

Università degli Studi di Genova

Facoltà di Scienze M.F.N.

Anno accademico 1999-2000

Tesi di Laurea in Fisica

**Ottimizzazione della efficienza di
cattura e di cooling di antiprotoni
nell'esperimento ATHENA**

Candidato: Daniela Manuzio

Relatore: Dr. G. Testera

Correlatore: Prof. C. Caso

Indice

1	Introduzione	5
2	Produzione di antiprotoni con energie di qualche KeV	11
3.1	Produzione ed accumulazione di antiprotoni	11
3.1.1	Metodo di produzione	11
3.1.2	Accumulazione degli antiprotoni	14
3.2	Decelerazione di antiprotoni con energie di qualche GeV	17
3.2.1	LEAR (<i>Low Energy Antiproton Ring</i>)	17
3.2.2	AD (<i>Antiproton Decelerator</i>)	18
3.3	Perdita di energia per interazione radiazione-materia	31
3.3.1	Collisioni anelastiche	32
3.3.2	La dispersione in energia	37
3.3.3	L'effetto Barkas	39
3.3.4	Collisioni elastiche	32
3.4	La trappola ad anticiclone	35
3.5	I quadrupoli a radiofrequenza (RFQ)	37
3	Il sistema di decelerazione di ATHENA	39
3.1	L'apparato sperimentale	40
3.2	<i>Geant3</i>	47
3.2.1	Il programma	47
3.2.2	<i>Geant3</i> a bassa energia	48
3.3	Le simulazioni	49
3.3.1	Il campo magnetico	50
3.3.2	Le condizioni iniziali del fascio	51
3.3.3	I tagli radiali	52
3.3.4	Studio dei materiali	55
3.3.5	Risultati	58

3.3.6	Simulazioni con altro codice	62
3.3.7	Confronto con altre misure	65
4	Le trappole elettromagnetiche	69
4.1	La trappola di Malmberg	69
4.2	La trappola di Penning	75
4.3	La trappola di ATHENA	80
5	Dinamica di cattura degli antiprotoni in trappola	85
6	Processi di raffreddamento degli antiprotoni	93
6.1	Cooling di una singola particella in trappola	95
6.1.1	Cooling radiativo	96
6.1.2	Cooling resistivo	97
6.1.3	Sideband cooling	102
6.2	Cooling di più particelle in trappola	106
6.2.1	Cooling elettronico	106
7	Limiti di confinamento di particelle cariche	115
7.1	Distribuzione di equilibrio di un plasma	116
7.1.1	Trappola di Malmberg	123
7.1.2	Trappola di Penning	126
8	Primi risultati sperimentali relativi alla cattura di antiprotoni	129
8.1	Sistema di decelerazione degli antiprotoni	129
8.2	Determinazione ed ottimizzazione dell'efficienza di cattura	131
8.3	Confronto fra le simulazioni ed i dati sperimentali	133
8.4	Misura degli effetti di scattering coulombiano multiplo dovuti al primo assorbitore	134
8.5	Dipendenza del numero di \bar{p} catturati dalla tensione di trappola.	135
9	Tests sul plasma di elettroni nella trappola di cattura di ATHENA	137
9.1	Produzione e caricamento degli elettroni	139
9.2	Diagnostica del plasma in trappola	142

Capitolo 1

Introduzione

La presente tesi descrive una parte delle ricerche sull'antimateria attualmente in corso e che verranno condotte su atomi di anti-idrogeno di bassissima energia, al fine di studiarne alcune proprietà fondamentali.

Le ricerche più immediate sono indirizzate verso la verifica della identità dei livelli energetici dell'anti-idrogeno e dell'idrogeno, in modo da compiere una accurata analisi di invarianza per CPT dei fenomeni elettromagnetici che presiedono alla formazione di tali atomi. Fra le principali conseguenze di questo teorema rientra, infatti, la predizione che una particella e la sua antiparticella abbiano la stessa massa e lo stesso tempo di vita ed uguale, ma opposta, carica e momento magnetico. Molti esperimenti hanno confermato alcune di queste previsioni con un'accuratezza anche molto alta. [1]: l'uguaglianza dei momenti magnetici di elettroni e positroni è stata verificata con una precisione di una parte su 10^{12} [2]; l'accuratezza raggiunta nella misura del rapporto carica/massa di protoni ed antiprotoni è di una parte su 10^9 [3]; la misura della differenza fra la massa di un kaone e della sua antiparticella ha raggiunto una precisione di una parte su 10^{18} ; ...

La possibilità di studiare atomi di anti-idrogeno di bassissima energia offre tuttavia nuove possibilità in questa direzione: esperimenti di spettroscopia in grado di stabilire con elevatissima precisione la struttura atomica di questa antiparticella (in particolare la differenza di energia fra il livello 1S ed il 2S, [4]) potrebbero confutare o fornire ulteriore conferma a queste ipotesi.

La precisione richiesta, di una parte su $10^{12} - 10^{15}$, può essere ottenuta solo con atomi di \bar{H} raffreddati ad energie inferiori ai milli-Kelvin: da qui la necessità di poter disporre e manipolare positroni ed antiprotoni¹ di

¹I due processi fondamentali a seguito dei quali vengono creati degli atomi di anti-

Precision of some CPT Tests

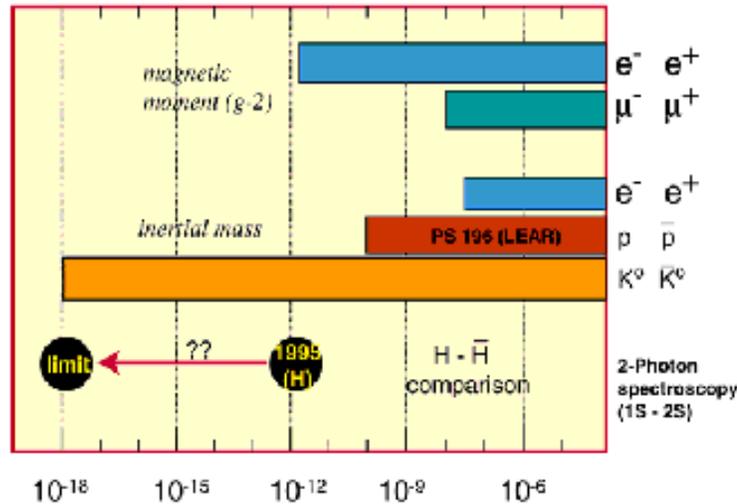


Figura 1.1: Precisione raggiunta dalle diverse misure condotte sul teorema di invarianza per CPT.

bassissima energia.

È stato verificato con una precisione di una parte in 10^9 (per protone ed antiprotone) che la massa di una particella e della sua antiparticella sono identiche: ciò tuttavia non implica automaticamente che in presenza di un campo gravitazionale l'accelerazione di gravità agente sulle due particelle sia la stessa, e non esiste ancora molta evidenza sperimentale a favore di questa tesi ([5, 6]). La possibilità di studiare il comportamento di un atomo di anti-idrogeno in un campo gravitazionale potrebbe risultare importante: dal punto di vista pratico, tuttavia, questa speculazione è ancora lontana dall'essere implementata in una proposta sperimentale.

idrogeno sono il processo di ricombinazione spontaneo a due corpi ($e^+ + \bar{p} = \bar{H} + h\nu$) ed il processo di ricombinazione a tre corpi ($\bar{p} + e^+ + e^+ = \bar{H} + e^+$); a questi due processi si fa accenno, un po' più approfonditamente, in un successivo capitolo.

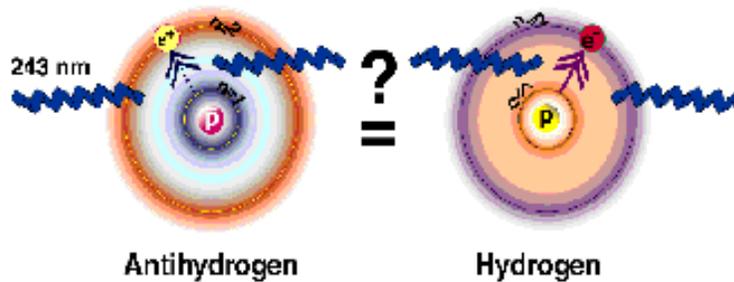


Figura 1.3: Confronto fra il livello energetico 1S ed il livello 3S dall'idrogeno e dell'anti-idrogeno

L'esperimento di cui si discute qui ha il nome di *esperimento ATHENA* (*Apparatus for High precision Experiments on Neutral Antimatter*, [7]) e si svolge presso il CERN di Ginevra, dove, da pochissimo tempo (luglio 2000), è entrato stabilmente in funzione una macchina, denominata AD (*Antiproton Decelerator*), capace di fornire un fascio collimato di antiprotoni monoenergetici da $100 \text{ MeV}/c$.

All'esperimento partecipano:

- alcuni gruppi INFN italiani (Brescia, Genova, Pavia, Pisa);
- un gruppo dei laboratori del CERN di Ginevra;
- l'università di Zurigo;
- l'Istituto MIT di Cambridge;
- l'università di Tokio e di Rio de Janeiro;
- l'università danese di Aarhus;
- l'università inglese di Swansea;

Il progetto dell'esperimento [8], consiste, per la prima fase, nella ottimizzazione della produzione di anti-idrogeno in un ambiente di ricombinazione in cui siano contemporaneamente presenti e opportunamente manipolabili le nuvole dei due "reagenti", e cioè due nuvole di antiprotoni e positroni di bassissima energia (in equilibrio termico a 4.2 Kelvin).

La produzione della nuvola di positroni avviene confinando in una opportuna trappola elettromagnetica i positroni emessi da una sorgente radioattiva ed opportunamente rallentati e collimati. La responsabilità relativa è del gruppo inglese e l'apparecchiatura è attualmente installata presso il CERN ed in fase di messa a punto.

La produzione della nuvola di antiprotoni avviene, invece, a partire dal fascio di antiprotoni proveniente da AD (antiprotoni di energia cinetica di 5 MeV, in singoli "bunches" di $3 \cdot 10^7$ \bar{p} , di durata 300–500 ns ogni 3 minuti). Questi vengono anzitutto rallentati per perdita di energia per ionizzazione in una targhetta opportuna: ciò fatto gli antiprotoni così prodotti e che hanno energia inferiore a 15 KeV vengono intrappolati elettromagneticamente in una "trappola di cattura", all'interno della quale è possibile sia sottoporli a meccanismi di "raffreddamento" (che ne riducano l'energia a valori minori di 1 eV), sia ridurre le dimensioni della nuvola (in modo da avere una elevata densità di particelle). La responsabilità relativa alla trappola di cattura ed al suo corretto funzionamento è della sezione INFN di Genova.

Nell'ambito della attività relativa, nel corso della presente tesi mi sono occupata della ottimizzazione del sistema di decelerazione iniziale degli antiprotoni, in modo da massimizzare il numero di antiprotoni con energia inferiore a 15 KeV che vengono raccolti nella trappola di cattura, nonché delle tecniche che consentono il raffreddamento dell'energia di tali antiprotoni fino a qualche meV e la diminuzione del volume di spazio da essi occupato.

La struttura della tesi è la seguente:

- *Produzione di antiprotoni con energie di qualche KeV*: si descrive brevemente il ciclo di produzione del fascio di antiprotoni, a partire dal fascio di protoni, fino alla macchina di decelerazione del CERN, AD.
- *Il sistema di decelerazione di ATHENA*: descrizione dell'apparato sperimentale di ATHENA ed in particolare del sistema di decelerazione iniziale degli antiprotoni. La prima parte del mio lavoro di tesi è stata l'ottimizzazione di questo sistema, al fine di massimizzare il numero di antiprotoni di bassa energia confinabili nella trappola elettromagnetica di "cattura": per lo scopo ho utilizzato un codice software (Gesant3) in grado di simulare l'interazione delle particelle elementari con la materia. I primi risultati sperimentali, raccolti nell'agosto 2000 e relativi al sistema da me progettato, sono in ragionevole accordo con i dati ottenuti con le simulazioni.
- *Le trappole elettromagnetiche*: panoramica formale sui principi di fun-

zionamento delle trappole elettromagnetiche per particelle cariche e sulla dinamica di queste all'interno di una simile trappola.

- *Dinamica di cattura degli antiprotoni in trappola*: prima di esservi stabilmente confinati, gli antiprotoni devono essere fatti "entrare" all'interno della trappola di cattura. Una opportuna sequenza di operazioni hardware, regolate da una precisa tempistica, deve "aprire" la trappola, lasciare entrare il fascio di antiprotoni e richiudere la trappola prima che questi escano nuovamente. La realizzazione di questa serie di operazioni è gestita da un circuito elettronico, la cui messa a punto è stata parte del mio lavoro di tesi.
- *Processi di raffreddamento degli antiprotoni*: l'energia media degli antiprotoni appena confinati è dell'ordine dei KeV. Per formare atomi di anti-idrogeno di bassissima energia (milli-Kelvin) a partire dai processi di ricombinazione spontanea o a tre corpi tra antiprotoni e positroni, è necessario poter disporre di una nuvola di antiprotoni (e positroni) freddi, con energie inferiori all'eV, e di alta densità. Il raffreddamento dell'energia degli antiprotoni e la diminuzione del volume da questi occupato all'interno della trappola sono ottenuti grazie a opportuni processi di "cooling", qui sommariamente descritti. In particolare ho analizzato con maggiore dettaglio la tecnica del "cooling elettronico", tecnica utilizzata in ATHENA per il raffreddamento degli antiprotoni in trappola, ed ho eseguito alcune valutazioni numeriche sui tempi tipici di questo processo, al fine di ottimizzare la sua efficienza nelle particolari condizioni dell'esperimento in corso.
- *Limiti di confinamento di particelle cariche*: dalle considerazioni fatte nel precedente capitolo, il processo di electron cooling utilizzato in ATHENA richiede alti numeri di elettroni ed elevata densità del gas di (e^-). Non sempre queste richieste sono raggiungibili: in questo capitolo si esaminano i limiti di confinamento di particelle cariche in una trappola elettromagnetica. In particolare ho analizzato i modelli matematici più semplici che descrivono la dinamica di una nuvola di particelle cariche ed ad alta densità all'interno di una trappola, [9], ed ho valutato i limiti di confinamento di un plasma di elettroni nella specifica trappola utilizzata nell'esperimento ATHENA.
- *Primi risultati sperimentali relativi alla cattura di antiprotoni*: nei mesi di luglio-agosto 2000 è entrata in funzione a pieno regime la macchina di decelerazione degli antiprotoni del CERN (AD) ed è stato

possibile effettuare le prime misure con antiprotoni. In particolare è stato sperimentalmente ottimizzato il sistema di decelerazione dei \bar{p} : i dati raccolti e qui analizzati risultano in buon accordo con i risultati delle simulazioni da me eseguite. Altri tests fatti sono stati, ad esempio, la misura della dipendenza del numero di antiprotoni catturati dalla tensione di confinamento e la misura degli effetti di scattering coulombiano multiplo delle finestre di decelerazione sulla qualità del fascio.

- *Tests sul plasma di elettroni nella trappola di cattura di ATHENA:* in accordo con i risultati trovati in un precedente capitolo, per raffreddare in poche decine di secondi gli antiprotoni catturati nella trappola di ATHENA è necessario disporre di un elevato numero di elettroni e di alte densità del plasma. In questi mesi sono state eseguite numerose "prove" di caricamento degli elettroni e sono state analizzate e messe a punto opportune tecniche di "caricamento" degli e^- e di rivelazione e diagnostica del plasma carico. In questo capitolo ho analizzato una parte di questi primi dati relativi agli elettroni: in particolare viene presentata una tecnica di rivelazione non distruttiva delle dimensioni radiali di un plasma in trappola, proposta ed ideata proprio dalla collaborazione genovese [10].

Capitolo 2

Produzione di antiprotoni con energie di qualche KeV

2.1 Produzione ed accumulazione di antiprotoni

2.1.1 Metodo di produzione

Gli antiprotoni sono generalmente creati facendo collidere un fascio di protoni di alta energia con un bersaglio pesante (ad esempio una finestra di Iridio): il flusso risultante di antiprotoni dà origine ad un fascio a larga accettazione (prodotto fra la larghezza del fascio e la sua divergenza angolare) [11, 12].

Per ottenere un numero significativo di particelle è necessario che l'energia del fascio primario sia ben superiore alla soglia di produzione, pari a circa 6 GeV (energia alla quale gli antiprotoni sono prodotti in quiete nel sistema del centro di massa). La sezione d'urto per la produzione di antiprotoni in funzione del momento del fascio primario cresce, infatti, fino a valori dell'ordine di 1000 GeV/c, come si vede in figura 2.1.

L'energia del fascio primario va tuttavia scelta tenendo conto del fatto che:

- alte energie significa ovviamente maggior costo;
- più che il numero di antiprotoni prodotti occorre ottimizzare il numero di quelli catturati nella macchina che li trasformerà in un fascio di energia e di accettazione controllata;
- ad energie troppo alte il riscaldamento del bersaglio diventa un problema importante;

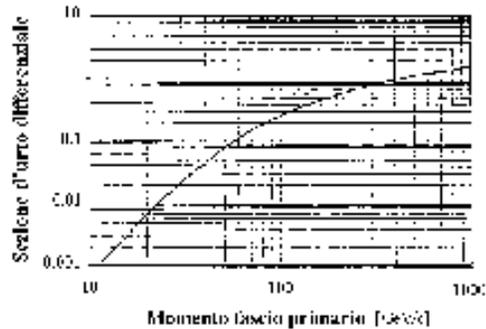


Figura 3.1: Sezione d'urto per la produzione di antiprotoni in funzione del momento del fascio di protoni incidenta (in termini di antiprotoni emessi per singolo protone incidenta.)

- se gli antiprotoni prodotti sono destinati ad applicazioni di basse energie il processo di cooling del fascio, per raggiungere i valori di energia richiesti, risulta più complesso.

Per tali motivi le due principali "fabbriche" di antiprotoni attualmente esistenti, il *Fermilab* ed il *CERN*, impiegano protoni di energia non eccessivamente elevata. Ad esempio al *CERN* l'anello *Proton Synchrotron (PS)* lavora con un fascio primario di protoni di momento $26 \text{ GeV}/c$.

Fissato il momento del fascio primario, gli antiprotoni prodotti hanno un largo spettro di energia e l'efficienza di produzione varia sensibilmente in funzione di questa. Con il fascio primario ($26 \text{ GeV}/c$) e la targhetta utilizzati al *Cern* la massima efficienza di produzione si ha per antiprotoni di momento pari a $\approx 3.5 \text{ GeV}/c$ (circa il 10% del momento del fascio primario): si veda la figura 3.2.

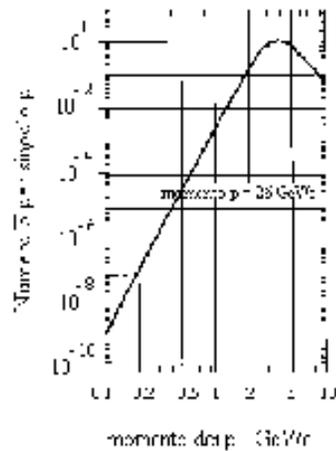
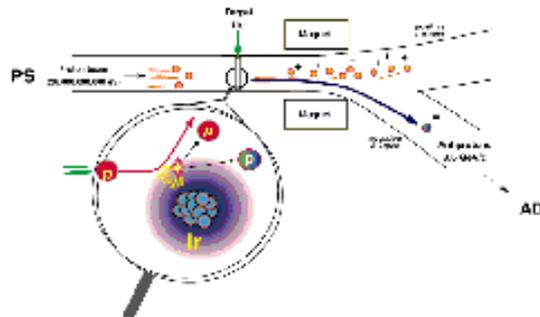


Figura 2.3: Produzione di antiprotoni in funzione del momento di cattura degli stessi per la targhetta ed il fascio primario (di 26 GeV/c) utilizzati al Cern.

Principle of Antiproton Production in AD



ILLUSTRATION

Figura 2.3: Dinamica di produzione degli antiprotoni.

2.1.2 Accumulazione degli antiprotoni

Durante i primissimi esperimenti, i problemi incontrati nel lavorare con gli antiprotoni erano dovuti al gran numero di pioni e di altre particelle di carica negativa che erano inevitabilmente prodotte nella collisione dei protoni con il bersaglio. I primi fasci consistevano di fasci di pioni π^- in cui gli antiprotoni erano solo un piccolo fondo. Questi venivano poi isolati agendo, ad esempio, con dei separatori elettrostatici (creando deflessioni di raggi diversi per diversi valori delle masse delle particelle).

Nei laboratori del CERN, fino al 1996, anno in cui smise di funzionare la vecchia macchina di decelerazione LEAR (*Low Energy Antiproton Ring*), gli antiprotoni estratti da PS venivano iniettati ed accumulati in due anelli acceleratori intermedi, AC ed AA, prima di poter essere decelerati da LEAR. Nel primo anello AC (*Antiproton Collector*) veniva eseguito un pre-cooling sulle dimensioni trasverse del fascio: gli antiprotoni erano poi trasferiti nell'anello AA (*Antiproton Accumulator*) dove le particelle indesiderate (principalmente pioni ed elettroni) decadevano rapidamente od irraggiavano energia tramite radiazione di sincrotrone fino a collidere con le pareti.

L'uscita dall'intero ciclo AC/AA era un fascio collimato di antiprotoni completamente caratterizzato da un certo numero di parametri, fra cui l'energia delle particelle uscenti, la loro dispersione rispetto al valore centrale, il numero di antiprotoni per singolo bunch e l'emittanza del fascio, che rappresenta il prodotto fra la larghezza del fascio e la sua divergenza (intesi come valori 3σ della distribuzione gaussiana intorno al picco centrale, entro cui ricade il 95% del fascio).

L'emittanza di un fascio è un parametro importante perché, eccetto situazioni particolari, come quando si eseguono processi di cooling, rimane costante in ogni punto di un anello ed in ogni punto del fascio estratto. Tipici valori di emittanza per il sistema AC/AA erano $100 \div 300 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{mrad}$.

