettuare misure con questa tecnica è che la rivelazione degli antiprotoni dovrà essere eseguita, una volta che l'esperimento sarà a regime, ovviamente non perdendo particelle. I seguenti dati riportati nelle figure 7.15 rappresentano quindi non soltanto un prova di fattibilità ma anche una prova generale del funzionamento dell'apparato. Come si vedrà, a meno di problemi di criogenia in fase di risoluzione, le misure evidenziano



Figura 7.6: Numero di elettroni al variare del tempo acquisiti in diversi giorni.

confortanti segnali di efficienza.

La misura non distruttiva delle particelle deriva dagli stessi tipi di caricamento visti in precedenza. Per ottenere il numero di particelle richiesto si procederà fornenendo alla buca iniziale un treno formato da tre impulsi della durata di 100ns (figura 7.7). Una stima grossolana per conoscere il numero degli elettroni rimasti si può ottenere ricordando che ad ogni impulso il 10% delle particelle rimane nella trappola, pertanto dopo il terzo impulso solo un elettrone su mille sarà ancora presente in trappola. Il numero di elettroni rimanenti, considerando il numero iniziale di 10⁸, sarà perciò stimabile in 10⁵. Questo numero oltretutto rappresenta la miglior stima di intrappolamento per gli antiprotoni e quindi un buon test per la loro rivelazione.

Il principio di rivelazione segue fedelmente quello progettato (paragrafo 3.5). Si invia un segnale eccitatore all'elettrodo CMP1R che metterà in movimento le particelle intrappolate. Una volta che questo viene interrotto



Figura 7.7: Impulsi e segnale rivelato correlato.

l'elettronica commuta, come descritto nel paragrafo 6.4, verso i preamplificatori di elettroni ed antiprotoni. Il segnale da questi rivelato viene amplificato ed ha una forma tipica come in figura 7.8. Sono evidenti le differenze al variare del numero di particelle.

I segnali acquisiti dalla scheda NI5911, la schedina di acquisizione, vengono attraverso opportuni algoritmi implementati con l'uso di Labview, elaborati in modo da fornire il tempo di decadimento, la potenza del segnale e la frequenza alla quale questa è massima. Gli ultimi due parametri sono forniti in funzione del tempo.

Per una misura di questo tipo vengono prodotti i segnali delle figure 7.9 e 7.15. Il primo di questi rappresenta come viene elaborato il segnale di figura 7.8, mentre il secondo,osservabile a fine paragrafo rappresenta una tipica "presa dati".

Nella figura 7.15 sono appunto graficati l'ampiezza e la frequenza del se-



Figura 7.8: Forma tipica di un segnale rivelato.

gnale. L'ampiezza è, come si era già notato nel paragrafo 3.5, proporzionale a N^2 il quadrato del numero di particelle intrappolate. Il tempo di decadimento è inversamente proporzionale ad N. Nella figura 7.9 si nota che le variazioni della frequenza sono discrete e che si distribuiscono su due livelli. Il motivo dipende dal fatto che la FFT è calcolata da un segnale costituito da numero discreto di punti. Il grafico della FFT avrà lo stesso numero di punti equispaziati tra le frequenze $-f_c/2$ ed $f_c/2$, dove f_c è la frequenza di campionamento.

Pertanto il gradino della frequenza è direttamente legato al numero di campioni acquisiti dalla NI5911 e alla frequenza di campionamento. Tanto più il campionamento sarà veloce tanto meno precisa sarà la FFT. Il periodo di campionamento può essere variato a valori f_c/n dove n è un numero naturale.

Il segnale indotto sul circuito dagli elettroni ha la frequenza principale



Figura 7.9: Singola elaborazione di misura non distruttiva.

a circa 13.2 MHz e deve essere quindi acquisito utilizzando la più alta frequenza di campionamento disponibile con la scheda oscillografo. Il segnale proveniente dagli elettroni sarà perciò il più impreciso in frequenza.

Dai grafici di figura 7.15 si estrapolano i tempi di vita media le distribuzioni in frequenza e tutti gli altri parametri utili per la caratterizzazione degli elettroni intrappolati. Il grafico di figura 7.10 riporta i risultati provenienti dalla misure di figura 7.15.



Figura 7.10: Dati elaborati dalle misure di figura 7.15.