Il numero di antiprotoni accumulati per singola collisione era dell'ordine di 10^7 particelle: per riuscire a fornire fasci di $10^8 \div 10^9$ particelle per singolo impulso si ricorreva ad accumulazioni successive. La descrizione completa delle prestazioni dell'anello accumulatore AC del CERN è riassunta in tabella 2.1.

Attualmente, invece, le tecniche di produzione degli antiprotoni sono molto più avanzate e si possono produrre fasci di alta qualità senza ricorrere a processi intermedi di accumulazione delle particelle.

Il deceleratore AD (*Antiproton Decelerator*) attualmente in uso al CERN riceve direttamente gli antiprotoni dal PS e le varie operazioni prima descritte per il ciclo AC/AA sono fortemente semplificate e sono eseguite nell'anello



Figura 2.4: Foto dall'alto dei due anelli acceleratori del CERN: AC ed AA.

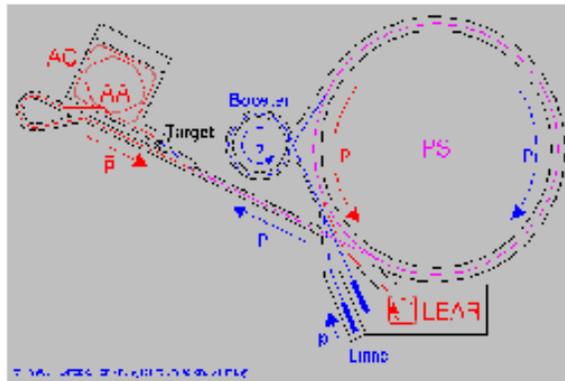


Figura 2.5: Struttura del complesso AC-AA del CERN.

CERN Antiproton Collector	
Momento di produzione (GeV/c)	36
Momento di cattura (GeV/c)	3.5
Accettanze:	
A_h ($\pi mm \cdot mrad$)	300
A_v ($\pi mm \cdot mrad$)	300
$\Delta p/p \times 10^{-3}$	60
Efficienza (\bar{p}/p)	3.5×10^{-6}
Protoni per impulso	1.5×10^{13}
Antiprotoni per impulso	5×10^7

Tabella 3.1: Parametri caratteristici della macchina AC (Antiproton Collector) del CERN

di decelerazione stesso (figura 3.6).

AD Antiproton Complex at CERN

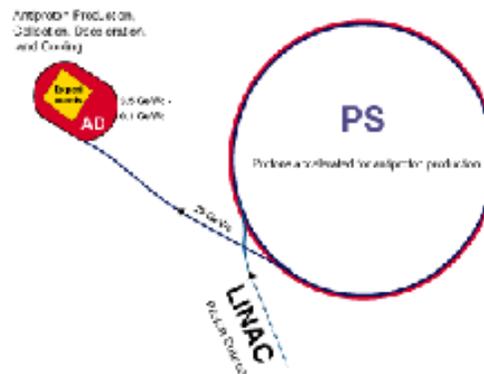


Figura 3.6: Principio di funzionamento della nuova macchina di decelerazione AD del CERN: il fascio di antiprotoni prodotti nell'anello PS sono direttamente iniettati nell'anello di decelerazione

2.2 Decelerazione di antiprotoni con energie di qualche GeV

Gli attuali esperimenti sull'antidrogeno e, in generale, l'impiego di antiprotoni in esperienze di fisica fondamentale richiedono di utilizzare antiprotoni di bassissima energia cinetica: i valori tipici su cui si lavora in simili esperimenti variano da alcuni KeV a poche decine di μeV . È quindi necessario riuscire a ridurre il momento degli antiprotoni prodotti dai $3.5 \text{ GeV}/c$ iniziali ad almeno qualche KeV.

Una prima riduzione ad energie dell'ordine del MeV viene realizzata in anelli di decelerazione, quali il vecchio LEAR dei laboratori del CERN od il suo nuovo sostituto AD.

In base al teorema di Liouville¹ è impossibile, utilizzando solo elementi passivi di controllo del fascio, ridurre l'energia del fascio (momento) senza aumentarne le dimensioni spaziali, o viceversa, ridurre la divergenza angolare delle particelle senza una crescita delle dimensioni radiali. Per questa ragione in un anello di decelerazione si alternano sempre fasi di decelerazione del fascio a processi di cooling² (stocastico [14] o elettronico [15]): questi processi sono processi attivi, cui non si applica il teorema di Liouville. La decelerazione delle particelle aumenta drasticamente le dimensioni spaziali del bunch e per ottenere un fascio a bassa emittanza (molto collimato) si esegue un processo di cooling sulle dimensioni trasverse del fascio.

Il limite di questa tecnica è che per energie inferiori a pochi MeV la crescita delle dimensioni trasverse del fascio tende a divergere e non riesce più ad essere compensata dai processi di cooling.

2.2.1 LEAR (*Low Energy Antiproton Ring*)

Il fascio in uscita dal ciclo AC/AA, tipicamente un impulso di $3 \cdot 10^9 \div 1 \cdot 10^{10}$ antiprotoni, veniva estratto dall'anello AA e ritrasferito nel Proton Synchrotron (PS): qui il fascio era decelerato da $3.5 \text{ GeV}/c$ fino a $609 \text{ MeV}/c$ e poi iniettato in LEAR [16].

Qui veniva eseguita una prima, veloce fase di cooling stocastico (circa tre minuti), attorno al valore di iniezione del momento delle particelle ($609 \text{ MeV}/c$). Per ottenere momenti di estrazione inferiori a $609 \text{ MeV}/c$ si procedeva ad una ulteriore decelerazione del fascio e per mantenere alta la

¹Questo teorema della meccanica statistica afferma che il volume nello spazio delle fasi (*estensione in fase*) è invariante per trasformazioni canoniche [13].

²Il principio su cui si fondano questi processi viene affrontato un po' più approfonditamente in un successivo capitolo

qualità del fascio venivano eseguite più fasi intermedie di cooling. Il fascio era mantenuto per diversi minuti a tre fissati valori di momento: $309\text{ MeV}/c$, $300\text{ MeV}/c$ e $105\text{ MeV}/c$. In ciascuno stadio veniva ripristinato il valore di emittanza dello stadio precedente, tramite cooling stocastico e (al valore di $105\text{ MeV}/c$) tramite cooling elettronico.

Nelle normali condizioni operative il 95% del fascio era mantenuto entro un valore di emittanza pari a $10\text{ mm} \cdot \text{mrad}$ trasversalmente e con $\Delta p/p = \pm 1.0 \cdot 10^{-3}$ longitudinalmente.

Le principali difficoltà incontrate nell'operare con antiprotoni con valori così bassi di momento riguardano i tempi di vita delle particelle: anche se si sono raggiunti tempi massimi di 3 ore, i tempi di vita usuali si aggiravano intorno all'ora.

Inoltre ad energie così basse il vuoto della macchina (migliore di 10^{-10} torr) e la stabilità degli alimentatori dei magneti e dei generatori di radiofrequenza (RF) iniziavano ad influenzare i risultati.

2.2.2 AD (*Antiproton Decelerator*)

LEAR fu formalmente chiuso nel Dicembre 1996 ed attualmente è sostituito dalla nuova macchina AD [17] che, in teoria, ha iniziato a fornire il fascio di antiprotoni ai diversi esperimenti negli ultimi mesi del 1999, anche se in pratica ha cominciato effettivamente a fornirli nel luglio 2000.

Dopo essere stati prodotti nell'anello PS gli antiprotoni da $3.5\text{ GeV}/c$ sono direttamente iniettati nel sistema di decelerazione di AD (*Antiproton Decelerator*).

Il momento delle particelle viene ridotto in due step successivi: viene prima eseguita una decelerazione del fascio da 3.57 a $0.3\text{ GeV}/c$, seguita da un processo di cooling. A $0.3\text{ GeV}/c$ la velocità delle particelle è sufficientemente bassa per poter usare il cooling elettronico (che risulta essere più rapido del cooling stocastico), processo che si ripete anche dopo la decelerazione finale e prima dell'estrazione a $0.1\text{ GeV}/c$.

L'intero ciclo dura circa 60 s e dovrebbe essere in grado di fornire circa 10^7 antiprotoni in un impulso di durata compresa fra 300 e 500 ns.

I parametri che caratterizzano il funzionamento della macchina sono elencati in tabella 2.2.

I parametri elencati in questa tabella sono i valori di progetto: i valori realmente ottenuti dalla macchina durante i primi run del luglio 2000 sono risultati molto vicini a quelli sopra dichiarati. Una eccezione è la durata del processo di electron cooling che viene eseguito a $300\text{ MeV}/c$: il tempo impiegato è più lungo del previsto e nonostante ciò non riesce ancora a

2.2 Decelerazione di antiprotoni con energie di qualche GeV

19

p (GeV/c)	ε_i [π mm·mrad]	ε_f	$\Delta p/p_i$ (%)	$\Delta p/p_f$ (%)	t (s)	Processo Cooling
3.5	200	5	1.5	0.1	20	Stocastico
2.0	9	5	0.18	0.03	15	Stocastico
0.3	33	2	0.2	0.1	6	Elettronico
0.1	6	1	0.3	0.01	1	Elettronico

Tabella 2.3: Valori delle emittanze trasverse e della dispersione del momento prima (i) e dopo (f) il processo di cooling e tempi di cooling

ridurre completamente l'emittanza orizzontale.

Risultà, cioè:

$$\begin{aligned} \varepsilon_H &= 10\pi\text{mm}^2\text{mrad} \\ \varepsilon_V &= 2 \div 3\pi\text{mm}^2\text{mrad} \end{aligned} \quad (2.1)$$

In realtà, il 60 % del fascio ha effettivamente una emittanza orizzontale molto bassa, dall'ordine di $2 \div 3 \pi\text{mm}^2\text{mrad}$: la distribuzione angolare orizzontale degli antiprotoni ha però una lunga coda che si estende verso grandi valori di ε_H e, poiché l'emittanza è definita come valore 2σ (entro cui cade il 95 % del fascio), il valore formale di ε_H è maggiore di quello di progetto.

Il ciclo tra uno "shot" ed il successivo risulta ora maggiore, a causa del più lungo processo di cooling, e pari a 140 s. La lunghezza del "bunch" è attualmente circa 600 ns, contro i 300 ÷ 500 originariamente previsti.

2.3 Perdita di energia per interazione radiazione-materia

Gli esperimenti di spettroscopia e di violazione di CPT condotti con antiprotoni richiedono valori di energia molto inferiori al MeV: si è già detto che a questi valori di energia gli anelli deceleratori non sono più in grado di funzionare. Si sono allora sviluppate diverse tecniche per produrre antiprotoni di energia inferiori al MeV: fra i processi più noti rientrano la dissipazione di energia tramite interazione radiazione-materia o tramite radio-frequenza. Il metodo di decelerazione utilizzato in ATHENA sfrutta il primo dei processi menzionati ed i successivi paragrafi sono dedicati a riassumerne gli aspetti essenziali.

I processi di interazione fra radiazione e materia devono essere quantomeno classificati in due diverse categorie: processi di interazione della radiazione carica (particelle cariche) oppure processi di interazione della radiazione neutra (radiazione elettromagnetica o neutroni).

Nei due casi, infatti, sono diversi i processi fisici che intervengono: l'interazione di particelle cariche è dovuta principalmente ad un numero molto elevato di singoli e modesti scambi di energia ed impulso con gli elettroni del mezzo: l'interazione di particelle neutre si verifica con un singolo evento catastrofico che cambia radicalmente le proprietà della radiazione incidente, con un totale o parziale trasferimento di energia dalla radiazione agli elettroni o ai nuclei della materia oppure a nuove particelle nate da reazioni attivate dal processo.

Avendo in questo contesto a che fare solo con antiprotoni limiteremo lo studio dei fenomeni cui si è sopra accennato al solo caso di una radiazione composta da particelle pesanti cariche (l'interazione fra elettroni e materia ha caratteristiche ancora diverse).

Il passaggio di un fascio di particelle cariche attraverso un certo spessore di materia è caratterizzato, principalmente, da due effetti:

- *Perdita di energia*: dovuta, nel caso di particelle pesanti, alle collisioni anelastiche di queste con gli elettroni più esterni del materiale attraversato (nel caso di particelle leggere intervengono anche il processo di bremsstrahlung e le collisioni anelastiche fra queste e gli elettroni più interni).
- *Deflessione della direzione di incidenza fascio*: dovuta a processi di scattering coulombiano elastico con i nuclei del materiale.

Possano aver luogo anche diversi altri processi, quali l'emissione di radiazione

Cherenkov, la bremsstrahlung, alcune reazioni nucleari, ... [18], ma la loro probabilità è molto bassa.

2.3.1 Collisioni anelastiche

Per studiare la perdita di energia da parte di particelle pesanti cariche in un materiale si fa spesso riferimento al calcolo di Bohr classico. Si fanno le ipotesi:

- l'elettrone è considerato libero ed inizialmente in quiete;
- si assume che durante l'interazione l'elettrone si muova tanto lentamente da poterlo considerare fermo durante la parte significativa dell'interazione;
- si assume che la direzione di incidenza della particella pesante sia indeviate dall'interazione con l'elettrone ($m \gg m_e$).

Dalla valutazione dell'impulso trasferito durante la collisione e attraverso una integrazione rispetto alla variabile parametro d'urto (fra corretti limiti di integrazione) si ottiene la *formula di Bohr* [18], che esprime il valore statistico dell'energia media persa per unità di lunghezza:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \cdot N_e \ln \left(\frac{\gamma^2 m v^2}{Z e^2 \bar{v}} \right) \quad (2.3)$$

dove i parametri relativi alla particella incidente sono:

- Z_e : carica della particella incidente
- m : massa particella
- v : velocità particella
- γ : fattore relativistico $\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right)$

mentre quelli relativi al mezzo attraversato sono:

- N_e : densità di elettroni/cm³ nel mezzo
- \bar{v} : frequenza media degli elettroni nel mezzo

Una analoga formula dovrebbe valere per la perdita di energia per collisioni anelastiche con i nuclei del materiale: dovendo sostituire alla massa dell'elettrone la massa del nucleo si deduce facilmente che la perdita di energia dovuta agli urti con i nuclei è del tutto trascurabile.

La formula di Bohr appena ricavata fornisce una descrizione ragionevole per quanto riguarda la perdita di energia di particelle molto pesanti nel passaggio attraverso la materia: nel caso di particelle più leggere (in particolare nel caso degli elettroni) intervengono effetti quantistici e la formula perde di validità.

Il calcolo quantistico corretto è stato sviluppato per la prima volta da Bethe-Bloch e si basa sulla parametrizzazione dell'energia trasferita in termini non più del parametro d'urto, ma del momento trasferito: quest'ultimo è infatti una quantità misurabile, cosa non vera per il parametro d'urto. La formula di *Bethe-Bloch* risulta:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \cdot \frac{z^2}{A \beta^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2 \frac{C}{z} \right] \quad (2.3)$$

dove si ha:

$$- 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.1535 \frac{MeV \cdot cm^2}{g}$$

$$- W_{max} = \frac{2m_e c^2 \eta^2}{1+2\eta\sqrt{1+\eta^2+1}} \approx 2m_e c^2 \eta^2 \quad \text{per: } m \gg m_e$$

dove: $\eta = \beta\gamma$; $\epsilon = m_e/m$

$$- r_e = 2.817 \cdot 10^{-13} \text{ cm, raggio classico dell'elettrone}$$

- *C* = *Correzione di shell*: tiene conto degli effetti che nascono quando la velocità della particella incidente è paragonabile o inferiore alla velocità orbitale degli elettroni legati. In queste condizioni cade l'ipotesi di stazionarietà dell'elettrone rispetto alla particella. Esistono delle formule empiriche [19] per le correzioni di shell *C*.

- δ = *Correzione di densità*: il campo elettrico della particella incidente tende a polarizzare gli atomi che la particella incontra lungo il suo cammino. Questa polarizzazione scherma gli elettroni lontani e riduce il loro contributo alla perdita di energia della particella incidente, rispetto alle previsioni della formula di Bloch. Questo effetto è tanto più importante quanto più l'energia della particella aumenta: nella formula di Bohr classica se aumenta v della particella, aumenta anche il parametro d'urto massimo e le collisioni distanti contribuiscono

sempre di più.

È chiaro come questo effetto dipenda dalla densità del materiale (l'effetto di polarizzazione indotta sarà maggiore in mezzi più densi). Anche per la correzione sulla densità esistono formule empiriche [19].

- $I =$ *Potenziale medio di eccitazione*: è il prodotto fra la costante di Planck (h) e la frequenza media ($\bar{\nu}$) dei livelli atomici del mezzo. È una quantità che per la maggior parte dei materiali non è nota: esistono alcune formule semiempiriche

$$\begin{cases} \frac{I}{Z} = (13 + 7/Z) \text{ eV} & \text{se } Z < 13 \\ \frac{I}{Z} = (9.76 + 58.8Z^{-1.19}) \text{ eV} & \text{se } Z \geq 13 \end{cases} \quad (2.4)$$

La dipendenza dell'energia media persa ($-dE/dx$) dalle caratteristiche del mezzo è allora legata alla densità del materiale (ρ), al numero atomico (Z), al peso atomico (A) ed al potere di eccitazione medio (I). Per quel che riguarda i parametri relativi alla particella incidente si ha una dipendenza quadratica dalla sua carica (z^2), ma soprattutto si nota un fattore inversamente proporzionale al quadrato della velocità di incidenza (β^{-2}).

Dipendenza di ($-dE/dx$) dall'energia della radiazione incidente: Ricaviamo ora dalla formula di Bethe-Bloch la dipendenza dell'energia media persa in funzione dell'energia della particella incidente.

A velocità molto bassa, cioè quando v è paragonabile con la velocità degli elettroni atomici dei nuclei (nel caso dell'idrogeno $v = c/137$), lo ione pesante tende a catturare gli elettroni e diviene neutro per un certo periodo di tempo. Ne risulta un rapido decremento della ionizzazione ed un brusco crollo della perdita di energia dE/dx (correzione di shell C). Nel caso di antiprotoni questo effetto si inizia a sentire per energie inferiori a pochi MeV. Aumentando la velocità, fino ad energie non relativistiche, la quantità (dE/dx) è dominata dal fattore ($1/\beta^2$) e decresce al crescere di v , fino a raggiungere un minimo per il valore ($v \approx 0.96c$): le particelle con questa velocità sono dette particelle al minimo di ionizzazione ("minimum ionizing particles"). Il valore minimo raggiunto da (dE/dx) in questo punto è all'incirca lo stesso per tutte le particelle aventi la stessa carica (z).

Ad energie ancora più elevate, quando la velocità $v \approx c$, il termine ($1/\beta^2$) diventa circa costante e l'energia media persa inizia nuovamente ad aumentare, anche se piuttosto lentamente (salita relativistica), grazie alla dipendenza logaritmica ($\ln(v^2)$): questa crescita è spesso compensata dalla correzione

sulla densità. L'andamento di (dE/dx) in funzione dell'energia è graficato in figura 2.8.

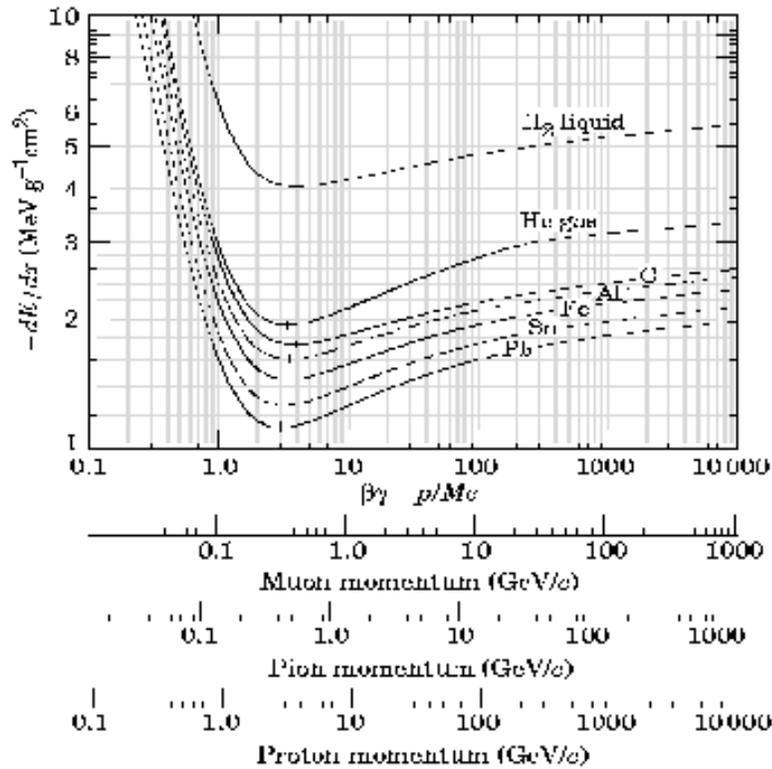


Figura 2.8: Energia media persa da un muone, un pione od un protone in una vasta gamma di materiali, in funzione del loro momento.

Range e straggling: Se si assume che la perdita di energia della radiazione in un mezzo materiale sia un processo continuo, la distanza di penetrazione di una particella in un mezzo dovrebbe essere un numero ben definito, dipendente dall'energia iniziale della particella e dal mezzo stesso.

Se, tuttavia, si misura sperimentalmente il tasso di trasmissione³ in funzione dello spessore di materiale attraversato non si trova, come ci si potrebbe aspettare, una curva costante e pari ad uno (100%) fino ad un preciso valore e che poi crolla a zero per valori maggiori. Si ottiene, invece, una curva che passa, entro un certo spessore di materiale, da un valore prossimo ad uno a zero con continuità.

Per ragioni statistiche, infatti, la distanza di penetrazione (range) di particelle monoenergetiche in un mezzo fluttua intorno ad un valore medio, con una distribuzione in prima approssimazione gaussiana.