Una volta finita la misurazione, se il numero di particelle è ancora con-

frontabile con la sensibilità del metodo di rivelazione distruttiva, si fornisce ancora un impulso e si estraggono gli elettroni rimanenti.

Il segnale rivelato alla fine della serie di figura 7.15 di misurazioni effettuate risulta essere confrontabile con il fondo è riportato in figura 7.11.



Figura 7.11: Segnale rivelato dopo l'impulso finale di pulizia della trappola.

La riproduciblità dei dati è scarsa. A distanza di un giorno per esempio si acquisiscono dati enormemente differenti. A ulteriore dimostrazione di quanto detto vengono presentati in figura confronto il parallelo tra i "riassunti" di due misure eseguite con gli stessi criteri ma a distanza di un giorno.

Per ragioni di chiarezza verranno presentati affiancati i dati di ampiezza e decadimento del segnale relativi ai due giorni (figura 7.12).



Figura 7.12: Segnali acquisiti in diversi giorni.

7.2.3 Misure sul raggio degli elettroni

Il raggio del plasma di solito viene calcolato mediante la raccolta della carica intrappolata da parte di elettrodi divisi in settori. Non potendo accogliere un elettrodo siffatto nell'apparato, si è implementata un'altra originale ed interessante misura che porta informazioni sul raggio della nuvola degli elettroni [38].

Le ipotesi che hanno portato allo sviluppo di questa operazione sono già state affrontate nel paragrafo 2.6. Il raggio della nuvola sarà ricavabile da semplici considerazioni sul potenziale.

La nuvola di elettroni sulla quale si sono eseguite le misure è intrappolata in una buca di potenziale tipo Malmberg. Il potenziale di carica spaziale che si viene a creare è fornito dalla formula 2.41.

Come era già stato notato nel peragrafo 2.6, il potenziale interno alla nuvola cresce avvicinandosi all'asse di questa. Il potenziale massimo sarà perciò relativo agli elettroni sull'asse e, considerando un caricamento a saturazione, varrà V_T .

Se si dovessero abbassare le pareti della buca si perderebbe un cilindro di elettroni coassiale con la nuvola e di raggio r_i dipendente dalla densità n_0 della nuvola e da quanto si è abbassata la buca (ΔV_T).

Una volta che si sono evacuate le particelle a più alta energia, la nuvola assumerà la forma di un cilindro cavo il cui massimo di potenziale di carica spaziale sarà sulla superficie interna del cilindro. Pertanto calcolando analiticamente il potenziale prodotto da un cilindro cavo di raggio interno r_i raggio esterno r_e e densità n_0 e ponendolo uguale alla altezza finale della buca si ricaveranno i valori di questi ultimi tre parametri.

$$V(r_i, r_e, n_0) = -\frac{n_0}{2\epsilon_0} \left[\frac{r_e^2 - r_i^2}{2} - r_i^2 ln \frac{r_e}{r_i} + (r_e^2 - r_i^2) ln \frac{R_T}{r_e} \right]$$
(7.1)

Nell'espressione 7.1 la grandezza R_T è il raggio della trappola.

Il procedimento con il quale sono state acquisite le misure è analogo ai precedenti. Ancora una volta siè sfruttata la rivelazione distruttiva. Dopo aver infatti prodotto un treno di impulsi che abbassava il bordo della buca di una quantità ΔV_T , veniva misurata la quantità di carica espulsa dalla trappola (N_{uscita}). Con un secondo treno di impulsi che annulava il potenziale di una parete si scaricava infine la buca misurando con la stessa tecnica il numero di elettroni che erano rimasti ($N_{rimasti}$). Dalle seguenti relazioni allora si trovano i valori di r_i , r_e ed n_0 .

$$\begin{cases} V_T - \Delta V_T = V(r_i, r_e, n_0) \\ \pi n_0 r_i^2 L/e = N_{uscita} \\ \pi n_0 (r_e^2 - r_i^2) L/e = N_{rimasti} \end{cases}$$
(7.2)

Anche qui come per le misure di vita media, si sono eseguite le misure a vari tempi dopo il caricamento e si sono graficate. Si riesce così ad ottenere una visione dell'andamento in funzione del tempo di raggio, numero di particelle e densità della nuvola. Nelle figure 7.13 e 7.14 si nota come la perdita di particelle avvenga a seguito dell'allargamento della nuvola per urti elastici con il gas di fondo che portano ad un allargamento del raggio del plasma. Come è facilmente osservabile il numero di particelle è circa costante fino a quando il raggio non sarà uguale a quello della trappola. I grafici di raggio e densità hanno andamento opposto poichè, a seguito dell'aumento del primo la seconda quantità deve diminuire. È nuovamente riportato il confronto della stessa operazione effettuata in diversi giorni.



Figura 7.13: Raggio, densità e numero in funzione del tempo.

Le misure che sono state eseguite durante il mese di Marzo, non sono state acquisite con le condizioni sperimentali a regime. L'alta temperatura a cui era tenuto il cold nose (200 0 K) e le pressioni del gas di fondo ancora da migliorare non hanno consentito di osservare il reale comportamento che si avrà in fase di presa dati. Le misure sono però servite a capire la dinamica



Figura 7.14: Raggio, densità e numero in funzione del tempo.

degli elettroni all'interno della buca e questa conoscenza è servita a fornire, nell'unico giorno in cui si è provato il "cooling" elettronico, un'efficienza di raffreddamento del 30%.

Le misure sugli antiprotoni verranno descritte nel prossimo paragrafo.



Figura 7.15: Rivelazioni non distruttive in funzione del tempo.

7.3 Misure con Antiprotoni

Le misure che verranno riportate in questo paragrafo sono state effettuate con lo scopo di ottimizzare la produzione di antiprotoni a bassa energia (definiti "freddi"). I passi cruciali di questo tipo di operazione consistono nell'ottimizzare la cattura e il tempo di confinamento degli antiprotoni per effettuare raffreddamento mediante cooling elettronico.

7.3.1 Efficienza di cattura

Un primo obbiettivo per la produzione di antiprotoni freddi è l'ottimizzazione del processo di cattura. Il numero di particelle che si possono catturare dal fascio di AD sarà tanto maggiore quanto maggiore sarà la tensione di polarizzazione degli elettrodi. Dati i problemi di scarica delle tensioni dipendenti dalle condizioni, tutt'altro che ottimizzate, di pressione e temperatura, il potenziale massimo a cui è stato possibile porre gli elettrodi è stato di 9KV invece dei 15 previsti. Questo valore è stato raggiunto l'ultimo giorno in cui era disponibile il fascio e per motivi contingenti non siè potuto misurare il numero di antiprotoni catturati al variare della tensione applicata sugli elettrodi. La stessa misura è stata eseguita in precedenza quando cioè il potenziale applicabile agli elettrodi era di soli -5KV. Il risultato della misura è riportato in figura 7.16

L'andamento dell'efficienza di cattura è lineare con la tensione, significa quindi che l'intrappolamento avviene in una regione in cui la distribuzione di energia degli antiprotoni del fascio è piatta. Gli elettroni intrappolabili sono, rispetto a quelli inviati, qualche parte su mille.

Una volta fissata la polarizzazione degli elettrodi ad alta tensione si è proceduto all'ottimizzazione del sistema di decelerazione [11]. Un foglio di Alluminio $(41\mu m)$ rotante è stato interposto tra l'uscita del fascio e l'ingresso della trappola. In questa condizione si è proceduto alla misura dell'efficienza di cattura in funzione dell'angolo di incidenza del fascio sulla finestra rotante e quindi dello spessore attraversato. I risultati sono rportati in figura 7.17. In essa i valori riportati sull'asse delle ordinate sono proporzionali all'efficienza di cattura

Una volta ottimizzato il processo di cattura, comunque migliorabile alzando la tensione sugli elettrodi HVL e HVR siè proceduto alle misure sul tempo di vita medio degli antiprotoni ad alta energia ("caldi"). Le misure sono risultate anche questa volta non riproducibili poiché, durante i gior-



Figura 7.16: Efficienza di cattura al variare della tensione sugli elettrodi.

ni di acquisizione dati, erano in atto anche interventi sul sistema. Per la maggior parte di Agosto, infatti, si è proceduto al miglioramento di alcuni parametri fondamentali nell'esperimento, quali la temperatura del cold nose e la pressione del sistema. Come si è visto nel capitolo 5, le due grandezze fisiche interessate sono strettamente correlate tra di loro e con il tempo di confinamento delle particelle.