Si definisce allora *mean range* di una particella di fissata energia in un mezzo lo spessore per il quale si ha il 50% di trasmissione e *range straggling* la larghezza delle fluttuazioni intorno a questo valor medio. Si può introdurre anche il *practical o extrapolated range* che rappresenta, invece, la distanza nel mezzo entro la quale praticamente tutte le particelle vengono frenate (e non solo il 50 % di queste), definito dalla tangente alla curva nel punto 1/2.

Teoricamente si può pensare di calcolare il range medio di una particella

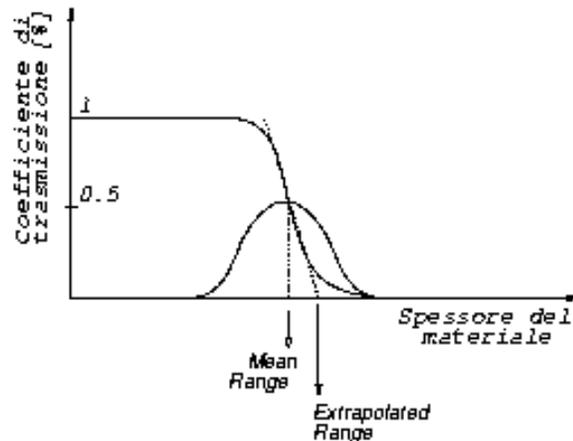


Figura 2.9: Tasso di trasmissione delle particelle incidenti in funzione dello spessore del materiale attraversato

³Ciò è la percentuale delle particelle incidenti che escono da un mezzo materiale al variare del suo spessore.

di energia T_0 con la formula:

$$R(T_0) = \int_0^{T_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \quad (2.5)$$

Questa formula, tuttavia, ignora l'effetto dello scattering multiplo, che forza le particelle a seguire un cammino a "zig-zag": la formula precedente presuppone invece un moto in linea retta e fornisce quindi un valore maggiore del mean range reale.

In generale si usa perciò la formula semiempirica:

$$R(T_0) = R_0(T_{min}) + \int_{T_{min}}^{T_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE \quad (2.6)$$

dove T_{min} è l'energia minima per la quale è ancora valida la formula di Bethe-Bloch e $R_0(T_{min})$ è una costante semiempirica che tiene conto dell'energia rimanente e delle perdite a bassa energia.

Qualitativamente, comunque, si ha:

$$-\frac{dE}{dx} \propto \beta^{-3} \propto T^{-1} \quad (2.7)$$

da cui :

$$R \propto T^2 \quad (2.8)$$

2.3.2 La dispersione in energia

Si è già accennato al fatto che, per ragioni statistiche, la distribuzione energetica di un fascio di particelle monoenergetiche che ha attraversato uno spessore di materia non coincide con una delta di Dirac, spostata verso il basso dal valore di energia media persa (dE/dx), ma presenta una certa distribuzione intorno a questo valore.

Dal punto di vista teorico calcolare la distribuzione esatta dell'energia persa in un fissato spessore di materiale costituisce un problema matematico molto complicato. Esistono soluzioni relativamente semplici del problema in due casi limite: spessori sottilissimi e spessori abbastanza sottili perché la velocità della particella possa essere considerata costante, ma sufficientemente spessi perché vi abbiano luogo numerosissime interazioni.

Mezzo materiale convenientemente spesso: Per spessori di materiale relativamente grandi, tali cioè da avere un elevato numero di collisioni, la distribuzione di energia persa nell'interazione può essere approssimata con

una distribuzione gaussiana. Questo risultato discende direttamente dal teorema del limite centrale della statistica⁴: se consideriamo come variabile casuale l'energia δE persa in una singola collisione ed assumiamo che questa sia tale da non alterare sensibilmente la velocità della particella incidente, l'energia totale persa è la somma di molti contributi indipendenti, tutti con la stessa distribuzione.

Assumendo di avere un numero N di collisioni sufficientemente elevato si ha:

$$f(x, \Delta) \propto \exp\left(-\frac{(\Delta - \bar{\Delta})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.9)$$

dove x è lo spessore del materiale, Δ l'energia persa nel mezzo, $\bar{\Delta}$ l'energia media persa nel mezzo e σ la deviazione standard.

Per particelle pesanti non relativistiche la larghezza σ della gaussiana è stata calcolata da Bohr e risulta:

$$\sigma = 4\pi N_0 r_e^2 (m_e c^2)^2 \rho \frac{Z}{A} x = 0.1569 \rho \frac{Z}{A} x [\text{MeV}^2] \quad (2.10)$$

dove m_e ed r_e sono la massa ed il raggio classico dell'elettrone e Z , A , ρ sono il numero atomico, il peso atomico e la densità del mezzo.

Ipotesi fondamentale nel calcolo ora accennato è che l'energia persa nel materiale sia piccola rispetto all'energia iniziale della particella, in modo da poter ignorare la sua variazione di velocità. Per mezzi materiali in cui viene persa una notevole frazione dell'energia totale, questo calcolo perde di validità.

Mezzo materiale sottile: Nel caso di spessori di materiale molto sottili o di bersagli gassosi, dove il numero N di collisioni è troppo piccolo per poter applicare il teorema del limite centrale della statistica, risulta estremamente complicato calcolare la distribuzione esatta di energia persa nell'interazione. La possibilità, seppur rara, di avere un grande trasferimento di energia anche in una singola collisione aggiunge alla distribuzione di probabilità una lunga coda dalla parte delle alte energie, conferendole una forma asimmetrica e spostando il valor medio dell'energia persa (che non corrisponde più al picco della distribuzione, vedi figura 2.10) verso valori di energia superiori. Il picco di energia definisce ora la perdita di energia più probabile.

Calcoli teorici sull'argomento sono stati sviluppati principalmente da Landau, Vavilov e Symon [20]: essi hanno formulato tre differenti teorie,

⁴Questo teorema afferma che la somma di N variabili casuali, tutte con la stessa distribuzione statistica, può essere approssimata con una singola variabile casuale con distribuzione gaussiana, nel limite $N \rightarrow \infty$.

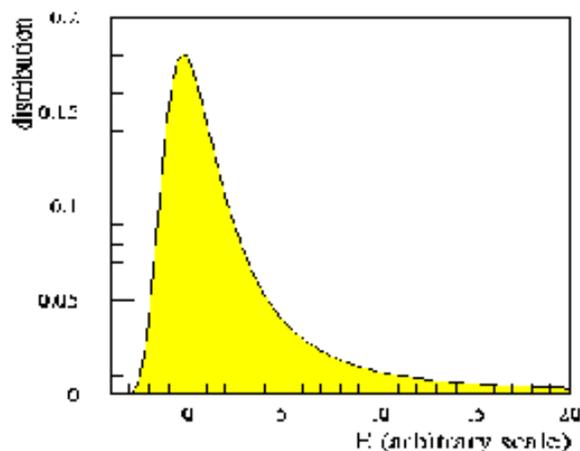


Figura 2.10: Distribuzione di Landau dell'energia persa nell'interazione in funzione dell'energia di incidenza, nell'approssimazione di materiale sottile e nel caso $K < 0.01$.

ciascuna delle quali ha però un diverso campo di applicabilità. Esiste un parametro (K) che serve a discriminare il campo di applicabilità delle diverse teorie

$$K = \frac{\bar{\Delta}}{W_{\max}} = \frac{\text{energia media persa}}{\text{max energia trasferibile in una singola collisione}} \quad (3.11)$$

dove l'energia media persa $\bar{\Delta}$ può essere calcolata con la formula di Bethe-Bloch. Si ha che per:

- $K < 0.01$: vale la teoria di Landau;
- $0.01 < K < 10$: valgono le teorie di Symon (i cui risultati sono espressi in forma grafica) e Vavilov (generalizza il calcolo di Landau);
- $K > 10$: vale il teorema del limite centrale e si può usare l'approssimazione gaussiana.

2.3.3 L'effetto Barkas

Questo effetto fu inizialmente scoperto da Barkas [21, 33], il quale osservò che i mesoni π^- hanno, nella loro interazione con la materia, dei valori di

range superiori a quelli dei mesoni π^+ . Un simile risultato fu successivamente confermato anche per protoni ed antiprotoni: per questi ultimi i valori di dE/dx , misurati in oro e per energie inferiori a 3 MeV, cadono su una curva sperimentale distinta da quella dei protoni. Nel punto di massima distanza le due curve differiscono addirittura di un fattore due (vedi figura 2.11).

Esperimenti recenti hanno misurato i poteri frenanti dei muoni μ^\pm in fogli sottili di carbonio, per energie comprese fra 5 ÷ 50 KeV: i muoni μ^+ hanno valori in accordo a quelli di protoni con la stessa velocità, mentre i valori dei muoni μ^- sono inferiori a questi di circa il 40%.

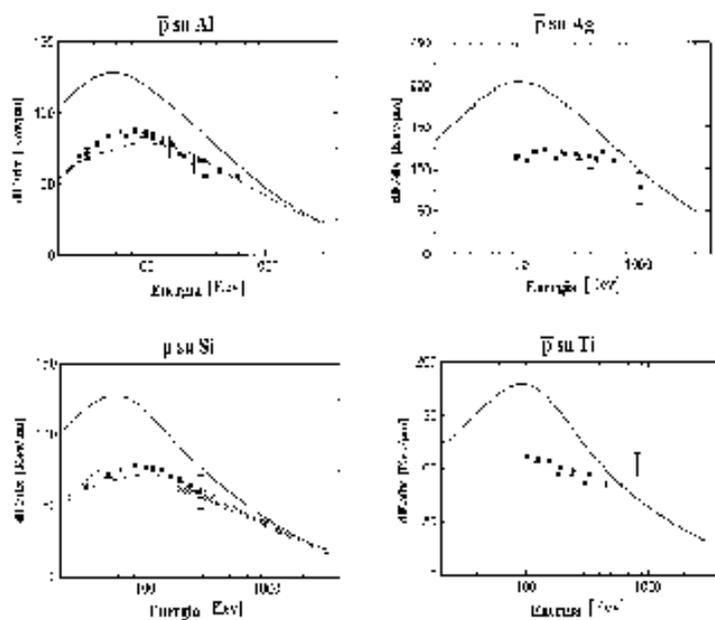


Figura 2.11: Confronto fra i valori sperimentali degli stopping powers degli antiprotoni misurati in Alluminio (a), Argento(b), Titanio(c) e Silicio(d) con i rispettivi valori dei protoni (curva continua). La curva trattaggiata rappresenta i valori previsti per gli antiprotoni dal modello di oscillatore armonico.

Le evidenze sperimentali suggeriscono una fenomenologia di interazione

fra radiazione e materia dipendente dal segno della carica della radiazione stessa.

Si è visto che l'interazione di un fascio di particelle con un mezzo materiale è, in prima approssimazione, ben descritta dalla formula di Bethe-Bloch:

$$-dE/dx = 3\pi N_0 r_e^2 m_e c^2 \rho \cdot \frac{z^2}{A \beta^2} \cdot L \quad (2.12)$$

dove:

$$L = \ln\left(\frac{2m_e \gamma^2 v^2 W_{max}}{I^2}\right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{z} \quad (2.13)$$

In questa formula il valore medio di energia persa per unità di lunghezza è proporzionale al quadrato della carica (z) della particella incidente: la funzione di Bethe (L_0) è indipendente da z .

Formalmente si può generalizzare la formula di Bethe-Bloch tenendo conto delle deviazioni da questa semplice teoria sostituendo al termine di Bethe (L) una serie polinomiale nelle potenze di (z):

$$L = L_0 + zL_1 + z^2L_2 + \dots \quad (2.14)$$

dove L_0 corrisponde al termine di Bethe (L) originale.

Il termine L_1 restituisce in dE/dx un fattore dipendente dalla terza potenza della carica della particella incidente (z^3), il cui segno, quindi, cambia nel considerare una particella o la sua antiparticella: questo termine è il termine correttivo dell'effetto Barkas.

Se si definisce il fattore B di Barkas come:

$$B = \frac{S(p) - S(\bar{p})}{S(p) + S(\bar{p})} = \frac{L_1}{L_0} \quad (2.15)$$

dove $S(p)$ ed $S(\bar{p})$ sono i valori di stopping power di protoni ed antiprotoni, si può riscrivere la formula di Bethe corretta:

$$-dE/dx = 3\pi N_0 r_e^2 m_e c^2 \rho \cdot \frac{z^2}{A \beta^2} \cdot L_0 \cdot (1 \pm B) \quad (2.16)$$

I dati relativi a queste correzioni per le particelle pesanti cariche negativamente (μ^- , π^- , \bar{p}) sono ancora scarsi: per gli antiprotoni sono stati fatti esperimenti solo con bersagli di idrogeno e con diversi metalli. La correzione di Barkas (L_1) è abbastanza ben riprodotta da calcoli basati sul modello dell'oscillatore armonico fino ad energie di circa 100 KeV [23, 24]: tuttavia la distribuzione esatta dell'energia persa da queste particelle in funzione dell'energia di incidenza è ancora lontana dall'essere completamente nota ed i modelli di simulazione che tengono conto di questi effetti fanno riferimento, normalmente, sia a dati empirici che a formule teoriche [25].

2.3.4 Collisioni elastiche

Oltre alle collisioni anelastiche con gli elettroni orbitali, le particelle cariche possono anche subire urti elastici (scattering di Coulomb elastico o diffusione alla Rutherford) con i nuclei [18], anche se la probabilità di questo processo è molto inferiore a quella di urto con gli elettroni atomici.

Una modellizzazione semplice di questi urti nucleari considera il centro diffusore come un nucleo di massa infinita che esercita una forza elettrostatica pari a $\pm \frac{ze^2}{r^2}$ sulla particella incidente, dovuta ad un potenziale di tipo:

$$V(r) = \frac{ze^2}{r} \quad (2.17)$$

Le collisioni nucleari sono governate dalla formula di Rutherford, che fornisce la sezione d'urto relativa al processo di scattering singolo, data da:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = z^2 z_1^2 r_e^2 \frac{mc/\beta p}{4\sin^4(\theta/2)} \quad (2.18)$$

$$\text{dove si ha: } \begin{cases} z = \text{Numero atomico particella incidente} \\ z_1 = \text{Numero atomico bersaglio (nucleo)} \\ p = \text{Quantità di moto particella incidente} \\ m = \text{Massa particella incidente} \\ \theta = \text{Angolo di deviazione} \\ \beta = (v/c) \text{ particella incidente} \end{cases}$$

A causa del termine $\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$ la maggior parte delle collisioni produce una piccola deflessione angolare della particella rispetto alla sua direzione di incidenza. Un effetto cumulativo di tutti questi piccoli contributi dà luogo, in generale, ad una deviazione netta. In generale lo studio dello scattering coulombiano è suddiviso in:

- *Single Scattering* : quando il mezzo assorbitore è molto sottile la probabilità che avvenga più di un evento di collisione è bassa: la distribuzione angolare è data dalla sola formula di Rutherford.
- *Plural Scattering* : Il numero medio di urti è inferiore a venti ($N < 20$): non si può più utilizzare la formula di Rutherford, ma il numero di urti è ancora troppo basso per poter adottare metodi statistici.
- *Multiple Scattering* : Si ha un numero di eventi tale da giustificare l'applicazione di metodi statistici e parlare quindi di probabilità di un dato angolo netto di deflessione, in funzione dallo spessore del mezzo.

Multiple scattering: Nel nostro sistema di decelerazione degli antiprotoni per effetto di interazione con la materia, gli spessori del mezzo assorbente sono tali da consentire una descrizione di tipo statistico del processo.

Una particella che attraversa un materiale subisce molti urti e da ciascuno di questi è deflessa di un piccolo angolo θ_i ; la deviazione totale è la somma di tutti i contributi θ_i .

Indicando con θ la deviazione angolare totale di ciascuna particella e con θ_x, θ_y le sue proiezioni su due direzioni fissate, perpendicolari tra loro ed alla direzione del moto, si ha che la distribuzione dei valori di θ_x per piccoli angoli di deflessione può essere considerata gaussiana. La teoria completa è, in realtà, più complessa [26]: grandi angoli θ_x , dovuti con molta più probabilità ad un piccolo numero di grandi deflessioni che ad un gran numero di piccole deflessioni, fanno infatti sì che la distribuzione delle code si discosti dal fit gaussiano della regione centrale.

Limitandosi alla regione gaussiana, la probabilità di trovare una deviazione tra θ e $\theta + d\theta$ è:

$$P(\theta)d\theta = \frac{e^{-\frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle}}}{\sqrt{\pi \langle \theta^2 \rangle}} d\theta \quad (2.19)$$

dove $\langle \theta^2 \rangle$ rappresenta l'angolo di scattering quadro medio. Per calcolare questo parametro si tiene conto del fatto che:

$$\langle \theta^2 \rangle = \sum_i \theta_i^2$$

e che, per piccole deflessioni e per singolo urto, vale:

$$\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{2zZe^2}{bvp}$$

Da una integrazione sull'intervallo di valori permessi al parametro d'urto b si ottiene

$$\langle \theta^2 \rangle = 2\pi N x \int_{b_{min}}^{b_{max}} \left(\frac{2zZe^2}{bvp} \right)^2 b db = \frac{8\pi N x z^2 Z^2 e^4}{v^2 p^2} \log \frac{b_{max}}{b_{min}} \quad (2.20)$$

in cui N è il numero di nuclei per cm^3 ed x lo spessore del materiale. Il risultato non è molto sensibile alla scelta dei limiti di integrazione b_{max} e b_{min} , che appaiono solo logaritmicamente nell'equazione. In molti casi pratici si utilizza la formula empirica di Highland [27] (valida nel caso $Z > 20$):

$$\sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = z \frac{13.6 \text{ MeV}}{p\beta c} \sqrt{\frac{x}{L_{rad}}} \left(1 + 0.038 \cdot \ln \frac{x}{L_{rad}} \right) \text{ rad} \quad (2.21)$$

dove $\frac{x}{L_{rad}}$ è lo spessore del materiale misurato in lunghezza di radiazione³.

³Questo parametro rappresenta la distanza entro la quale l'energia di una particella leggera che attraversa un certo materiale è ridotta di un fattore $1/e$ a causa della sola perdita per radiazione.

2.4 La trappola ad anticiclone

Una tecnica alternativa di decelerazione "passiva" di radiazione carica via interazione radiazione-materia è la trappola ad anticiclone [28, 29], sviluppata nel corso di studi sugli atomi esotici. Si tratta di un ciclotrone che, anziché aumentare la velocità degli ioni, li decelera (da qui il nome).

La decelerazione non è prodotta da un campo elettrico a radio-frequenza ma dagli urti fra le particelle e le molecole residue di un gas a bassa pressione introdotto all'interno di quella che, in un ciclotrone tradizionale, è la camera da vuoto. Gli antiprotoni, od altre particelle cariche, entrano perifericamente nella camera attraverso una sottile finestra di Berillio: all'interno della camera c'è un campo magnetico disomogeneo, con simmetria di rotazione e gradienti opportuni, la cui componente B_z (usando le coordinate cilindriche z, θ) è di pochi Tesla ($1 \div 2$ T).

In assenza di forze dissipative (vuoto all'interno della camera) il fascio ritornerebbe ad incidere sulla finestra di ingresso e verrebbe completamente perso per annichilazione dopo aver percorso la prima orbita. È necessario pertanto che le particelle che entrano nell'anticiclone incontrino una pressione di gas sufficiente a ridurre significativamente l'energia già durante la prima orbita. Se la pressione del gas fosse troppo alta, la perdita di energia per un solo ciclo sarebbe molto elevata e si perderebbe la stabilità delle orbite. Per valori di pressione intermedi, invece, la dissipazione di energia su singola orbita è sufficientemente bassa da poter essere considerata adiabatica e garantire la stabilità delle orbite, ma è al contempo abbastanza elevata perché una consistente frazione degli antiprotoni iniettati spirali verso il centro della camera (su orbite stabili).

Tipicamente le energie finali raggiunte con una trappola ad anticiclone sono dell'ordine di qualche decina di eV, energia di formazione degli atomi esotici. In figura 2.12 è riportata la frazione di antiprotoni che, per due diversi valori di momento del fascio incidente, si annichilano al centro della trappola di anticiclone, dopo essere stati decelerati fino ad energie dell'ordine degli eV [31]. Si veda bene come l'efficienza di decelerazione sia molto alta, superiore al 50 %, e come, con un'opportuna scelta del valore di pressione del gas (nel caso di figura si tratta di idrogeno) e del momento del fascio incidente, si possa quasi raggiungere il 100%.

Recentemente si è allora pensato di utilizzare questa tecnica anche nelle applicazioni che richiedono semplicemente un fascio di antiprotoni freddi, di energie inferiori a pochi KeV [30]. Per realizzare questo è però necessario poter interrompere il processo all'energia desiderata e, soprattutto, estrarre gli ioni dal centro della trappola, trasferendoli verso l'esterno. Alcune tecniche

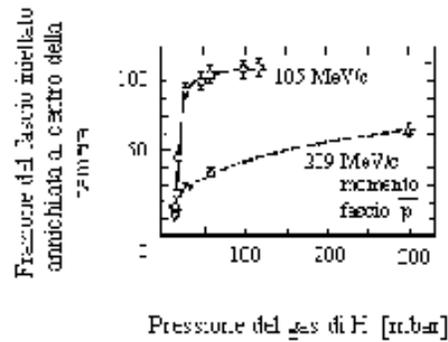


Figura 2.12: Percentuale di antiprotoni che si annichilano al centro della trappola di anticiclone in funzione della pressione del gas, per due valori differenti di momento del fascio incidente (105 e 309 MeV/c).

di estrazione di semplici ioni sono già state sperimentate, ma non esistono ancora delle misure relative all'efficienza di estrazione degli antiprotoni (Kalinowsky, 1993).

2.5 I quadrupoli a radiofrequenza (RFQ)

Una terza possibile tecnica di decelerazione di particelle cariche fino ad energie cinetiche inferiori a qualche MeV utilizza i quadrupoli a radio-frequenza (RFQ), ed è stata proposta nel 1970 da Kapchinsky e Teplyakov. Il vantaggio è che i campi di quadrupolo elettrico esercitano sulla particella carica una forza indipendente dalla velocità della stessa e sono quindi "effettivi" fino a quando l'energia cinetica non è esattamente nulla.

Un potenziale DC costante applicato a quattro elettrodi sagomati ad iperboloide di rotazione, come mostrato in figura 2.13, produce nel piano x - y , una forza radiale su una particella che si muove, con qualsiasi velocità, lungo l'asse z . Analogamente al caso magnetico la forza prodotta dal campo di quadrupolo elettrico sulla particella è una forza attrattiva, di confinamento, lungo uno dei due assi, ed è necessariamente repulsiva lungo il secondo asse.

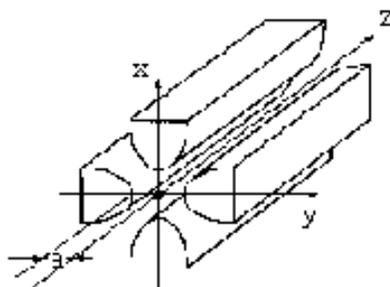


Figura 2.13: Principio di funzionamento di un Quadrupolo a Radio-Frequenza (RFQ). Un potenziale $+(V_0/2)\sin\omega t$ è applicato ai due elettrodi lungo l'asse x ed un secondo potenziale $-(V_0/2)\sin\omega t$ è applicato agli altri due elettrodi lungo l'asse y .

Per garantire il contemporaneo confinamento di ioni lungo i due assi x , y una possibile soluzione potrebbe consistere nel far passare il fascio attraverso una sequenza spaziale di quadrupoli (posizionati lungo l'asse z) di piccole

dimensioni e con polarità alternata.

Una seconda soluzione al problema del doppio confinamento, elaborata da W. Paul, consiste nell'applicare ad un lungo quadrupolo (lungo $ax \approx z$) un potenziale a radio-frequenza: un fascio che viaggia lungo l'asse z sente una successione di campi attrattivi e repulsivi esattamente analoga al caso di una serie spaziale di quadrupoli in DC.

Con la semplice geometria proposta in figura 2.13 non è tuttavia possibile produrre il campo elettrico E_z necessario ad accelerare o a decelerare gli ioni. Solo se le coppie di elettrodi affacciati sono costruite in modo tale da far variare ciclicamente lungo z la loro distanza ($2 \cdot a$) si ottiene un campo elettrico assiale (in realtà esiste anche una debole perturbazione radiale, che va a sovrapporsi ai campi di confinamento esistenti). Si può dimostrare che con configurazione opportuna si ottiene:

$$E_z = \frac{V}{2} k A_{10} I_0(kr) \sin(kz) \sin(\omega t + \phi) \quad (2.22)$$

dove I_0 è la funzione di Bessel di ordine zero e A_{10} è un parametro adimensionale, parametro di accelerazione, funzione della minima e della massima distanza fra le coppie di elettrodi affacciati.

Questa tecnica di confinamento e decelerazione è attualmente studiata dalla collaborazione ASACUSA [32], esperimento condotto al Cern sull'atomo $\bar{p} - He^{++}$ (è uno dei tre esperimenti in corso ad AD). Il sistema, fotografato in figura 2.14, verrà installato su AD in settembre.



Figura 2.14: La trappola a radio-frequenza (RFQ) utilizzata dall'esperimento ASACUSA.

Capitolo 3

Il sistema di decelerazione di ATHENA

Il fascio in uscita da AD è previsto avere durata di $200 \div 500$ ns e dovrebbe contenere circa 10^7 antiprotoni aventi impulso pari a 100 MeV/c (che corrisponde ad un'energia cinetica di 5.33 MeV). Ciascun esperimento si preoccupa poi singolarmente dell'ulteriore fase di decelerazione, da 5.33 MeV a qualche decina di KeV.

Nell'esperimento ATHENA, in particolare, il fascio viene decelerato via interazione radiazione-materia e la frazione di particelle che popola la coda a bassa energia della distribuzione di antiprotoni viene intrappolata in una buca di potenziale alta 15 KeV¹.

L'insieme di contatori e di fogli metallici (monitor di posizione, finestre di decelerazione, elettrodo di ingresso) che costituisce il sistema di decelerazione deve essere accuratamente ottimizzato: è necessario massimizzare l'efficienza di cattura degli antiprotoni con energie inferiori a 15 KeV ed è inoltre importante cercare di minimizzare lo sparpagliamento angolare del fascio.

La prima parte del mio lavoro di tesi è stata lo studio e la progettazione del sistema di decelerazione utilizzato nell'esperimento ATHENA, sulla base delle richieste sopra accennate. Il sistema, utilizzato nei primi "run" è descritto nei prossimi paragrafi di questa tesi. Un nuovo sistema di decelerazione è attualmente ancora in fase di progetto.

¹Vedi capitolo dedicato al circuito di trigger, relativo alla dinamica di cattura degli antiprotoni.

3.1 L'apparato sperimentale

Il sistema di decelerazione di ATHENA deve rispettare alcuni vincoli dettati da esigenze sperimentali. Anzitutto occorre tener conto delle varie zone in cui il sistema è suddiviso per necessità di vuoto [33]. In totale bisogna distinguere quattro zone: la regione finale della linea di uscita di AD (con il vuoto della macchina AD); una zona di transizione fra AD ed ATHENA in aria (a pressione atmosferica), una regione di ultra-alto vuoto in cui sono alloggiata la trappola di cattura e di ricombinazione, con una pressione $p \leq 10^{-12}$ t, ed una regione di alto vuoto ($p \leq 10^{-8}$ t).

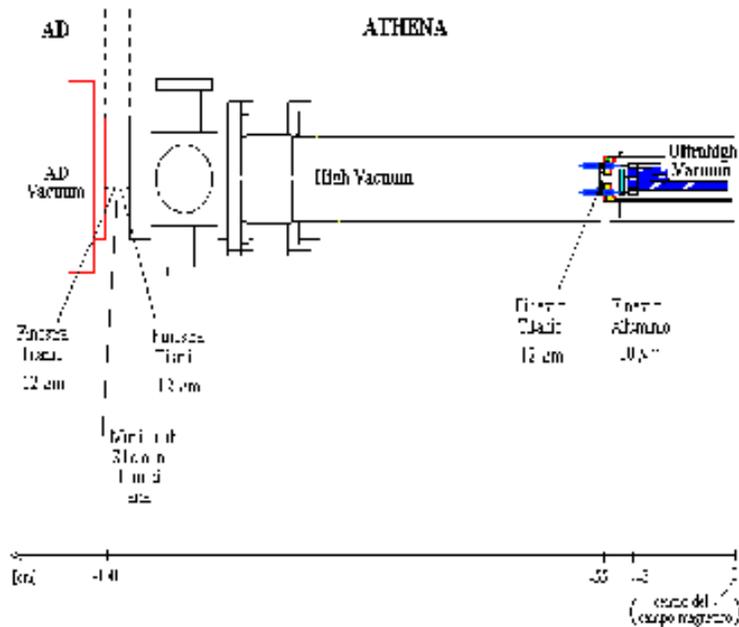


Figura 3.1: Set-up dell'apparato sperimentale di ATHENA.

I diversi ambienti sono separati da opportune finestre ed, in linea di principio, il valore di pressione differenziale a cui ciascuna finestra è sottoposta ne determina, in funzione del materiale, lo spessore minimo: in pratica in tutti e tre i casi (AD-aria: aria-alto vuoto: alto vuoto- ultra alto vuoto) si sono utilizzate delle finestre di Titanio di $12 \mu\text{m}$ di spessore e 2 cm di dia-

metro.

La fase finale di decelerazione è ottenuta con un foglio montato sull'elettrodo di ingresso alla trappola, il cui spessore va ottimizzato. Il risultato delle simulazioni, che verranno descritte tra breve, è un foglio da $80 \mu\text{m}$ di Alluminio.

Il sistema di decelerazione comprende anche dei rivelatori che hanno principalmente la funzione di fornire una ragionevole diagnostica di fascio²: poiché non esiste nessun tipo di vincolo su questi si sono studiate diverse soluzioni.

Un monitor di posizione del fascio sarà alloggiato nello strato di aria che separa la finestra di uscita di AD dalla finestra di ingresso di ATHENA. Le tre attuali alternative sono: 1) una Parallel Plate Avalanche Chamber (PPAC); 2) un diodo al Silicio dello spessore di $6 \mu\text{m}$; 3) un monitor costituito da sottili strisce di Alluminio, evaporate su un foglio di $13 \mu\text{m}$ di Mylar (camera a fili).

Nel caso di utilizzo della PPAC verrà aggiunto nello spessore in aria un secondo monitor di fascio in Silicio: negli altri due casi si pensa di posizionare un ulteriore contatore ($50 \mu\text{m}$ di Silicio) poco prima dell'ultima finestra di Titanio, nella regione di alto vuoto.

Dopo aver attraversato l'elettrodo di Alluminio gli antiprotoni entrano infine nella trappola di cattura dove vengono intrappolati assialmente in una buca di potenziale (15 KeV) e radialmente da un forte campo magnetico (circa 3 Tesla). La trappola di cattura deve perciò essere posizionata all'interno di un magnete superconduttore: quello da noi utilizzato è in grado di produrre un campo magnetico massimo di 6 Tesla con una uniformità migliore di una parte in 10^4 entro una distanza di circa mezzo metro (lungo l'asse) dal centro del campo. L'esatto andamento del campo in funzione della distanza dal centro del magnete è rappresentato in figura 3.2.

È importante osservare che gran parte del sistema di decelerazione degli antiprotoni risiede in una regione in cui il campo magnetico è fortemente non omogeneo (la finestra di uscita di AD si trova a circa un metro dal centro del campo, in una regione in cui il campo assiale è ridotto ad un valore pari a circa il 3% del suo valore massimo). Nel loro moto, prima di essere catturati, gli antiprotoni attraversano dunque una bottiglia magnetica³, muovendoci con un moto di ciclotrone il cui raggio istantaneo è determinato dal valore puntuale del campo e dall'energia radiale dell'antiprotone (si veda figura

²È necessario, ad esempio, andare a verificare che il fascio sia centrato sull'asse della trappola e del campo magnetico, per evitare inutili perdite di antiprotoni.

³Il sistema software utilizzato è in grado di simulare il moto di particelle cariche in un campo magnetico qualsiasi, accettando come input la mappa dettagliata di questo.

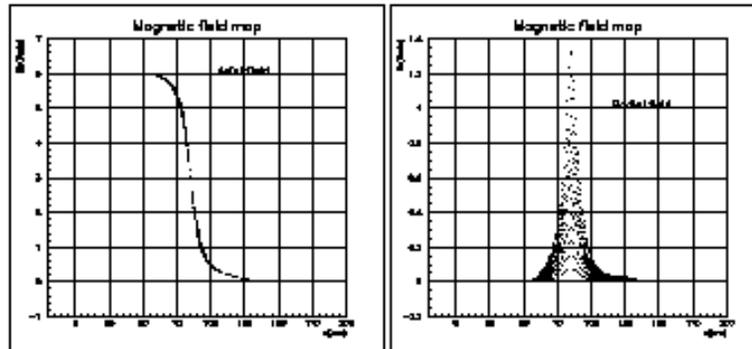


Figura 3.2: Andamento del campo magnetico assiale e radiale lungo la direzione (z) del campo in funzione della distanza (z) dal centro del magnete, per distanza (r) dall'asse [$0 < r < 13.5\text{mm}$].

3.3). È possibile mostrare che in tali situazioni le traiettorie dei diversi antiprotoni convergono in alcuni punti dell'asse detti fuochi (vedi figura 3.4 e 3.5). L'ottimizzazione del valore di campo magnetico, come vedremo, consisterà nel variare la posizione lungo l'asse (z) del primo fuoco in modo da farlo coincidere con l'elettrodo di ingresso alla trappola di cattura: in questo modo si possono ridurre al massimo le dimensioni radiali del fascio di antiprotoni che si cattura nella trappola.

Un altro parametro importante da considerare è la divergenza degli antiprotoni che entrano nella trappola. Tale divergenza è conseguenza degli effetti di scattering coulombiano e della divergenza iniziale del fascio. A proposito di quest'ultima, è opportuno ricordare che la macchina AD fornisce in uscita, su una linea orizzontale denominata DE0 (vedi figura 3.6), un fascio di antiprotoni caratterizzato da:

- $p_{\text{max}} = 100\text{MeV}/c$ $E = 5.33\text{MeV}$
- $\epsilon_H = \epsilon_V = 5\text{mm} \cdot \text{mrad}$
(Questo valore rappresenta il 95 % del fascio)
- $\frac{\Delta z}{z} = 10^{-3}$
(Questo valore rappresenta il 95 % del fascio)

Questa linea collega AD alle linee di fascio realmente utilizzate dai tre gruppi sperimentali (ASACUSA, ATHENA, ATRAP): DE1 (orizzontale), DE2

Antiproton Capture Dynamics

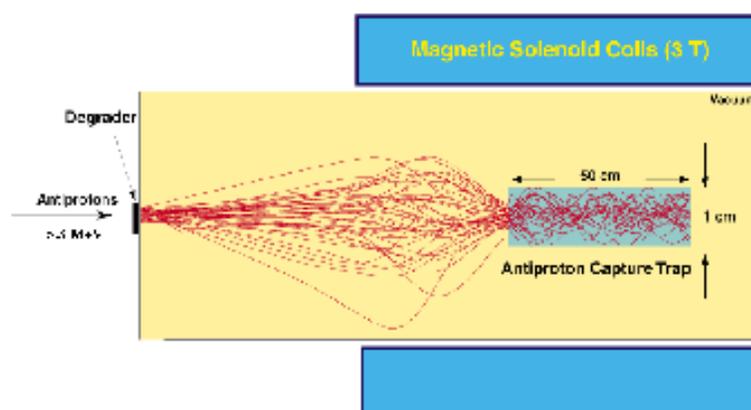


Figura 3.3: Traettorie di moto degli antiprotoni all'interno del sistema di decelerazione di ATHENA

(orizzontale), DE3 (verticale), nonchè ad una quarta linea, DEM, utilizzabile per test.

Come in ogni anello acceleratore/deceleratore, anche il fascio prodotto da AD è caratterizzato da un valore costante di emittanza ($5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$): in ogni punto il prodotto fra le dimensioni trasversali del fascio e la sua divergenza angolare è costante. Muovendosi lungo l'asse del fascio si incontrano punti in cui il fascio ha dimensioni trasverse massime e valori di divergenza angolare minima, ed altri in cui la larghezza del fascio è minima (questi punti sono detti fuochi) ma il valore di divergenza è massimo.

Ogni linea è caratterizzata da un ben preciso fuoco e dai valori di divergenza e larghezza del fascio assunti in quella posizione. L'esperimento ATHENA fa capo alla linea DE2, il cui fuoco cade ad una distanza di circa 15 cm dalla finestra di uscita di AD (prima finestra di Titanio) e le caratteristiche del fascio in quel punto sono riportate in tabella 3.1.

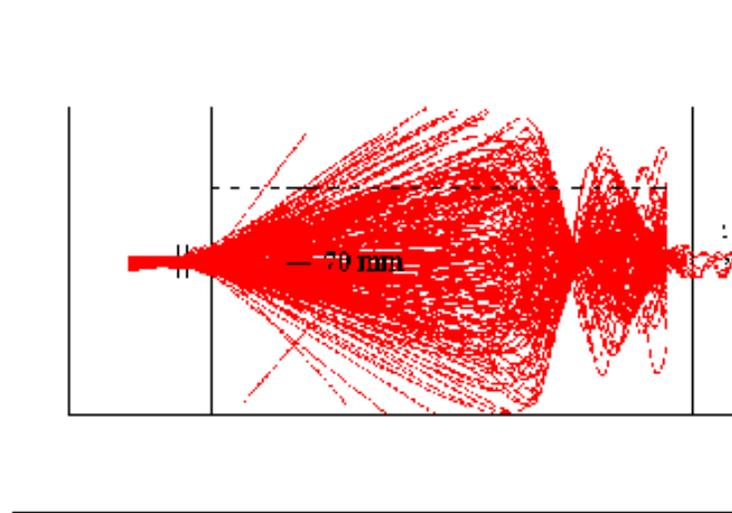


Figura 3.4: Simulazione delle traiettorie degli antiprotoni, in presenza di un campo magnetico pari a 6 Tesla, nel set-up di ATHENA.

	Parametri di fascio	
	Dimensione O/V [mm]	Divergenza O/V [mrad]
DE1	1.10/1.10	4.56/4.56
DE2	0.24/0.38	30.68/13.23
DE3	1.77/1.63	3.34/4.25

Tabella 3.1: Valori di dimensione e divergenza del fascio nelle linee sperimentali DE1, DE2, DE3

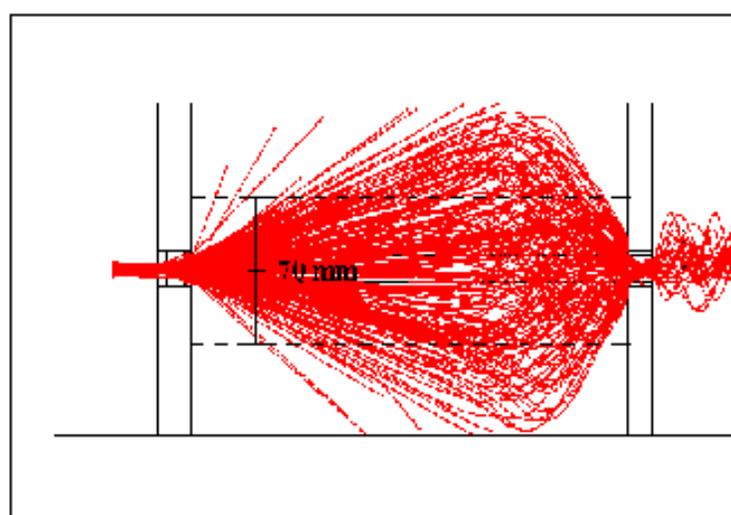


Figura 3.5: Simulazione delle traiettorie degli antiprotoni, in presenza di un campo magnetico pari a 3.13 Tesla, nel set-up di ATHENA.

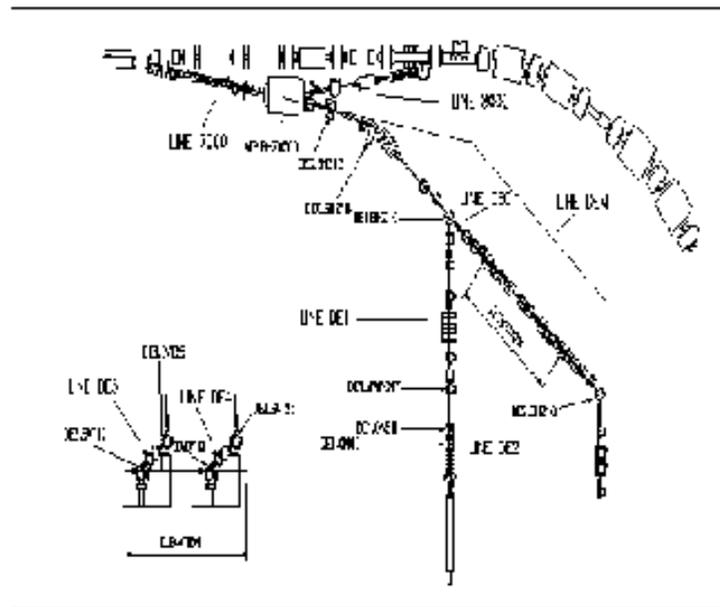


Figura 3.6: Geometria delle linee di fascio nell'area sperimentale AD.

3.2 *Geant3*

3.2.1 Il programma

Il programma di simulazione software utilizzato per l'ottimizzazione del sistema di decelerazione di ATHENA è il pacchetto *Geant 3*, scritto in linguaggio Fortran, in grado di simulare il passaggio delle particelle elementari attraverso la materia.

Le principali possibilità offerte dal software in questione sono:

- descrivere un arbitrario set-up sperimentale. Questo viene definito da una serie di volumi geometrici, che fissano le dimensioni spaziali e le posizioni dei materiali attraversati, e dai valori di densità, numero atomico, pressione,... che specificano, invece, le caratteristiche del materiale;
- generare degli eventi di interazione fra le particelle ed il set-up sperimentale, simulati tramite un codice di Monte Carlo standard. Questo tiene conto sia di tutti gli effetti fisici dovuti alla natura delle particelle nella loro interazione con la materia (scattering coulombiano multiplo, urti anelastici, dispersione in energia, ...), sia della possibilità di avere campi magnetici ed elettrici esterni;
- controllare ad ogni passo della simulazione il passaggio delle particelle attraverso i diversi volumi dell'apparato sperimentale in questione, registrando ad ogni step i valori assunti dalle grandezze più significative (energia, posizione assiale e radiale, ...);
- generare una rappresentazione grafica sia del set-up definito dall'utente sia delle traiettorie seguite da alcune particelle nel sistema.

Il programma è costituito da diverse "subroutines", ciascuna con una sua specifica funzione. Tra le più importanti si possono citare:

`"geom.f"`: file che definisce la geometria dell'apparato, le dimensioni e le posizioni delle varie finestre ed i materiali impiegati;

`"gwline.f"`: definisce i parametri del fascio e la posizione del fuoco;

`"wvinit.f"`: inizializza il campo magnetico e le altre variabili di utilizzo, è in grado di leggere da file esterno la mappa di campo magnetico;

`"gwstep.f"`: routine chiamata ad ogni passo della simulazione che scrive in una N-tupla di valori la posizione corrente all'interno del set-up ed i valori assunti dai diversi parametri in quella posizione (energia della particella, tempo corrente, ...).

3.2.2 *Geant3* a bassa energia

Il programma *Geant3* è in grado di simulare correttamente i processi fisici che avvengono nel caso di interazione fra particelle cariche e materia, entro un range di energia cinetica delle particelle incidenti che va da 10 KeV a 10 TeV [34].