7.3.2 Tempi di confinamento di antiprotoni caldi

I canali di perdita di antiprotoni sono due: annichilazioni contro le pareti della trappola e formazione di atomi esotici [53] a seguito di urti con le molecole del gas di fondo. Il secondo canale tuttavia sembrerebbe essere trascurabile ad alte energie (paragrafo 5.5.2). La vita media degli antiprotoni caldi dovrebbe essere quindi limitata dai soli urti elastici con le molecole del gas di fondo che portano all'allargamento dell'orbita delle particelle intrappolate.

Una prima serie di misure ha riguardato la determinazione del tempo di confinamento degli antiprotoni caldi in assenza di elettroni (e quindi senza nessun meccanismo di raffreddamento). Tale tempo risulta essere dipendente principalmente dall'energia degli antiprotoni e dalla densità (pressione, temperatura) e composizione del gas di fondo. Le figure 7.18 e 7.19 riporta-



Figura 7.17: Efficienza di cattura al variare dello spessore.

no l'andamento temporale del numero, normalizzato a 100, degli antiprotoni caldi nel caso rispettivamente di temperatura del cold nose a 20^{0} K e 200^{0} K. Nei due casi la pressione letta in prossimità del sistema di pompaggio era simile e prossima a $2 \cdot 10^{-9} Torr$.

Negli stessi grafici sono presenti gli andamenti relativi agli antiprotoni "caldi" in presenza di elettroni e agli antiprotoni "freddi".

Il tempo di immagazzinamento degli antiprotoni nelle condizioni di figura 7.18 risulta essere almeno 20 volte superiore rispetto a quello di fig 7.19, evidenziando un miglioramento della pressione in trappola superiore a due ordini di grandezza da imputare all'effetto della temperatura. La situazione potrà essere ancora migliore quando la trappola opererà alla temperatura prevista di $2 - 4^{0}$ K.

7.3.3 Raffreddamento

Per osservare l'effetto del raffreddamento si sono confinati insieme elettroni ed antiprotoni. Con la semplice coesistenza si è verificato un consistente effetto di perdita di energia misurato nel seguente modo.

Preliminarmente alla cattura degli antiprotoni viene intrappolato il plasma di elettroni destinato ad effettuare il cooling. Tale plasma risiede in



Figura 7.18: Tempi di intrappolamento con il cold nose a 20^{0} K.

una sezione centrale della trappola di cattura delimitata da CMP3LB e CMP3RB. La lunghezza del plasma risulta pari a 10cm, ed il numero di elettroni contenuto ammonta a circa $4 \cdot 10^8$. La profondità di questa buca è pari a $V_i \simeq 45V$.

L'elettrodo estremo HVR è polarizzato da una una tensione negativa $(-V_0)$ tale da riflettere la frazione di antiprotoni in uscita dall'assorbitore (montato sull'elettrodo HVL di chiusura della trappola dal lato rivolto verso AD) aventi energia cinetica inferiore appunto a $-V_0$. Queste particelle vengono intrappolate portando rapidamente, e con la dovuta temporizzazione [11], anche HVL a $-V_0$.

L'apparato sperimentale consentiva di determinare separatamente le due popolazioni. Infatti la gestione dei potenziali di trappola consentiva la indipendente rimozione di V_0 (scaricamento degli "antiprotoni caldi") e di V_i (con conseguentemente scaricamento degli "antiprotoni freddi"). La determinazione del numero delle antiparticelle scaricate avveniva tramite contatori a scintillazione disposti esternamente all'apparato. Il numero dei conteggi veniva successivamente normalizzato rispetto all'intensità, estremamente



Figura 7.19: Tempi di intrappolamento con il cold nose a 200^{0} K.

fluttuante, del fascio estratto da AD.

In figura 7.20 è riportata la distribuzione temporale dei conteggi ottenuta in una sequenza tipica: trascorsi 10 secondi dalla cattura veniva azzerata la tensione sull'elettrodo HVL. Qualche centinaio di millisecondi dopo, una volta che tutti gli antiprotoni ad alta energia avevano abbandonato la trappola, veniva anche distrutta la buca interna (a potenziale V_i). Il segnale acquisito era perciò caratterizzato dai due picchi osservabili in figura 7.20 in cui il numero dei conteggi contenuto nel primo picco è proporzionale al numero di antiprotoni "caldi" mentre quello contenuto nel secondo picco è proporzionale al numero di quelli "freddi"

La seconda serie di misure ha riguardato lo studio della efficienza di raffreddamento.