Il sistema software utilizza il metodo di simulazione di MonteCarlo: simulare un evento significa:

- valutare la probabilità di accadimento del processo, facendo riferimento alla sezione d'urto totale del processo;
- generare lo stato finale del sistema a seguito dell'interazione, in base alla sezione d'urto differenziale;
- nel caso di un processo (quasi-)continuo, come la perdita di energia di una particella in un mezzo, calcolare il valor medio di alcune quantità caratteristiche.

Le sezioni d'urto dai diversi processi, le perdite di energia dE/dx ed i range R delle particelle "standard" in un materiale sono calcolati ad ogni step dal programma, sulla base di algoritmi e dati iniziali del programma.

I dati relativi agli antiprotoni non sono stati formalmente inseriti nell'attuale versione del programma, se non nel caso di interazione con gas elio o idrogeno⁴. Poichè ad energie inferiori al MeV l'effetto Barkas diventa sensibilmente significativo è stata inserita una subroutine che tiene esplicitamente conto, nel calcolo delle perdite di energia dE/dx , della correzione B di Barkas (si fa riferimento alle formule 3.15, 3.16).

⁴Si fa riferimento ai risultati ottenuti dall'esperimento OSBELIX, condotto al Cern.

3.3 Le simulazioni

Inizialmente la simulazione del sistema di decelerazione di ATHENA via software è stata effettuata per l'intero set-up di finestre, monitor di fascio ed ogni altro vincolo fisico, con la sola esclusione dall'ultima finestra di Alluminio, cioè dall'elettrodo di ingresso alla trappola di cattura.

Gli antiprotoni da 5.33 MeV perdono la maggior parte della loro energia proprio nell'interazione con tale finestra. Prima di essa il valor medio di energia varia fra 3.5 e 4 MeV, senza mai scendere sotto i 3 MeV. Fino a queste energie i valori degli stopping powers degli antiprotoni sono noti con una discreta precisione ed il codice *Geant3* è completamente affidabile.

Tali simulazioni sono servite ad individuare le situazioni in cui è massimo il numero di antiprotoni che incidono sull'ultimo foglio di Alluminio, compatibilmente con valori di divergenza del fascio ragionevolmente contenuti. Solo in un secondo tempo è stato incluso nella simulazione anche l'ultimo elettrodo, ai fini di studiare, anche se con minor precisione, la distribuzione degli antiprotoni all'interno della trappola di cattura.

Via software è stata simulata l'interazione fra un fascio di antiprotoni di energia iniziale di 5.33 MeV ed il sistema di decelerazione di ATHENA.

A fine simulazione il programma crea un file di uscita in cui, ad ogni step e per ogni particella, vengono registrati i valori delle grandezze più significative, quali l'energia assiale e radiale, la posizione radiale, ...

In particolare sono state studiate le caratteristiche del fascio di antiprotoni in ingresso ed in uscita da ogni finestra di fascio. Il confronto diretto fra l'energia e le dimensioni radiali del fascio prima e subito dopo l'interazione con un materiale dà informazioni utili non solo sull'energia media persa, ma anche sull'espansione radiale dovuta allo scattering coulombiano multiplo degli antiprotoni con i nuclei del mezzo. Unitamente alla simulazione grafica dei tracciamenti degli antiprotoni, che dà un'idea immediata dell'azione di focheggiamento del campo magnetico, queste informazioni consentono una ragionevole diagnostica del fascio.

Infine l'energia media e la distribuzione radiale delle particelle dopo l'interazione con l'ultimo elettrodo di Alluminio forniscono informazioni dirette sulle caratteristiche della nuvola di particelle che entrano nella trappola.

In pratica, studiare le caratteristiche del fascio dopo l'interazione con l'ultimo foglio significa ottimizzare il suo spessore, determinando lo spettro energetico degli antiprotoni in uscita dal foglio e stimando la percentuale di con energie inferiori ai 15 KeV.

Come vedremo più avanti con maggiore dettaglio, non è tuttavia possibile semplicemente contare le particelle che a fine simulazione hanno energia in-

feriore all'energia di soglia, poichè in questa regione lo spettro di energia è poco attendibile

3.3.1 Il campo magnetico

Il ruolo fondamentale di un campo magnetico assiale uniforme all'interno della trappola è di garantire il confinamento radiale degli ioni. Nel sistema di decelerazione di ATHENA questo campo magnetico risulta fortemente non omogeneo ed è responsabile di un robusto foccheggiamento del fascio lungo l'asse del campo (figure 3.4 e 3.5).

Le basi fisiche del fenomeno sono molto chiare. Dato un fascio monocromatico di particelle che viaggiano con una certa divergenza lungo un asse z , lungo il quale agisce un campo magnetico $\vec{B} = B\hat{z}$, si scompone la velocità \vec{v} di ogni particella in una componente $v_{//}$ diretta lungo l'asse z ed in una componente v_{\perp} perpendicolare all'asse. A causa della presenza del campo magnetico le particelle precessano attorno all'asse z con una velocità angolare indipendente dal valore di v_{\perp} e pari a:

$$\omega = \frac{qB}{m} \quad (3.1)$$

Nell'ipotesi in cui $v_{\perp} \ll v_{//}$ e dunque che $v_{//} \approx v$ si può scrivere:

$$d\theta = \frac{qB}{m} dt \approx \frac{qB}{m} \frac{dz}{v} \quad (3.2)$$

Dopo un percorso di lunghezza z assegnata, particelle aventi all'incirca la stessa velocità avranno ruotato tutte di un angolo:

$$\theta = \frac{q}{mv} \int_0^z B dz \quad (3.3)$$

Ese convergeranno dunque tutte in un primo f_1 fuoco definito dalla relazione

$$2\pi = \frac{q}{mv} \int_0^z B dz \quad (3.4)$$

Ciò è ovviamente quanto prevedono le simulazioni effettuate con Geant3 ed è chiaro che, poichè sussista l'esigenza sperimentale di minimizzare le dimensioni radiali del bunch che arriva alla trappola, il campo magnetico ottimale sarà quello che posiziona il primo fuoco esattamente in corrispondenza dell'elettrodo di ingresso alla trappola. Il suo valore varia, ovviamente, al variare degli spessori e dei materiali usati e per ogni variazione portata al sistema è necessaria una ricalibrazione del valore migliore di campo.

A titolo di esempio si riportano in tabella 3.3 i dati ottenuti studiando un sistema di decelerazione che comprende la tre finestre di Titanio ($13\mu\text{m}$) e, come monitor di fascio, due spessori di Silicio ($6\mu\text{m}/50\mu\text{m}$) (i dati sono raccolti immediatamente prima del foglio di Alluminio).

Valore campo magnetico [Tesla]	En media assiale [KeV]	En media radiale [KeV]	σ_x del fit gaussiano [mm]	% di ioni entro $r < 2\text{cm}$
2.88	3800	67	6	26
3.00	3800	70	5	26
3.06	3800	71	4.5	26
3.12	3800	74	4	26
3.18	3800	76	4.5	26
3.24	3750	76	4.5	26
3.30	3750	79	5	25

Tabella 3.3: Dimensioni radiali del fascio di antiprotoni in ingresso all'elettrodo di Alluminio al variare del campo magnetico.

In tale tabella il parametro σ_x rappresenta la deviazione standard della distribuzione gaussiana che meglio approssima la distribuzione delle posizioni delle particelle lungo un asse (asse x) perpendicolare alla direzione del campo (asse z). Poichè il 95% del fascio si trova entro un raggio pari a $2\sigma_x$, questo parametro è un valido riferimento per misurare la larghezza del fascio.

Il valore di campo magnetico ottimale risulta pari a 3.12 Tesla e si vede bene che variazioni di alcuni % del valore di campo magnetico non comportano sensibili peggioramenti delle dimensioni radiali del fascio.

3.3.2 Le condizioni iniziali del fascio

Alcune simulazioni software sono state dedicate allo studio dell'influenza delle condizioni iniziali di fascio (larghezza e divergenza del fascio in uscita dalla macchina AD) sulle dimensioni radiali delle orbite delle particelle in trappola.

Fissando il valore di campo magnetico che consideriamo ottimale, cioè in grado di focheggiare gli antiprotoni esattamente in coincidenza dell'elettrodo di ingresso alla trappola, ho studiato la distribuzione radiale (piano $x-y$) delle particelle su questa finestra sia per un fascio incidente ideale, a divergenza

nulla, sia per i tre fasci previsti in uscita dalla macchina AD per le tre linee DE1, DE2 e DE3.

I risultati, elencati in tabella 3.3, mostrano una bassissima influenza delle condizioni del fascio in ingresso al sistema di decelerazione sulla dimensione radiale degli antiprotoni nella trappola.

Caratteristiche di fascio	En media assiale [KeV]	En media radiale [KeV]	σ_x del fit gaussiano [mm]
Collimato	3800	72	4.5
DE1	3800	74	4
DE2	3800	81	4.5
DE3	3800	73	4.5

Tabella 3.3: Dimensioni radiali del fascio di antiprotoni in ingresso all'elettrodo di Alluminio al variare delle condizioni iniziali di fascio.

Ciò, d'altra parte, poteva essere ampiamente previsto a priori. Se infatti si stima il valore della deviazione standard dell'angolo di scattering coulombiano multiplo per una particella che incide sulla prima finestra di Titanio del sistema di decelerazione da noi studiato si trova, utilizzando i dati della referencia [35], $\theta_0 = 16.3$ mrad. Questo valore è del tutto confrontabile con la divergenza iniziale con cui le particelle incidono sulla finestra di Titanio: è perciò lo scattering multiplo che determina in modo consistente l'apertura del fascio.

3.3.3 I tagli radiali

Nelle prime simulazioni ho utilizzato una geometria radiale "ideale" della trappola: i fogli di decelerazione potevano essere considerati infiniti (raggio pari ad una decina di centimetri) e non si teneva in considerazione nessun vincolo meccanico, ostruzione, ... Da questa prima diagnostica di fascio si vede come il campo magnetico assiale sia responsabile di una robusta azione di foccheggiamento del fascio: per una corretta stima del numero di antiprotoni persi nel sistema di decelerazione è necessario considerare le corrette dimensioni radiali reali dell'apparato.

La prima zona di basso vuoto di ATHENA si trova in una camera cilindrica di circa 70 mm di diametro, le cui pareti di chiusura sono due delle tre finestre di decelerazione di Titanio ($12 \mu m$). Nei punti di massimo allargamento radiale le dimensioni del fascio sono confrontabili con il diametro di questa

camera esterna ed alcuni antiprotoni possono essere persi per annichilazione sulle pareti.

All'interno della camera esterna ora citata è alloggiata la trappola di cattura, in modo tale da far coincidere il primo fuoco del fascio con l'ultima finestra di Titanio. Un sistema di pompaggio separato e diverso da quello utilizzato per produrre il vuoto nella camera esterna consente di avere all'interno della trappola un vuoto molto migliore di quello esistente nella regione più esterna. Il diametro della trappola di cattura è 25 mm. Il più stringente vincolo radiale è imposto dalla struttura e dalla dimensione delle finestre di Titanio di separazione dai diversi ambienti. Il loro diametro è 30 mm, e la struttura meccanica di supporto è illustrata in figura 3.7.

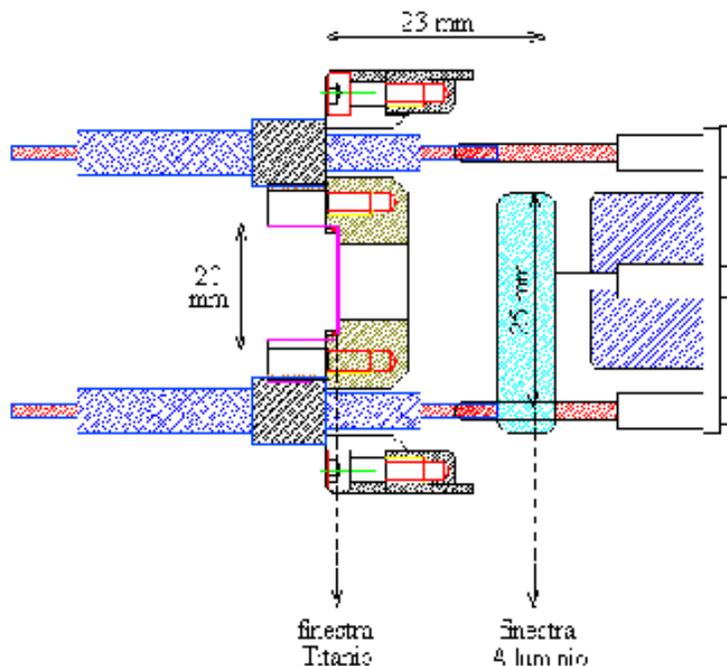


Figura 3.7: Struttura meccanica del supporto delle finestre di separazione degli ambienti a diversa pressione (finestre in Titanio da $13 \mu m$).

Se l'azione di foccheggiamento del fascio ad opera del campo magnetico dà luogo a grandi valori di divergenza angolare, molti antiprotoni vengono persi per annichilazione sul supporto meccanico dell'ultima finestra in Titanio. Questo effetto è ben visibile in figura 3.8.

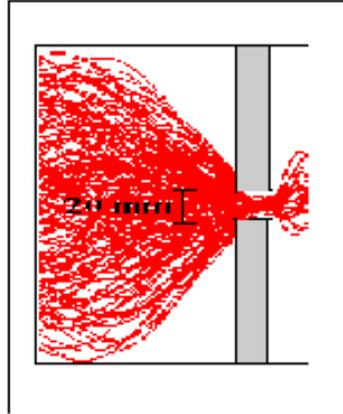


Figura 3.8: Perdita degli antiprotoni del fascio per annichilazione sui supporti meccanici delle finestre in Titanio.

Un'ulteriore perdita di antiprotoni è dovuta alla necessità di avere alcuni cavi, quattro coassiali e tre twisted pairs, che connettano gli elettrodi della trappola (che si trovano in una zona di ultra-alto vuoto) con il "mondo esterno" (su questi viaggiano i segnali dagli elettrodi al software di acquisizione e viceversa). Questi cavi devono necessariamente attraversare la zona di basso vuoto e non interferire con i tre ambienti a differente pressione. La soluzione è stata di guidare i cavi in due sottili tubi di Acciaio inossidabile, in cui sia possibile produrre un vuoto indipendente da quello delle altre camere a vuoto. In questo modo si evita che un loro eccessivo degasaggio deteriori il vuoto criogenico (alto vuoto), necessario all'interno della trappola degli antiprotoni.

I tubi in Acciaio utilizzati (diametro 5 mm) costituiscono tuttavia un'ulteriore ostacolo sul quale alcuni antiprotoni possono annichilarsi.

Il numero effettivo di antiprotoni che arriva ad incidere sull'elettrodo di ingresso alla trappola di cattura è quindi molto inferiore al numero di antiprotoni forniti da AD: in termini percentuali si hanno perdite dell'ordine

del 70 ÷ 80%. Di questo effetto si terrà conto fra poco, nella valutazione dell'efficienza di cattura di antiprotoni di bassa energia (inferiore a 15 KeV).

3.3.4 Studio dei materiali

Poiché il risultato delle precedenti simulazioni ha indicato come causa principale dell'allargamento radiale del fascio lo scattering coulombiano, l'unica soluzione per ridurre le dimensioni radiali della nuvola in trappola è limitare il più possibile questo processo.

È noto dalla teoria della diffusione multipla di un fascio di particelle cariche in un materiale (vedi formula 2.21) che l'angolo quadratico medio di deviazione dipende pressoché quadraticamente dal numero atomico Z del mezzo attraversato.

In alcune simulazioni, perciò, gli spessori in Titanio sono stati sostituiti da Berillio: per i valori di pressione differenziale a cui le finestre sono soggette (1 atm) e per motivi di sicurezza il minimo spessore richiesto nel caso del Berillio è $40\mu\text{m}$, contro i $13\mu\text{m}$ per il Titanio (per finestre con un diametro di 3 cm).

A causa della diversa interazione degli antiprotoni con il Berillio si è dovuta nuovamente ricercare la condizione di campo magnetico ottimale, trovando ora il valore 2.83 Tesla: inoltre, poiché nei due casi cambiano sia lo spessore totale sia i valori degli stopping powers, è necessaria una diversa calibrazione dello spessore dell'ultimo elettrodo di Alluminio.

Si riportano in tabella 3.4 i dati, in posizioni diverse all'interno del sistema, ottenuti studiando un sistema di decelerazione che comprende le tre finestre di Titanio/Berillio ($13\mu\text{m}/40\mu\text{m}$), due monitor di fascio in Silicio ($6\mu\text{m}/50\mu\text{m}$) e l'elettrodo di Alluminio.

All'ingresso dell'apparato sperimentale di ATHENA esiste una notevole differenza fra i due casi: il valore di energia media radiale nel caso del Berillio è circa la metà rispetto al caso del Titanio e cioè è dovuto alla diminuzione della deviazione standard dello scattering coulombiano multiplo nella prima finestra: da 16.3 mrad a 8.85 mrad⁵.

Con la geometria di fogli utilizzata, tuttavia, questo vantaggio del Berillio sul Titanio è rapidamente perso nell'attraversamento dei rivelatori e delle finestre successive ed in corrispondenza dell'ultimo elettrodo le dimensioni radiali nei due casi si equivalgono.

⁵Questo valore è una stima della deviazione standard dell'angolo di scattering coulombiano multiplo su una targhetta di $40\mu\text{m}$ di Berillio, utilizzando i dati della *referenza* [35]

Posizione di studio	Finestre in Titanio	Finestre in Berillio
	[$B = 3.13\text{Tesla}$]	[$B = 2.83\text{Tesla}$]
Dopo finestra di ingresso in ATHENA (3° foglio TI)	$E_o = 4800\text{ [KeV]}$ $E_r = 8\text{ [KeV]}$ $\sigma_x = 1\text{ [mm]}$	$E_o = 4300\text{ [KeV]}$ $E_r = 4\text{ [KeV]}$ $\sigma_x = 1\text{ [mm]}$
Prima monitor fascio Silicio ($50\mu\text{m}$)	$E_o = 4800$ $E_r = 76$ $\sigma_x = 10$	$E_o = 4250$ $E_r = 34$ $\sigma_x = 8$
Dopo monitor fascio Silicio ($50\mu\text{m}$)	$E_o = 4050$ $E_r = 70$ $\sigma_x = 10$	$E_o = 3450$ $E_r = 40$ $\sigma_x = 8$
Dopo ultima finestra di isolamento (3° foglio TI)	$E_o = 3800$ $E_r = 70$ $\sigma_x = 9$	$E_o = 3150$ $E_r = 40$ $\sigma_x = 7$
Prima elettrodo di Alluminio	$E_o = 3800$ $E_r = 80$ $\sigma_x = 4$	$E_o = 3150$ $E_r = 42$ $\sigma_x = 5$

Tabella 3.4: Confronto fra caratteristiche del fascio in diverse posizioni del sistema di decelerazione, nei due casi di finestre in Titanio ed in Berillio.

Un effetto sensibile sul raggio medio della nuvola di antiprotoni è, in particolare, dovuto alla posizione del monitor di fascio ($50\mu\text{m}$ Silicio) e dell'ultima finestra in Titanio ($12\mu\text{m}$ Titanio). Le particelle in volo incontrano queste due finestre nel punto in cui le loro dimensioni radiali sono massime (a causa del foccheggiamento del campo magnetico) e lo scattering coulombiano altro non fa che aumentare ancor più questa dispersione radiale.

Un sensibile miglioramento si potrebbe ottenere spostando queste due finestre in una regione in cui le dimensioni radiali del fascio siano minime, ad esempio posizionando il monitor di Silicio nel gap di aria fra l'uscita di AD e l'ingresso in ATHENA e la finestra di Titanio il più vicino possibile all'elettrodo di Alluminio. I risultati delle simulazioni (fatte con 15000 antiprotoni e fascio DE1) sono in questo caso:

Geometria del set-up	Campo magnetico	\bar{E}_a [KeV]	\bar{E}_r [KeV]	σ_x [mm]	% di \bar{p} in $r < 2\text{cm}$
Senza monitor e senza Titanio	3.12	4800	39	0.7	22
Senza monitor, Ti vicino ad Al	3.12	4550	42	0.8	22
Si nel gap aria, Ti vicino ad Al	2.88	3850	48	1.1	15
Si nel gap aria, Be vicino ad Al	2.76	3200	43	0.5	16

Tabella 3.5: Energia media assiale e radiale del fascio e deviazione standard del fit gaussiano sulle posizioni radiali degli antiprotoni subito prima dell'elettrodo di ingresso alla trappola, in diversi set-up sperimentali.

3.3.5 Risultati

In base alle indicazioni suggerite dalle simulazioni software e cercando il migliore compromesso fra queste e le limitazioni imposte da esigenze sperimentali, la geometria finale proposta per il sistema di decelerazione di ATHENA si basa sulle seguenti assunzioni:

1. Come finestre di isolamento fra le regioni a diversa pressione vengono utilizzati i tre fogli da $12\mu\text{m}$ in Titanio attualmente esistenti e disponibili, rimandando eventuali sostituzioni con finestre in Berillio al futuro (*ATHENA fase 2*).
2. Come ultimo spessore di decelerazione del fascio si utilizza un foglio di Alluminio dorato di circa $80\mu\text{m}$ (la doratura serve per evitare un'eccessiva ossidazione della superficie prima della sua installazione nel vuoto), montato direttamente sull'elettrodo impulsato di ingresso alla trappola di cattura.
3. Il monitor di fascio da $50\mu\text{m}$ in Silicio, responsabile di un notevole allargamento radiale del bunch, viene rimosso dal set-up finale e sostituito da una camera a fili (Parallel Plate Avalanche Chamber), posizionata all'interno del gap di aria esistente fra la finestra di uscita di AD e la finestra di ingresso di ATHENA.
La camera, già utilizzata nell'esperimento PS300, consiste di cinque fogli da $12.7\mu\text{m}$ di Mylar, separati da tre celle riempite con gas Iso-butano a pressione 150 mbar ed a densità $3.9 \cdot 10^{-4} \text{g/cm}^3$, per una lunghezza totale di 55 mm (vedi figura 3.9).
4. Il gap di aria fra AD ed ATHENA ha una lunghezza pari a 75mm. La FPAC è posizionata in questo spazio, lasciando così uno spessore di aria di due soli centimetri.
5. In questo spazio in aria è posizionato un ulteriore monitor al Silicio per la calibrazione fine del sistema. Si prevede la possibilità di inclinare tale contatore, costituito da uno o più fogli di Silicio di $6\mu\text{m}$ di spessore, di un angolo compreso fra 0° e 45° per presentare agli antiprotoni uno spessore variabile.

Il sistema di decelerazione ora descritto e riassunto in tabella 3.6 è stato utilizzato durante i primi "run" condotti al Cern.

La trasmissione di antiprotoni attraverso tutto il sistema di degrading così configurato, calcolata da Geant3, è indicata in figura 3.10 come funzione

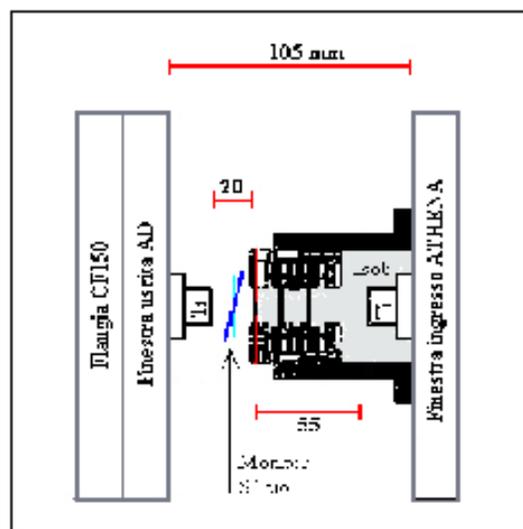


Figura 3.9: Geometria della camera a fili di ATHENA (PPAC)

dell'unico parametro libero del sistema, cioè dello spessore variabile del primo monitor di Silicio. Con un'energia iniziale degli antiprotoni di 5.33 MeV (100 MeV/c) si trova che il valore ottimale di tale spessore è $33 \mu\text{m}$. Questo valore corrisponde alla situazione in cui il numero di antiprotoni in uscita dal foglio di Alluminio è esattamente pari al 50% del numero di antiprotoni in ingresso a questo. L'errore su tale stima è valutato essere pari a circa $12 \mu\text{m}$. Lo spessore ottimale reale dovrebbe, quindi, essere compreso fra $10 \div 35 \mu\text{m}$, ma sarà accuratamente valutato solo sperimentalmente mediante rivelazione distruttiva del numero di ioni intrappolati al variare dell'inclinazione dei fogli di Silicio. Nelle prime prove con antiprotoni realizzate a Novembre non vi è stato sufficiente tempo per fare queste misure e trovare le condizioni di lavoro migliori.

Le traiettorie delle particelle all'interno del sistema sono ben visibili in figura 3.11, ottenuta dal tracciamento grafico del software Geant3, per la situazione di miglior compromesso tra le minime dimensioni radiali del bunch ed il massimo numero di antiprotoni.

	Materiale [μm]	Densità [g/cm^3]	Den. Sup. [g/cm^2]	Posizione [cm]
Finestra AD	Ti 12.7	4.54	0.0057658	-159.74
Cap aria	Aria 20 mm	0.0013	0.0026	-158.74
Monitor Silicio	Si 18 + 36	2.33	0.005592 [24 μm]	-157.7
PPAC	Mylar 63.5 Isob 55 mm	1.39 0.00039	0.008827 0.002145	-157.7/-152.3 -155.03
1 ^o Finestra ATHENA	Ti 12.7	4.54	0.0057658	-152.3
2 ^o Finestra ATHENA	Ti 12.7	4.54	0.0057658	-55.4
Elettrodo impulsato	Al 80	2.7	0.0216	-50.1
Densità totale:			0.0580614	

Tabella 3.6: Il sistema di decelerazione di ATHENA

Le caratteristiche degli antiprotoni che entrano nella trappola di cattura sono riassunte nelle figure 3.12, 3.13. La distribuzione radiale degli antiprotoni è descrivibile in termini di una gaussiana con σ pari a 2 mm: il 95% delle particelle sarà perciò contenuto entro un raggio pari a 4 mm, valore ragionevolmente ben inferiore alle dimensioni della trappola stessa (12.5 mm).

Un dato più incerto ottenibile dalla simulazione riguarda il numero assoluto di antiprotoni che emergono dall'ultimo spessore di Alluminio con energia inferiore a 15 KeV. Formalmente il programma Geant3 è dichiarato essere in grado di simulare correttamente fino ad energie pari a 10 KeV e si è quindi molto vicini al limite inferiore delle sue possibilità. Inoltre è opportuno ricordare che la corretta simulazione dell'interazione degli antiprotoni con la materia a valori di energia così bassi è alquanto incerta.

Ancora, è opportuno ricordare che il programma di simulazione opera su valori discreti di energia, con un passo di quantizzazione di almeno qualche KeV (all'incirca 10 KeV). Lo spettro dell'energia per valori inferiori a poche centinaia di KeV è molto poco accurato.

Un tipico spettro di energia delle particelle uscenti dal sistema di decelerazione ora descritto è mostrato in figura 3.13 ed è ben visibile sia l'effetto della discretizzazione in energia, sia la modesta probabilità di ottenere particelle

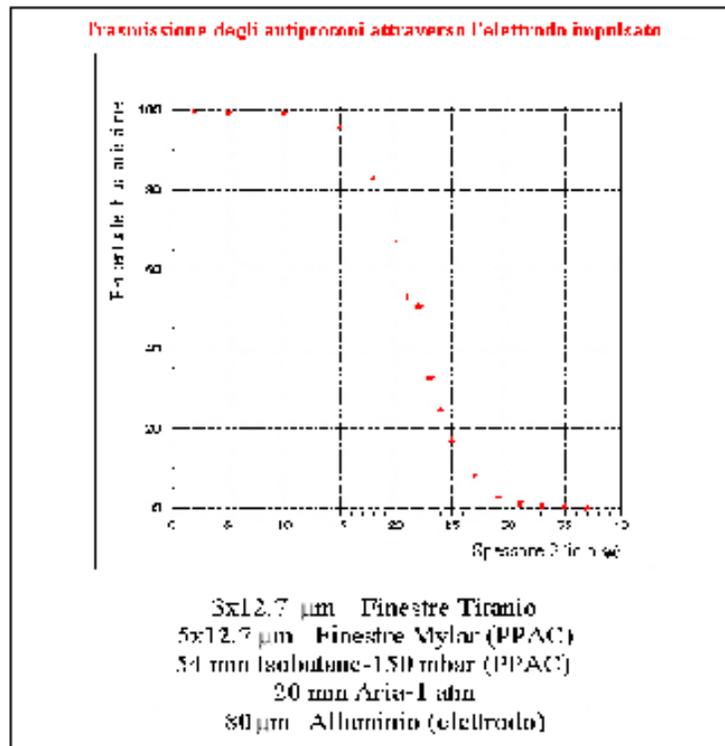


Figura 3.10: Percentuale di trasmissione degli antiprotoni attraverso l'ultimo foglio di decelerazione ($80\mu\text{m}$ Al) in funzione dello spessore del monitor di fascio in Silicio. Il 50% di trasmissione corrisponde ad uno spessore di $22\mu\text{m}$.

di bassa energia ($< 50\text{KeV}$).

Per cercare di "leggere" in modo approssimato ma razionale le indicazioni di tali grafici abbiamo proceduto in questo modo:

- abbiamo approssimato con un best-fit gli spettri ottenuti da Geant3 mediante una funzione gaussiana, introducendo così uno "smoothing" dei grafici originali;
- abbiamo poi calcolato l'area sottesa a tali curve nella regione tra 0 e 15

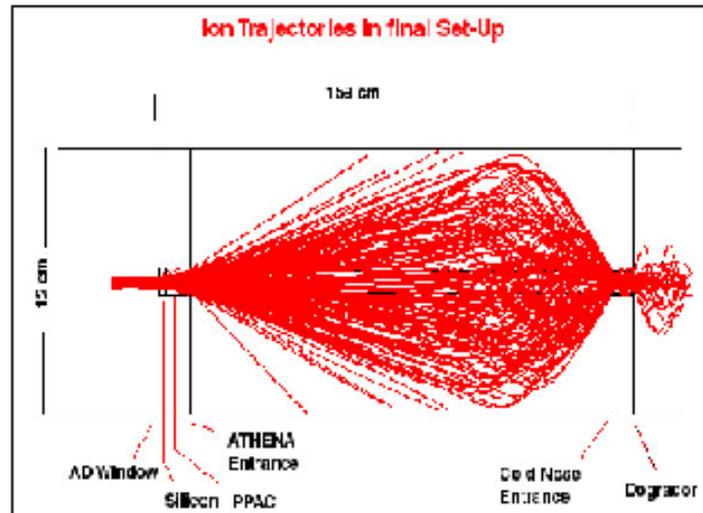


Figura 3.11: Traiettorie degli antiprotoni in ingresso all'apparato di ATHENA e disposizione delle finestre di decelerazione e dei monitor di fascio.

KeV ed abbiamo costruito il rapporto di tale valore con l'area totale per ottenere una indicazione della probabilità di avere in trappola una particella con energia inferiore a 15 KeV.

Il risultato di tali valutazioni è che l'efficienza del sistema di decelerazione studiato, come per altro è prevedibile, è piuttosto bassa e si aggira intorno a qualche %. Questo valore si riferisce alla situazione ideale, in cui non esiste alcuna perdita di particelle. Se invece si tiene conto delle perdite radiali, di cui si è già precedentemente discusso, l'efficienza di cattura si stima pari a qualche per mille. Ciò significa che per ogni bunch di 10^7 antiprotoni da AD entreranno nella trappola circa 10^4 particelle con energia sufficientemente bassa per essere catturati.

3.3.6 Simulazioni con altro codice

Per avere una conferma della validità dei risultati ottenuti sono state fatte, parallelamente ai calcoli appena descritti, alcune simulazioni con il program-

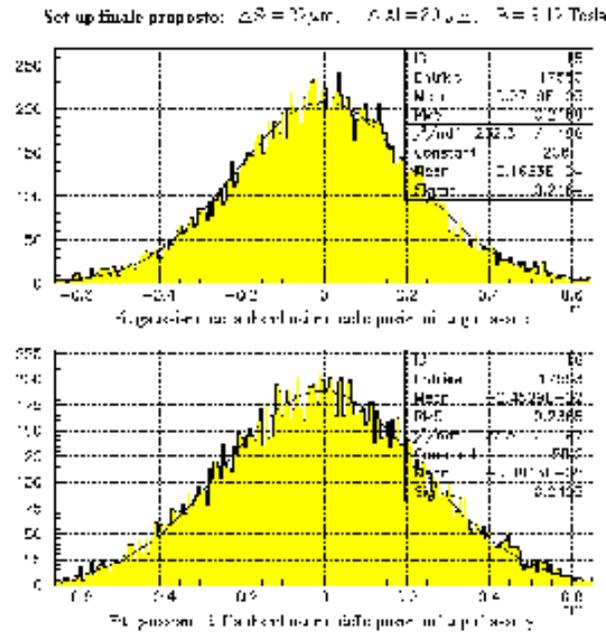


Figura 3.13: Distribuzione radiale degli antiprotoni (lungo le direzioni x ed y) dopo l'interazione con l'elettrodo di Alluminio.

ma SRIM3000, una versione aggiornata del noto programma TRIM. Questo software simula il processo di interazione fra particelle e materia (calcola lo spettro energetico, il numero di particelle trasmessa, ...), pur non essendo in grado di propagare il moto di una particella.

Con l'intera serie di spessori di decelerazione del sistema di ATHENA la percentuale di trasmissione degli antiprotoni in funzione dallo spessore del monitor iniziale di Silicio risulta in totale accordo (figura 3.15), entro l'errore di $12 \mu m$, con i risultati del codice Geant3.

A differenza del programma Geant3, TRIM 3000 utilizza solo dati relativi ai protoni. Poichè a causa dell'effetto Barkas, gli antiprotoni hanno valori di range più elevati rispetto ai protoni, cioè perdono meno energia a parità

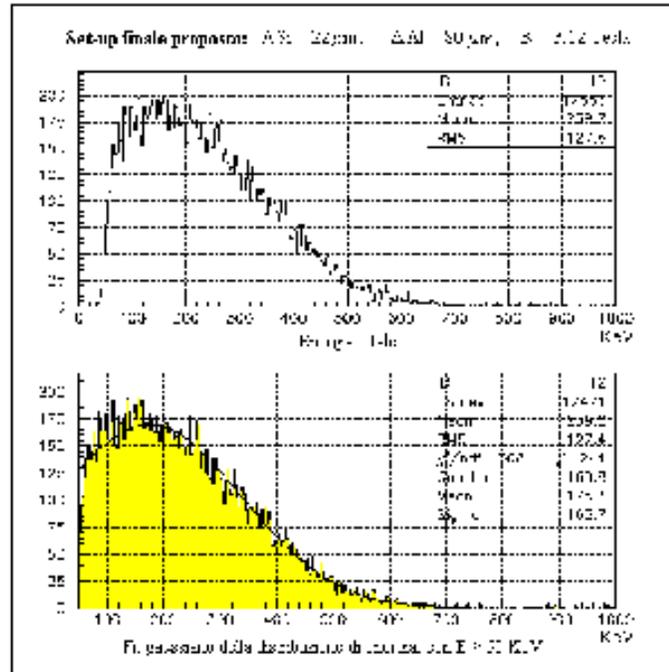


Figura 3.13: Spettro energetico degli antiprotoni dopo l'interazione con l'ultimo spessore: si noti il basso numero di eventi nella coda a bassissime energie ($E < 100$ KeV). Il secondo grafico mostra un fit gaussiano dello spettro, per energie superiori a 50 KeV.

di spessore, si devono correggere i risultati ottenuti in modo opportuno.

Un metodo possibile consiste nel ridefinire l'energia iniziale della particella come somma dell'energia reale di incidenza (5.33 MeV) e di un termine positivo correttivo.

Da un articolo di G. Gabriella [36] risulta che lo shift energetico correttivo dell'effetto Barkas per un fascio di antiprotoni di energia iniziale 5.9 MeV è pari a (194 ± 45) KeV: scalando questi valori ad un'energia di 5.33 MeV si trova uno shift pari a (175 ± 40) KeV.

La situazione è riassunta nella figura 3.15 dove la curva 0 KeV rappresenta il

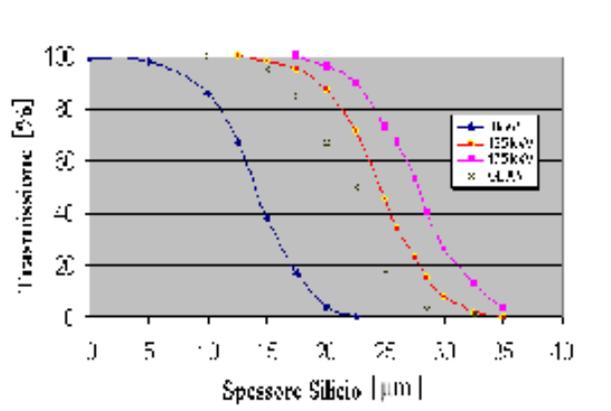


Figura 3.15: Percentuale di trasmissione degli antiprotoni attraverso il sistema di decelerazione di ATHENA ottenuta con programma SRIM2000: le varie curve corrispondono a correzioni diverse per includere l'effetto Barkas. È anche riportata la curva ottenuta con il software Geant3 (x).

me sperimentali è stato dimostrato che la coda a basse energie dello spettro degli antiprotoni trasmessi contiene un numero massimo di particelle quando la percentuale totale delle particelle trasmesse, integrata su tutte le energie e su tutti gli angoli, è all'incirca pari al 50% del numero di antiprotoni incidenti [38].

Una indicazione decisamente più dettagliata viene invece da una misura diretta dello spettro e della divergenza dei protoni prodotti dopo l'attraversamento di una targhetta spessa, che ne riduce quasi a zero l'energia iniziale [39]. La misura è stata effettuata con un fascio di protoni di energia iniziale di circa 3.5 MeV, diametro 3 mm ed intensità di 1000 ÷ 2000 protoni per secondo. È stata misurata la distribuzione energetica iniziale (con una risoluzione di 30 KeV) e l'energia dei protoni decelerati in funzione dell'angolo di scattering, utilizzando targhetta diverse (100/115µm Al, 50µm Pb, 240µm CH₂). In tutti i casi si trova una distribuzione di energia a campana, la cui larghezza ed il cui valor medio sono pressochè indipendenti dall'angolo di scattering, in una zona angolare ragionevolmente stretta: anche la distribuzione angolare ha una forma a campana.

L'accordo qualitativo e quantitativo con le previsioni numeriche da noi

elaborata è più che ragionevole.

Capitolo 4

Le trappole elettromagnetiche

Per poter formare atomi di anti-idrogeno a partire da antiprotoni e positroni è necessario avere a disposizione un numero sufficientemente elevato di queste antiparticelle, in quiete ed isolate¹. All'interno della collaborazione ATHENA la sezione di Genova si occupa dei soli antiprotoni: il sistema di decelerazione di cui si è appena discusso è solo il primo passo nella direzione di formazione di atomi di anti-idrogeno. La frazione di antiprotoni raffreddata fino ad energie inferiori a $10 \div 15$ KeV deve ora essere spazialmente confinata, prima di essere ancora decelerata fino ai valori di energia richiesti. Il confinamento della particella viene realizzato grazie a vere e proprie "gabbie" elettromagnetiche. Queste gabbie possono essere sia macroscopiche (si parla allora di trappole elettromagnetiche di Penning, Malmberg, Paul ...) che microscopiche (più conosciute come *atomi esotici*, [31]). In particolare, poiché nell'esperimento ATHENA si utilizza una trappola elettromagnetica macroscopica, nel seguito di questo lavoro ci si occuperà solo di questa.

4.1 La trappola di Malmberg

La soluzione più semplice per realizzare il confinamento tridimensionale di una nuvola di particelle cariche è adottata nella trappola elettromagnetica di *Malmberg* [40].

La geometria, cilindrica, è realizzata con tre elettrodi: un elettrodo centrale

¹La condizione di quiete ed isolamento non può mai essere raggiunta in senso assoluto, ci si limita ad una definizione operativa: energie inferiori a pochi μeV ed ambienti in alto vuoto, dove le interazioni con le molecole del gas di fondo sono minimizzate.

(ring), che copre tutta la lunghezza della trappola, e due elettrodi di "chiusura" (end caps): le dimensioni radiali della trappola sono usualmente molto minori della sua lunghezza. Una comune trappola di Malmberg è disegnata in figura 4.1.

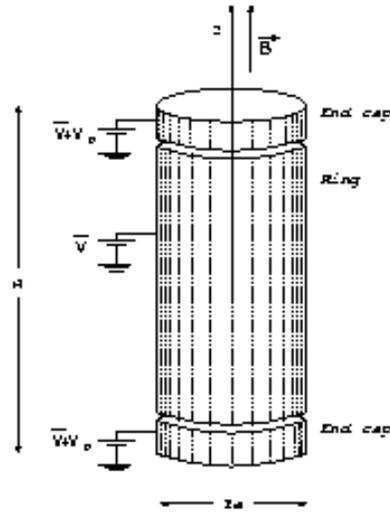


Figura 4.1: Geometria cilindrica di una trappola di Malmberg; si distinguono i due elettrodi di chiusura (end caps) e l'elettrodo centrale (ring).

Applicando una differenza di potenziale costante V_0 tra i due elettrodi di chiusura ed il ring si crea, a seconda del segno del potenziale applicato, una buca di potenziale per particelle cariche: il potenziale è un potenziale di confinamento quando il prodotto (qV_0) risulta positivo, cioè deve essere $V_0 > 0$ per "catturare" cariche positive e $V_0 < 0$ per cariche negative.

I valori di potenziale elettrostatico e di campo elettrico presenti in ogni punto interno alla trappola di cattura sono determinati, una volta fissate le condizioni al contorno, dall'equazione di Poisson (equazione differenziale alle derivate parziali di secondo grado: [41]).

Il problema ha simmetria cilindrica ($V(\rho, \theta, z) \Rightarrow V(\rho, z)$): utilizziamo allora il sistema di coordinate cilindriche e riscriviamo in questo sistema l'equazione di Poisson:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial V}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1)$$

con la condizione al contorno (consideriamo il calcolo, a titolo di esempio, per l'elettrodo di chiusura superiore):

$$\begin{cases} V(a, L) = V_0 \\ V(a, z) = 0 \end{cases} \quad \text{per } 0 \leq z < L \quad (4.2)$$

dove a è il raggio della trappola ed L la sua lunghezza. In base al principio di sovrapposizione, infatti, possiamo limitarci a determinare il potenziale ed il campo elettrico generati da uno solo dei due elettrodi di chiusura posto a potenziale V_0 costante, mentre gli altri due elettrodi sono a massa. La reale configurazione del campo interno alla trappola è data dalla sovrapposizione delle due soluzioni ottenute, rispettivamente per l'elettrodo superiore e per quello inferiore.

Si opera la separazione delle variabili: $V(\rho, z) = R(\rho) \cdot Z(z)$ e si ottiene come soluzione per il potenziale

$$V(\rho, \theta, z) = 2V_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(K_{0n}\rho) \sinh(K_{0n}z)}{J_1(K_{0n}a) \sinh(K_{0n}L)} \frac{1}{x_{0n}} \quad (4.3)$$

dove J_n sono le funzioni di Bessel di ordine n , x_{nm} i suoi zeri di ordine m e $K_{nm} = \frac{x_{nm}}{a}$. Per ricavare il campo elettrico è sufficiente calcolare le derivate parziali, cambiate di segno, del potenziale ora trovato.