I risultati delle misure effettuate nelle migliori condizioni di temperatura (20^{0}K) sono mostrati nella figura 7.18.

Sull'asse delle ascisse è riportato il numero degli antiprotoni freddi (avendo normalizzato a 100 il numero degli antiprotoni inizialmente catturati) in funzione del tempo di permanenza in interazione con il plasma elettronico.



Figura 7.20: Rivelazione di antiprotoni "caldi" e "freddi".

Risulta che il numero massimo di "antiprotoni freddi" ammonta a circa il 35% del numero degli antiprotoni inizialmente catturati. Tale frazione è già buona, tuttavia occorrerà ottimizzare il processo allo scopo di incrementarne il valore. La terza serie di misure è stata effettuata allo scopo di determinare il tempo di immagazzinamento degli antiprotoni freddi, in presenza del plasma elettronico, successivamente alla rimozione degli antiprotoni caldi residui.

Nonostante la modesta statistica, risulta (figura 7.21) che il tempo di dimezzamento è estremamente lungo, probabilmente superiore a 1000 secondi.

Nei mesi di ottobre e novembre 2000, quando cioè AD sarà nuovamente attiva, ricominceranno le acquisizioni per ottimizzare queste ultime operazioni che, come è stato detto, sono state eseguite in un breve periodo. Gli obiettivi della collaborazione sono quelli di riuscire a confinare entro il 2000 antiprotoni e positroni all'interno della trappola di ricombinazione nella speranza di osservare le prime ricombinazioni di anti-idrogeno a bassa energia.



Figura 7.21: Tempo di confinamento per antiprotoni "freddi".

Bibliografia

- [1] Sakurai, J.J. (1964) "Invariance Principles and Elementary Particles" (Princeton University Press).
- [2] Caso, C. et al (1998) "Eur. Phys." C3, 1.
- [3] Van Dyck, R.S. jr, Schwinberg, P.B. and Dehmelt H. (1987) "Phys. Rev. Lett." 59, 26.
- [4] Gabrielse, G., Phillips, D., Quint, W., Kalinowsky, H., Rouleau, G. and Jhe, W. (1995) "Phys. Rev. Lett." 74, 3544.
- [5] D.J.Wineland, Wayne M. Itano and R.S Van Dyck jr. (1969) "High resolution spettroscopy of stored ions" Advances in atomic and molecular physics, vol. 19 pgg 137-149.
- [6] Mac Intyre, D.H. and Hänsch, T.W. (1988) "Metrologia" 25, 61.
- [7] Nieto, M.M. and Goldman, T. (1991) "Phys.Rep." 205, 221.
- [8] Beverini, N., Lagomarsino, V., Manuzio, G., Scuri, F. and Torelli, G. (1988) "Hyperfine Int." 44, 349.
- [9] http://athena.web.cern.ch/athena
- [10] Maury, S. et al. CERN/PS 96-43 (AR)
- [11] Manuzio, D. "Tesi di laurea"
- [12] Greaves, R.G., Tinkle, M.D. and Surko, C.M. (1994) "Phys. Plasmas" 1, 1439.
- [13] Budker, G. and Skrinsky, A. (1978) "Sov Phys.-Usp" 21, 277.