Per avere una soluzione grafica dei campi risultanti, fissata la geometria del problema e le condizioni iniziali, ho scritto uno specifico programma. Questo, scritto in linguaggio Fortran, è stato previsto per una trappola cilindrica, di cui è possibile impostare raggio e lunghezza: inoltre è possibile sostituire il solo elettrodo centrale con più elettrodi, di lunghezza e potenziali diversi. A seconda del "passo" specificato dall'utente il programma suddivide il volume interno alla trappola in una griglia tridimensionale, ed in ogni punto di questa implementa l'algoritmo di calcolo sopra trovato e calcola il potenziale elettrostatico ed il campo elettrico relativi alle particolari condizioni al contorno imposta.

Utilizzando questo programma, per una trappola tipo Malmberg, si trova un campo elettrico interno nullo in tutta la regione centrale della trappola e di confinamento ai bordi, in corrispondenza dei due elettrodi di chiusura. I risultati ottenuti dal programma nel caso di una trappola specifica (si considera la trappola utilizzata nell'esperimento ATHENA²: 377.6 mm di lunghezza: 13.5 mm di raggio interno: elettrodi centrali collegati a massa ed elettrodi di chiusura HV_{LEFT} ed HV_{RIGHT} posti a potenziale -50 Volt) sono mostrati a titolo di esempio nelle figure 4.2 e 4.3.

²I dettagli relativi a questa trappola sono approfonditi nel seguito, in un paragrafo

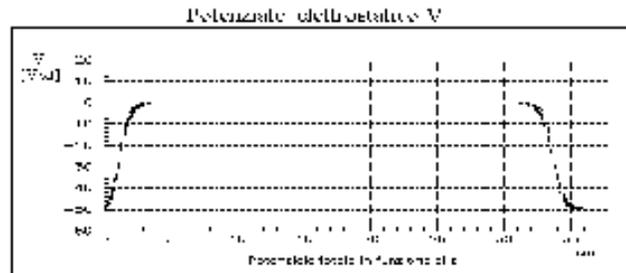


Figura 4.3: Configurazione del potenziale elettrostatico nel volume interno ad una particolare trappola di Malmberg, ottenuta con il programma di calcolo.

Nella regione centrale della trappola gli antiprotoni non sono soggetti ad alcuna forza elettrostatica e compiono un moto di drift, lungo l'asse z , alla loro velocità v_z : avvicinandosi ai bordi, dove c'è un forte potenziale repulsivo, la velocità assiale delle particelle inizia a decrescere, raggiunge il valore zero e cambia segno. Il moto assiale risultante è una oscillazione lungo l'asse z .

È immediato notare, tuttavia, che in presenza del solo campo elettrico le particelle non sono soggette ad alcuna forza di confinamento radiale e verrebbero velocemente perse per effetto del loro moto radiale. La soluzione utilizzata per garantire il confinamento anche in questa direzione consiste nell'introdurre un campo magnetico uniforme lungo l'asse z della trappola. Una particella di carica q e massa m , con velocità radiale v_r ed immersa in un campo magnetico $\vec{B} = B\hat{z}$ compie, sotto l'azione della forza di Lorentz $F = q\vec{v} \times \vec{B}$, un moto circolare uniforme (moto di ciclotrone) nel piano $x-y$ perpendicolare alla direzione del campo. La frequenza del moto è data da:

$$\omega_c = \frac{|qB|}{m} \hat{z} = \omega_c \hat{z} \quad (4.4)$$

dedicato

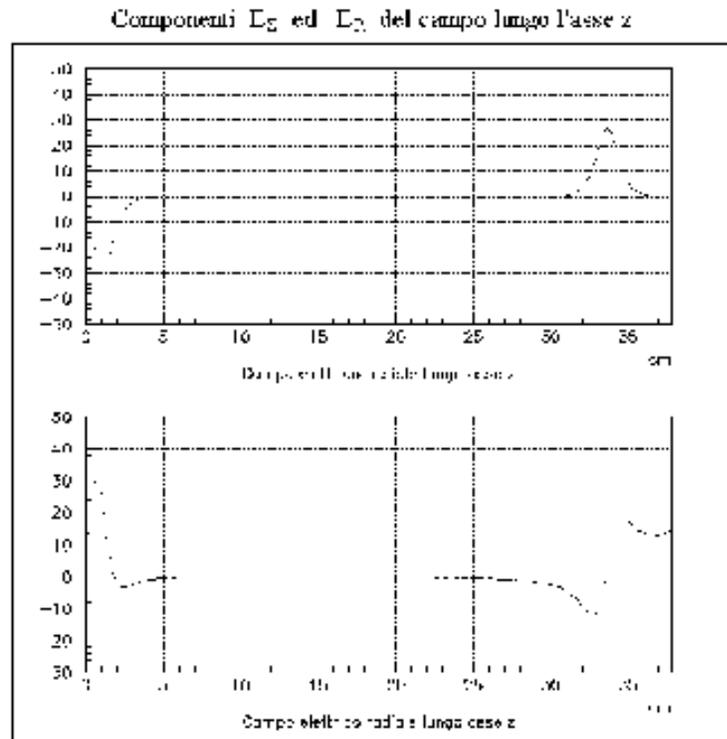


Figura 4.3: Configurazione del campo elettrico assiale e radiale nel volume interno ad una particolare trappola di Malmberg.

ed il raggio delle orbite di ciclotrone vale:

$$R_c = \frac{mv_r}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m}{q} E_r(\text{eV})} \quad (4.5)$$

Il moto complessivo di una particella carica, all'interno di una trappola di Malmberg, se si trascurano gli effetti di bordo approssimando il potenziale elettrico ad una buca rettangolare, è composto da un moto circolare nel piano perpendicolare al campo \vec{B} e da una traslazione uniforme avanti e indietro parallela a \vec{B} : la traiettoria è un'elica di raggio di curvatura R_c .

4.2 La trappola di Penning

La trappola di Malmberg appena descritta è sicuramente la più semplice realizzazione di trappola elettromagnetica di confinamento di particelle cariche. Dal punto di vista sia "speculativo" che pratico, tuttavia, spesso risulta più utile utilizzare un potenziale di confinamento armonico.

Una particella carica soggetta ad un potenziale armonico di confinamento compie un moto oscillatorio a frequenza ben definita, determinata dal potenziale applicato. Il "colloquio" bidirezionale fra il mondo esterno e le particelle in trappola avviene, quindi, a questa frequenza³ e l'hardware di acquisizione dei segnali provenienti dagli ioni o di elaborazione dei segnali di drive per gli ioni prevede l'utilizzo di filtri passabanda molto selettivi, con ovvi vantaggi in termini di rumore.

La situazione di confinamento ideale sarebbe, allora, una buca di potenziale armonica nelle tre dimensioni spaziali. Poiché verrà ora dimostrato che una simile situazione non è fisicamente realizzabile, ci si limita ad imporre un potenziale armonico lungo l'asse di simmetria (asse z) della trappola, caratterizzato da una componente di campo elettrico lungo quest'asse data da $E_z = -\frac{1}{s}z$.

Le componenti del campo elettrico generato dal potenziale lungo i tre assi devono ovviamente soddisfare le prime due equazioni di Maxwell. Si ottengono così le condizioni:

$$\begin{cases} \nabla^2 V = 0 & \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = -\frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{1}{s} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 & \rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \end{cases} \quad (4.6)$$

La scelta di una soluzione che soddisfi queste condizioni non è univoca: una possibilità è considerare nel piano x - y una trappola a simmetria radiale, imponendo:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial y} = \frac{\partial E_y}{\partial x} = 0 & \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{1}{2s} \end{cases} \quad (4.7)$$

Direttamente dalle equazioni di Maxwell si ottiene, quindi, che un potenziale elettrico armonico di confinamento lungo l'asse z equivale ad un potenziale di anticonfinamento nel piano radiale: a maggior ragione rispetto al caso di trappola di Malmberg, risulta indispensabile ricorrere ad un campo magnetico $\vec{B} = B\hat{z}$, in grado di dare luogo ad una forza radiale risultante complessivamente attrattiva.

³Le modalità di questo "colloquio" sono solamente accennate nel seguito di questo capitolo.

La forma esplicita del potenziale da generare è:

$$V(x, y, z) = \frac{k}{4q}(x^2 + y^2 - 2z^2) \quad (4.8)$$

Avendo imposto la simmetria radiale nel piano x - y conviene esprimere $V(x, y, z)$ in coordinate cilindriche:

$$V(\rho, \theta, z) = \frac{k}{4q}(\rho^2 - 2z^2) \quad (4.9)$$

Un potenziale di questo tipo può essere ottenuto con una trappola formata da tre elettrodi sagomati a forma di iperboloidi di rotazione, in modo da seguire le superfici equipotenziali del potenziale di quadrupolo $V(\rho, \theta, z)$. Fra i due elettrodi di chiusura (*End caps*) e l'elettrodo centrale (*Ring*) si applica una differenza di potenziale costante e pari a $V_0 = V_{\text{endcap}} - V_{\text{ring}}$. Una simile trappola, schematizzata in figura 4.4, è una trappola di *Penning* ideale [42, 43].

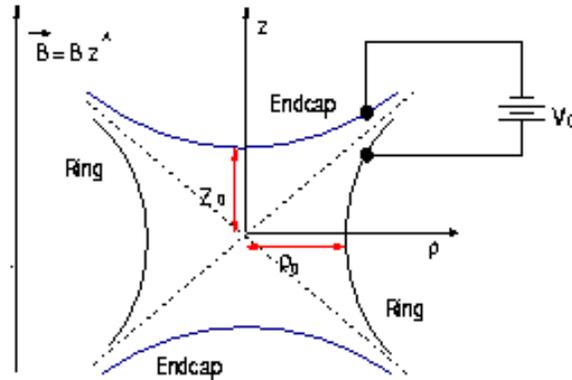


Figura 4.4: I tre elettrodi, assialmente simmetrici, utilizzati per creare il potenziale di quadrupolo dell'equazione 4.9. Le linee tratteggiate rappresentano gli asintoti dell'iperbole di rotazione.

Le equazioni che descrivono la geometria spaziale degli elettrodi, nel sistema di coordinate introdotto in figura 4.4, sono:

$$\begin{cases} \text{Ring} : & z^2 = \frac{1}{2}(\rho^2 - \rho_0^2) \\ \text{Endcaps} : & z^2 = z_0^2 + \rho^2/2 \end{cases} \quad (4.10)$$

Le costanti z_0 e ρ_0 definiscono la geometria della trappola. Imponendo che il potenziale nell'equazione 4.9 soddisfi le condizioni al contorno:

$$\begin{cases} V(0, \theta, z_0) = -\frac{V_0}{2} & \text{da cui: } \frac{1}{2z_0} z_0^2 = -\frac{V_0}{2} \\ V(\rho_0, \theta, 0) = \frac{V_0}{2} & \text{da cui: } -\frac{1}{4\rho_0} \rho_0^2 = \frac{V_0}{2} \end{cases} \quad (4.11)$$

e definendo il parametro d , che dipende dalla geometria della particolare trappola elettromagnetica considerata, come:

$$d^2 = \frac{1}{2}(z_0^2 + \rho_0^2/3) \quad (4.12)$$

si può esprimere il potenziale V in funzione di questo parametro. Dalle due precedenti condizioni si ottiene infatti: $k = -\frac{2V_0}{3d^2}$, che sostituito nella 4.9 diventa:

$$V(\rho, \theta, z) = -\frac{V_0}{4d^2}(2z^2 - \rho^2) \quad (4.13)$$

Le componenti del campo elettrico generato da un simile potenziale di quadrupolo sono:

$$E_z = -\frac{V_0}{2d^2}z; \quad E_\rho = \frac{V_0}{2d^2}\rho \quad (4.14)$$

La forza esercitata dal campo elettrico sulla particella di carica q è una forza di richiamo, tipo forza elastica quando il prodotto qV_0 risulta positivo: il moto assiale è un'oscillazione armonica lungo l'asse z del campo. Se il prodotto qV_0 fosse negativo la forza esercitata sarebbe repulsiva e basterebbe un minimo disturbo per allontanare indefinitamente una particella in quiete posta nell'origine delle coordinate. Per confinare delle cariche negative lungo l'asse z è allora necessario avere $V_0 < 0$, cioè: $V_{\text{endop}} < V_{\text{ring}}$.

L'equazione del moto assiale di una particella carica è: $\ddot{z} + \omega_z^2 z = 0$ e la frequenza del moto risulta pertanto:

$$\omega_z^2 = \frac{qV_0}{md^2} \quad (4.15)$$

Nel piano perpendicolare all'asse z il confinamento della particella viene assicurato dalla presenza di un campo magnetico uniforme lungo l'asse z : $\vec{B} = B\hat{z}$. Se l'unico responsabile del confinamento fosse tale campo magnetico, il moto della particella in un piano radiale sarebbe un puro moto di ciclotrone a frequenza:

$$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

Dalla struttura del potenziale di quadrupolo $V(\rho, \theta, z)$ deriva però che la componente radiale repulsiva del campo elettrico \vec{E} si somma alla forza

dovuta al campo magnetico e contribuisce a determinare il moto radiale delle particelle. Nella condizione in cui la forza repulsiva non supera in modulo la forza magnetica, il moto radiale è ancora confinato ed è descritto dall'equazione

$$m\ddot{\rho} = q \left[\vec{E} \cdot \hat{\rho} + \dot{\rho} \times \vec{B} \right] \quad (4.16)$$

Questa equazione, espressa in funzione delle due frequenze caratteristiche del moto di ciclotrone e del moto assiale, si può riscrivere come:

$$\ddot{\rho} = \frac{q}{m} \left[\left(\frac{V_0}{2dE} \right) \rho + B\dot{\rho} \right] = \frac{1}{2}\omega_z^2 \rho + \omega_c \dot{\rho} \quad (4.17)$$

La soluzione $\rho(t)$ di questa equazione differenziale di secondo grado è:

$$\rho(t) = \rho_{0n} e^{-j\omega_n t} + \rho_{0c} e^{-j\omega_c' t} \quad (4.18)$$

dove le variabili ω_c' , ω_n utilizzate sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_n = -\frac{q}{|q|} \left(\frac{\omega_c}{2} - \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}} \right) \\ \omega_c' = -\frac{q}{|q|} \left(\frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}} \right) \end{array} \right. \quad (4.19)$$

Nel limite $V_0 \rightarrow 0$ (cioè assenza del potenziale di quadrupolo) si ha $\omega_n \rightarrow 0$ e $\omega_c' \rightarrow -\frac{q}{|q|}\omega_c$: il moto radiale si riduce al puro moto di ciclotrone dovuto al campo magnetico \vec{B} .

Il primo termine nella 4.18 è il moto $\vec{E} \times \vec{B}$ di drift del centro di guida del moto di ciclotrone (*moto di magnetron*): il secondo è ancora un moto di ciclotrone, ma ad una frequenza ω_c' , determinata anche dalla componente radiale del campo elettrico \vec{E} . Il moto di una particella nel piano radiale è quindi la sovrapposizione di due moti circolari uniformi, a frequenza e con raggi diversi, come si vede in figura 4.5.

Per un antiprotone confinato in una trappola di Penning ideale con un campo magnetico assiale di 3 Tesla, il moto caratterizzato dal più alto valore di frequenza è il moto di ciclotrone: il suo valore è all'incirca 50 ÷ 100 MHz. Per il moto assiale tipici valori di frequenza ω_z sono dell'ordine di 1 ÷ 5 MHz: il moto di magnetron è invece il moto a frequenza minore, intorno a 10 ÷ 100 kHz. Si ha la gerarchia: $\omega_n \ll \omega_z \ll \omega_c$.

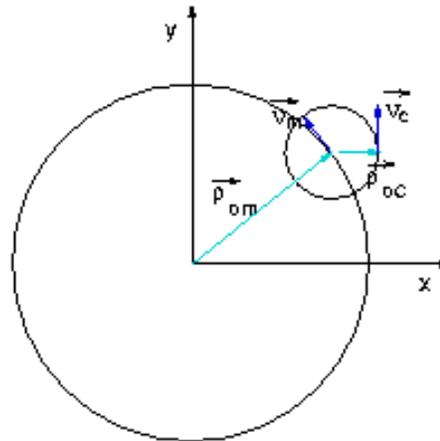


Figura 4.5: Proiezione del moto di uno ione in una trappola di Penning nel piano radiale x - y : il moto è la sovrapposizione di un moto circolare di magnetron e di un moto di ciclotrone.



Figura 4.6: Proiezione sul piano radiale del moto di una particella carica in una trappola elettromagnetica di Penning (sovrapposizione del moto di magnetron e del moto di ciclotrone) e moto totale risultante (dove si tiene conto anche dell'oscillazione assiale).

4.3 La trappola di ATHENA

La trappola elettromagnetica utilizzata nell'esperimento ATHENA per il confinamento degli antiprotoni freddi, interamente progettata e realizzata a Genova, è tecnicamente chiamata *variante di Penning-Malmberg* alla trappola di Penning ideale.

In questo tipo di trappola viene abbandonata la geometria degli elettrodi ad iperboloidi di rotazione e si utilizza una geometria cilindrica: la struttura è identica a quella della trappola di Malmberg, salvo per il fatto che l'unico elettrodo cilindrico centrale è ora sostituito da più elettrodi (tipicamente almeno sette). Il potenziale elettrostatico di confinamento nella regione centrale della trappola è tuttavia ancora un potenziale armonico, tipo trappola di Penning ed è ottenuto con un'opportuna scelta del numero di elettrodi cilindrici utilizzati, della loro lunghezza e dei potenziali a questi applicati.

In particolare la trappola di Genova è costituita da dodici elettrodi cilindrici di Alluminio dorato. Il raggio interno della trappola è 13.5 mm e la sua lunghezza è 377.6 mm: anche per questa trappola, come nel caso della trappola di Penning ideale, si può definire un parametro d , legato alla geometria della struttura, che nel nostro caso vale $d = 1.71 \cdot r_0 = 23.5 \text{ mm}$.

Via software è possibile applicare valori arbitrari di energia potenziale a tutti gli elettrodi. In particolare:

- sette elettrodi (Ring, CPM1L, CMP2L, CMP3LA, CMP1R, CMP2R, CMP3RA⁴) sono utilizzati per costruire la regione centrale di potenziale armonico. L'elettrodo centrale (Ring) è ulteriormente suddiviso in quattro settori);
- alcuni elettrodi, posizionati ai bordi della regione centrale armonica (due a destra - CMP3RE, CMP3RC - ed uno a sinistra - CMP3LE), sono utilizzati durante le operazioni di "manipolazione" e trasferimento degli antiprotoni;
- i due elettrodi di "chiusura" sono gli elettrodi HVL e HVR, a cui sono applicate le alte tensioni per il confinamento assiale degli antiprotoni. Sull'elettrodo HVL è montato il foglio da 80 μm di Alluminio dorato che costituisce l'ultimo spessore del sistema di decelerazione della particella

⁴si fa riferimento alla notazione utilizzata nel disegno tecnico della trappola di cattura, in figura 4.7.

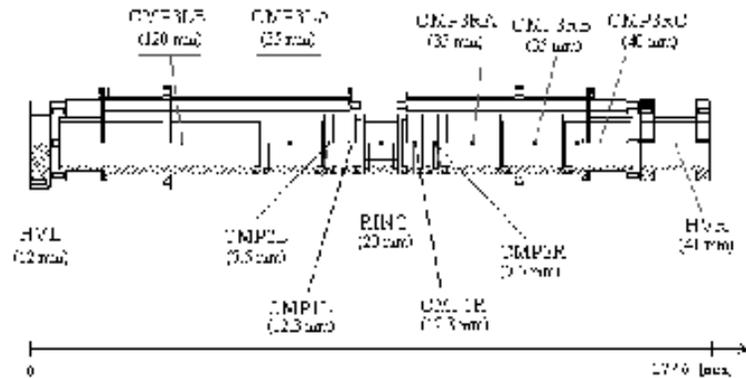


Figura 4.7: Disegno tecnico della trappola di cattura degli antiprotoni, progettata a Genova.



Figura 4.8: Foto della trappola di cattura di ATHENA prima della sua installazione.

Solo i sette elettrodi centrali sono utilizzati per realizzare il potenziale armonico di confinamento: la loro lunghezza, ed i valori di potenziale da applicare a questi sono il risultato di una accurata ottimizzazione della qualità della regione armonica [44]. I valori risultanti sono elencati in tabella 4.1, in funzione del potenziale applicato V_0 e del raggio della trappola r_0 .

Confinando particelle cariche aventi numero di massa 100 in una trappo-

Elettrodo	V_i/V_0	l_i/r_0
1) Upper endcap	0	4.00
2) Upper correction electrode 2	0.34	0.45
3) Upper correction electrode 1	0.83	0.83
4) Ring electrode	1.00	1.19
5) Lower correction electrode 1	0.83	0.83
6) Lower correction electrode 2	0.34	0.45
7) Lower endcap	0	4.00
Raggio trappola r_0 :		13.5 mm
Potenziale applicato V_0 :		50 Volt

Tabella 4.1: Lunghezze l_i e potenziali V_i degli elettrodi cilindrici della trappola di Penning realizzata a Genova, normalizzati in funzione del raggio r_0 della stessa e del potenziale V_0 applicato.

la di Penning-Malmberg a sette elettrodi, di raggio interno $r_0 = 30$ mm, con un potenziale applicato $V_0 = 10$ Volt ed immersa in un campo magnetico uniforme $Bz = 5$ Tesla (tipiche condizioni sperimentali di lavoro) si trova che la massima variazione percentuale della frequenza del moto assiale degli ioni, causata dall'anarmonicità del potenziale centrale, è: $\Delta\nu/\nu < 10^{-6}$. Nel caso della trappola di ATHENA non è ancora stata misurata sperimentalmente l'accuratezza del potenziale armonico, ma si stimano valori percentuali dello stesso ordine di grandezza.