- [14] Neumann, R., Poth, H., Wolf, A. and Winacker, A. (1984) "Z Phys." A313, 253.
- [15] Gabrielse, G., Haarsma, L., Rolston, S.L. and Kells, W. (1988) "Phys. Lett." A129, 38.
- [16] Deutch, B.I., Jacobsen, F.M., Andersen, L.H., Hvelplund, P. Knudsen, H., Holzscheiter, M.H., Charlton, M. and Laricchia, G. (1988) "Phys. Scrip." T22, 288.
- [17] Charlton, M. (1990) "Phys. Lett." A143, 143.
- [18] Guo-Zhong Li, Poggiani, R., Testera, G., Torelli, G. and Werth, G. (1993) "Hyperfine Int." 76, 343.
- [19] Wineland, D., Ekstrom, P. and Dehmelt, H. (1973) "Phys. Rev. Lett." 31, 1279.
- [20] Gabrielse, G., Jhe, W., Phillips, D., Quint, W., Kalinowsky, H and Gröbner, J. (1993) "Nuclear Physics A" 558, 701c.
- [21] http://sdphca.ucsd.edu/pubblications.html
- [22] Paul, W., Osberghaus, O. and Fisher, E. (1958) "Forschungsber. Wirtsch. Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen" 415.
- [23] Fisher, E. (1959) "Z. Phys." 156, 1.
- [24] Wuerker, R.F., Shelton, H. and Langmuir, R.V. (1959) "J. Appl. Phys." 30, 342.
- [25] Jackson, J.D. (1969) "Elettrodinamica classica".
- [26] Malmberg, J.H. and Driscoll, C.F. (1980) "Phys. Rev. Lett." 44, 654.
- [27] Penning, F.M. (1936) "Physica" 3, 873.
- [28] Schwinberg, P.B., Van Dyck, R.S. jr and Dehmelt H. (1981) "Phys. Rev. Lett." 47, 1679.
- [29] http://hussle.harvard.edu/atrap
- [30] Gabrielse, G. (1983) "Phys. Rev. A" 27, 2277.

- [31] Gabrielse, G. and MacKintosh, F.C. (1984) "Int. J. Mass Spectroscopy and Ion Processes" 57, 1.
- [32] Gabrielse, G., Haarsma, L. and Rolston, S.L. (1989) "Int. J. Mass Spectroscopy and Ion Processes" 88, 319.
- [33] O'Neil, T.M. and Dubin, H.E. (1998) "Phys. of plasmas" 5, 2163
- [34] Landau, L.D. and Lifshitz, E.M. (1958) "Statistical Physics" Pergamon, London.
- [35] Malmberg, J.H. and O'Neil, T.M. (1977) "Phys. Rev. Lett." 39, 1333.
- [36] Prasad, S.A. and O'Neil, T.M. (1979) "Phys. Fluids" 22, 278.
- [37] Wineland, D.J. et al. (1985) "J. Opt. Soc. Am." 2, 1721.
- [38] Testera, G., Carraro, C., Joffrain, W., Lagomarsino, V., Manuzio, D., Manuzio, G. and Rouleau, G. (2000) "Proceed. conf. of frontiers detectorfor frontiers physics (Elba)" Accepted by NIM A.
- [39] Brewer, L.R., Prestage, J.D., Bollinger, J.J., Itano, W.M., Larson, D.J. and Wineland, D.J. (1988) "Phys. Rev. A" 38, 859.
- [40] Jeffries, J.B., Barlow, S.E. and Dunn, G.H. (1983) "Int. J. Mass Spectrom. Ion Processes" 54, 169.
- [41] Wineland, D.J. and Dehmelt H.G. (1975) "J. Appl. Phys." 46, 919.
- [42] Shockley, W. (1938) "J. Appl. Phys." 9, 635.
- [43] Ferrario, B. (1982) "Introduzione alla tecnologia del vuoto" A.I.V. editore.
- [44] Lafferty, J.M. (1998) "Foundations of Vacuum Science and Technology" John Wiley & Sons, Inc, New York. p. 709-710.
- [45] Redhead, P.A., Hobson, J.P. and Kornelsen, E.V. (1993) "The Physical Basis of Ultrahigh Vacuum" American Institute of Physics, New York.
- [46] Cohen, J.S. (1987) "Phys. Rev. A" 36, 2024.
- [47] Davidson, R.C. and Moore, D.A. (1996) "Phys. of plasmas" 3, 218.

- [48] Malmberg, J.H. and Driscoll, C.F. (1980) "Phys. Rev. Lett." 44, 654.
- [49] Chao, E.H., Davidson, R.C., Paul, S.F. and Morrison, K.A. (1999) "Phys. of plasmas" 7, 831.
- [50] Raimbault-Hartmann, H., Beck, D., Bollen, G., König, M., Kluge H.J., Schark, E., Stein, J., Schwarz, S and Szerypo, J, (1997) "NIM B" 126, 378.
- [51] Langmuir, I. and Compton, K.T. (1931) "Rev. Modern Phys." 3, 191.
- [52] Terman, F.E. (1960) "Manuale di Ingegneria Radiotecnica" Aldo Martello editore.
- [53] http://asacusa.web.cern.ch/asacusa