Utilizzando il programma di calcolo a cui si è già accennato con i dati specificati in tabella 4.1, relativi alla trappola di ATHENA, si ottiene la configurazione di campo elettrico e di potenziale elettrostatico mostrata nelle figure 4.9 e 4.10, in cui si riporta la sola regione centrale, armonica, della trappola.

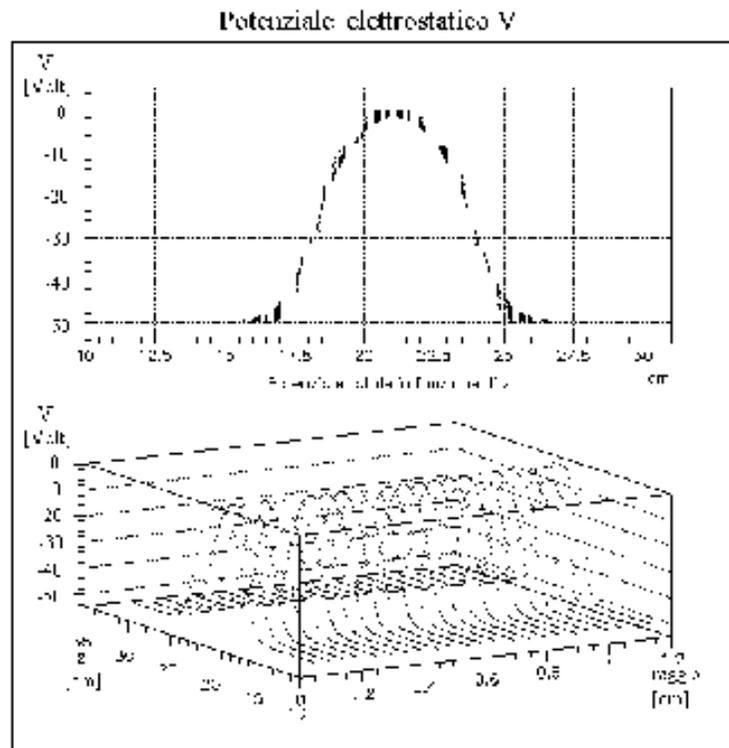


Figura 4.9: Configurazione del potenziale elettrostatico nel volume interno alla trappola di Genova, ottenuta con il programma di calcolo.

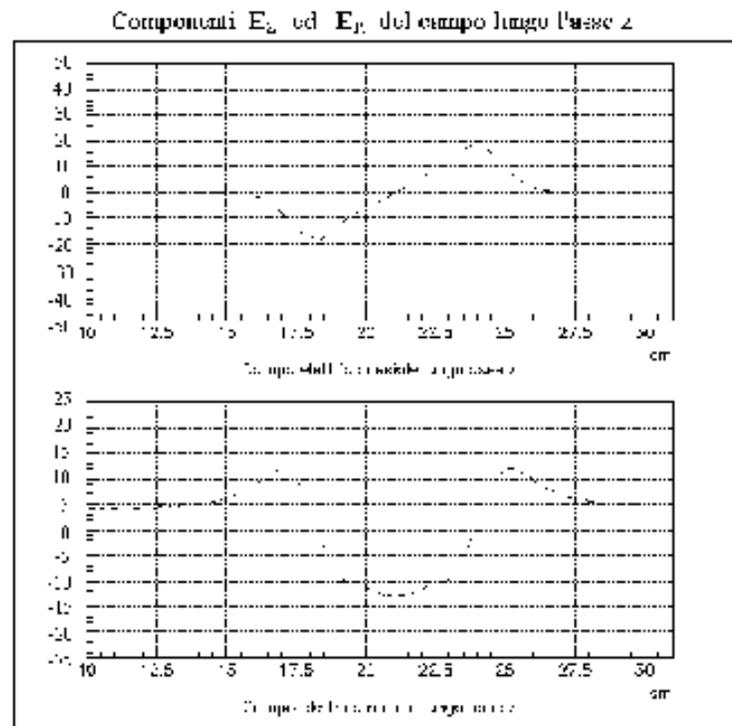


Figura.4.10: Configurazione del campo elettrico assiale e radiale nel volume interno alla trappola di Genova.

Capitolo 5

Dinamica di cattura degli antiprotoni in trappola

Nel capitolo precedente sono state discusse le diverse tecniche di confinamento di particelle cariche con trappole elettromagnetiche macroscopiche ed è stato chiarito che, in particolare, l'esperimento ATHENA utilizza una trappola di Penning-Malmberg.

Gli antiprotoni freddi che hanno attraversato il sistema di decelerazione ed hanno energie inferiori a $10 \div 15$ KeV, tuttavia, non possono direttamente incontrare la configurazione di campo elettrico che dà luogo al potenziale di confinamento desiderato: affinché gli ioni vengano stabilmente intrappolati occorre che la trappola sia "aperta" al loro arrivo e venga successivamente "chiusa" non appena gli antiprotoni sono entrati nella regione utile della trappola.

Ciò si realizza con una precisa tempistica e variando opportunamente la configurazione del potenziale e del campo elettrico interni alla trappola, nel modo seguente. La trappola, prima dell'arrivo degli antiprotoni da AD, viene preparata con tutti gli elettrodi a potenziale zero, ad eccezione dell'elettrodo più lontano dal punto di ingresso (HVR) che viene portato ad un potenziale negativo pari a (-15 KeV). Con tale disposizione delle tensioni quando gli antiprotoni cominciano a fluire attraverso HVL non sono soggetti ad alcuna forza e proseguono nel loro moto, attraversando l'intera trappola di cattura. In prossimità di HVR iniziano però a sentire una forza repulsiva che inverte la direzione del loro moto. Prima che abbiano riattraversato per la seconda volta la trappola ed inizino ad uscire dall'elettrodo HVL di ingresso viene applicato a questo un potenziale tale (-15 KeV) da chiudere la buca. Gli antiprotoni di energia inferiore ai 15 KeV sono così confinati

assialmente. Il campo magnetico provvede al confinamento radiale.

Antiproton Capture and Cooling

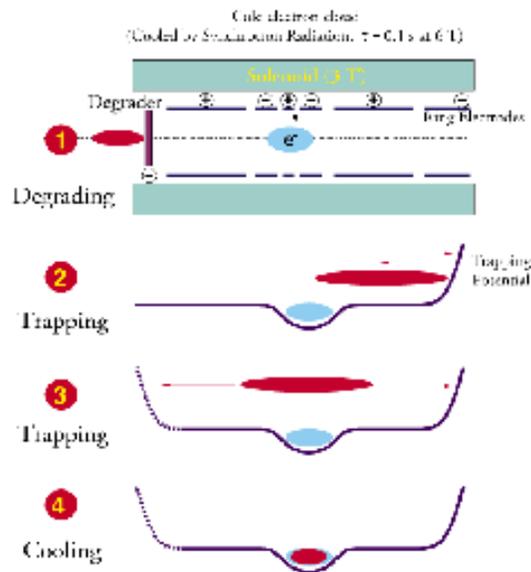


Figura 5.1: Dinamica di cattura degli antiprotoni.

La tempistica dell'applicazione dei potenziali all'elettrodo HVL deve essere calcolata in modo preciso: l'intervallo temporale che intercorre fra l'ingresso dei primi antiprotoni del bunch in trappola e l'applicazione dell'alta tensione all'elettrodo HVL deve essere tale da consentire a tutto il bunch di entrare nella trappola (il fascio è temporalmente sparpagliato su un intervallo temporale di lunghezza pari a circa 200 ns), ma deve evitare che in questo tempo i primi ioni attraversino la trappola, siano riflessi ed escano dall'elettrodo HVL, ancora a potenziale nullo.

Gli antiprotoni che hanno attraversato l'elettrodo di Alluminio di ingresso alla trappola e che possono essere confinati nella buca di potenziale hanno

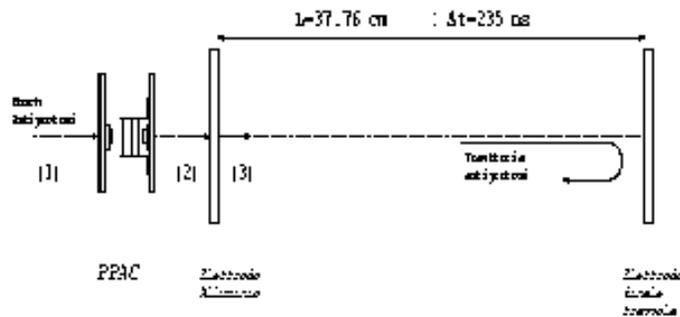


Figura 5.3: Dinamica di cattura degli antiprotoni.

un'energia cinetica massima pari a 15 KeV, che equivale ad una velocità di $(1.7 \cdot 10^8 \text{ cm/s})$. Essendo la lunghezza totale della trappola 37.76 cm, il tempo impiegato dagli ioni più energetici ad attraversarla è 235 ns. Il tempo massimo che può trascorrere fra l'ingresso delle prime particelle nella trappola e l'applicazione dei 15 KeV all'elettrodo HVL risulta quindi 470 ns e dunque notevolmente più lungo dello sparpagliamento temporale del bunch.

Per rispettare la corretta tempistica nell'operazione di cattura degli antiprotoni si utilizza un opportuno circuito di gestione dei segnali [45]. Il circuito che ho messo a punto e su cui ho eseguito alcuni tests di verifica utilizza:

- un segnale di trigger sincrono con l'ingresso degli antiprotoni all'interno della trappola di cattura o con qualche altro evento facilmente correlabile, in termini temporali, con quest'ultimo;
- un interruttore elettronico che abiliti e disabiliti l'alta tensione sull'elettrodo di ingresso HVL (High Voltage Pulser);
- una logica circuitale che gestisca il segnale di trigger e l'abilitazione delle alte tensioni con i dovuti ritardi e la corretta temporizzazione e che riduca, per quanto possibile, gli errori dovuti a segnali spuri.

Un segnale elettrico sincrono con l'invio del fascio di antiprotoni sulle linee di uscita DE è fornito dalla stessa macchina AD: la prima idea, naturalmente, è stata di impiegare questo come segnale di trigger. Per evitare rischiose perdite di particelle nella fase di cattura è però indispensabile una precisa

valutazione dei ritardi dei segnali utilizzati. Il segnale di sincronismo proveniente da AD viene generato nella "control room" di AD, cioè nella sala in cui lavorano gli operatori della macchina ed è, in questa prima fase, sotto il loro diretto controllo. Basterebbe allora che un operatore cambiasse un cavo di collegamento (variandone la lunghezza) sul circuito relativo al segnale di trigger per rischiare di perdere anche alte percentuali di antiprotoni. Per questa ragione si è preferito utilizzare il segnale di sincronismo costituito dalle annichilazioni degli antiprotoni del fascio incidente più debolmente foccheggiati (aloni del fascio), che si annichilano subito sui supporti meccanici del sistema.

Esternamente alle prime due finestre di decelerazione ed alla camera a fili (PPAC), in posizione laterale rispetto all'asse del fascio, sono posizionati degli scintillatori plastici (NE110) per la rivelazione di tali annichilazioni. Il segnale luminoso prodotto da queste annichilazioni è convertito in segnale elettrico con un ritardo non superiore a pochi ns da alcuni fotomoltiplicatori e può essere validamente usato come segnale di trigger. In uscita dalla camera a fili l'energia media delle particelle è $3.5 \div 4$ MeV (velocità di $3 \cdot 10^8$ cm/s) e la distanza fra la PPAC e l'elettrodo di Alluminio HVL è circa un metro: gli antiprotoni entrano nella trappola di cattura dopo circa $30 \div 40$ ns dal segnale proveniente dagli scintillatori (in realtà bisogna tener conto anche dei ritardi introdotti dai cavi).

La tensione dell'elettrodo HVL è pilotata da un interruttore (High Voltage Pulser HTS301, Behlka Electronic GmbH) che attiva o disattiva la connessione con un generatore di alta tensione. Lo "switch" viene comandato dall'esterno da un segnale TTL, che apre o chiude l'interruttore. È ovviamente fondamentale tenere conto dei tempi caratteristici (*delay time*, *rise time* e *decay time*) di tale dispositivo [46].

I valori misurati dei tempi caratteristici dello "switch", la cui definizione è data in figura 5.3, risultano:

- Delay time: 175 ns
- Rise time: 100 ns
- Decay time: 5 ns

Fra l'arrivo del segnale TTL di chiusura dello switch e l'istante di tempo in cui il potenziale dell'elettrodo HVL raggiunge il 90% di 15 kV trascorrono allora 275 ns: tempo di cui bisogna tener conto nei calcoli. Poiché gli antiprotoni entrano nella trappola di cattura $30 \div 40$ ns dopo il segnale prodotto dagli scintillatori è necessario inserire, fra la nascita del segnale e l'arrivo di

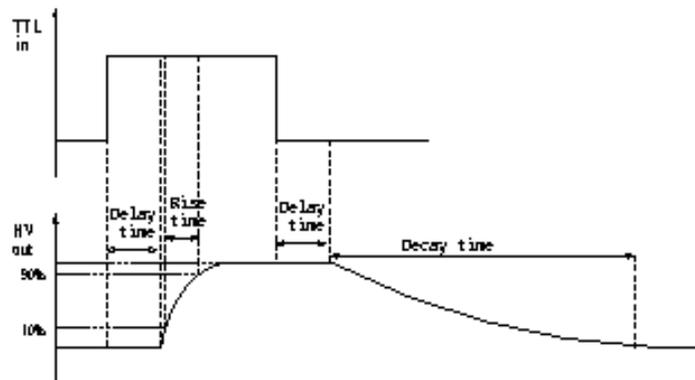


Figura 5.3: Tempi caratteristici dallo "switch" per le alte tensioni.

questo allo switch dell'alta tensione, un ritardo non superiore a $(470 - 375 + 30) \text{ ns} = 225 \text{ ns}$.

Un opportuno circuito di condizionamento viene pertanto inserito fra l'uscita dei fotomoltiplicatori e lo switch ed i suoi compiti sono:

- trasformare il segnale elettrico in uscita dai fotomoltiplicatori in un segnale elettrico standard (TTL) in grado di pilotare lo switch;
- introdurre il giusto ritardo richiesto (inferiore a 255 ns) fra il segnale delle annichilazioni e l'arrivo dell'abilitazione dell'alta tensioni all'interruttore;
- mediante opportuna logica, evitare l'attivazione dello switch da parte di segnali di trigger spuri sincronizzando la possibilità di attivarsi dell'interruttore con i segnali di trigger provenienti da AD.

Lo schema del circuito in questione è riprodotto in figura 5.4 e la logica utilizzata è la logica NIM/TTL¹.

Il segnale dagli scintillatori entra in un discriminatore (631 AL) ed in corrispondenza del suo fronte di salita viene generato un impulso NIM. Contemporaneamente l'impulso proveniente da AD viene inviato ad uno "shaper" che produce un segnale di uscita sincrono con il fronte di salita di questo,

¹Per la logica NIM il livello logico alto si ha per tensioni $V < -0.6 \text{ Volt}$, mentre il livello basso per $V < 0 \text{ Volt}$.

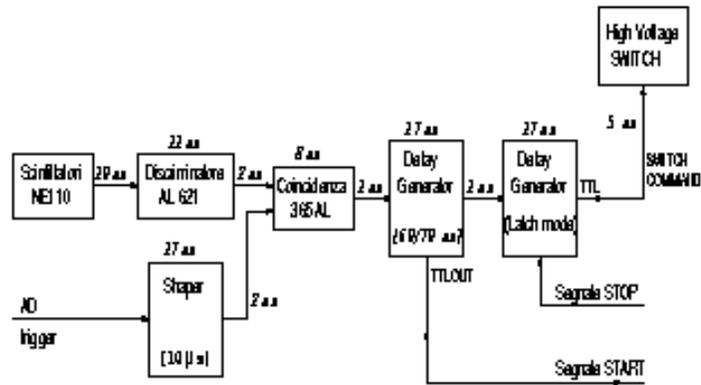


Figura 5.4: Schema circuitale del modulo di condizionamento del segnale in uscita dai fotomoltiplicatori.

ma di durata molto maggiore (l'impulso da AD dura circa 100 ns, questo nuovo segnale una decina di μs).

Entrambi questi segnali (uscita del discriminatore ed uscita dello shaper) sono inviati, come ingressi, ad una coincidenza. L'uscita di tale modulo è alta solo se entrambi gli ingressi sono alti: l'uscita dello shaper, quando è inattivo, è utilizzata, cioè come veto per impedire che segnali di trigger spuri che nascono al di fuori di $10\mu\text{s}$ dall'impulso di AD possano causare problemi. In uscita dalla coincidenza il ritardo accumulato dal segnale dei fotomoltiplicatori, tenendo conto sia della lunghezza dei cavi che dei ritardi interni dei singoli moduli, vale 30 ns.

Il segnale è ora inviato ad un "delay generator", che genera un impulso NIM ritardato di un intervallo di tempo variabile rispetto all'ingresso. Questo tempo è attualmente $60 \div 70$ ns: il ritardo fra arrivo degli antiprotoni ed istante di chiusura della trappola è tuttavia considerato un parametro variabile (sarà ottimizzato mediante verifiche sperimentali) e verrà modificato variando questo intervallo di tempo.

L'uscita TTL di questo modulo è inviata sia come segnale di START al software di acquisizione, dove viene utilizzata per attivare un clock, sia ad un "latch" che transisce allo stato alto ed invia così al High Voltage Pulsar il trigger che lo attiva.

Una delle operazioni implementate dal software di acquisizione consente di programmare il tempo di confinamento degli antiprotoni nella buca di po-

tenziale: il segnale di START attiva un clock, allo scadere del tempo programmato il software genera un impulso TTL (segnale di STOP) che viene inviato, come secondo ingresso, al terzo delay generator, che funziona in modo "latch". L'uscita TTL di quest'ultimo modulo ("switch command"), ben graficata in figura 5.5, è il segnale che pilota lo switch della alta tensione: un segnale "alto" significa interruttore aperto, un segnale "basso" significa interruttore chiuso (cioè alte tensioni applicate ai due elettrodi di chiusura HVL, HVR). Il modulo "latch", quindi, ha due ingressi ed una uscita, e la sua logica di funzionamento è: l'uscita va alta in corrispondenza del fronte di salita del primo segnale di ingresso (uscita del secondo delay generator) e rimane alta fino a che non si ha una transizione basso-alto anche sul secondo ingresso (segnale di STOP).

Il segnale di chiusura dello switch ed abilitazione dell'alta tensione sull'elettrodo HVL arriva, allora, $(10+11+1+8+1+17+70+1+17+5-30) = 111$ ns dopo l'ingresso delle particelle nella trappola (ben inferiore al limite massimo di 225 ns): 275 ns dopo l'elettrodo HVL ha stabilmente raggiunto il valore di regime, 15 KV. Il tempo totale fra l'arrivo dei primi antiprotoni in trappola e la chiusura della buca di potenziale è $(111 + 275) = 386$ ns, che rispetta il limite superiore di 470 ns.

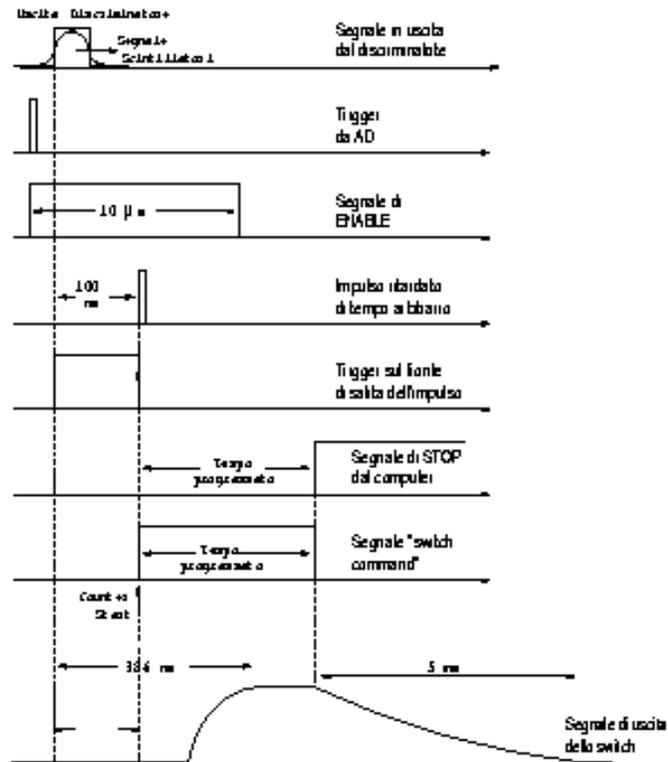


Figura 5.5: Tempistica dei segnali prodotti dal circuito di trigger delle alte tensioni

Capitolo 6

Processi di raffreddamento degli antiprotoni

Gli esperimenti di spettroscopia laser e gli studi gravitazionali sull'anti-idrogeno richiedono la possibilità di operare con nuvole di particelle cariche (antiprotoni \bar{p} e positroni e^+) spazialmente confinate e raffreddate a bassissime temperature. Esistono diversi processi che portano alla formazione di atomi di anti-idrogeno, i principali sono:

- 1) il processo di ricombinazione spontanea ([47],[48]):
$$e^+ + \bar{p} \Rightarrow \bar{H} + h\nu, :$$
- 2) il processo di ricombinazione a tre corpi ([49]):
$$\bar{p} + e^+ + e^+ \rightarrow \bar{H} + e^+$$

In entrambi i casi per ottenere uno stato legato di un antiprotona con un positrone è necessario che le due nuvole di antiparticelle si sovrappongano spazialmente: da qui la ovvia necessità di confinare le due nuvole di carica.

La sezione d'urto dei due processi, inoltre, dipende dall'energia cinetica dei positroni nel sistema del centro di massa degli antiprotoni e quando si lavora con un gas di positroni freddi (con energia cinetica inferiore a ≈ 10 meV) e ad alta densità ($n_{e^+} > 10^6$ cm⁻³) è il secondo processo a dominare. È stato dimostrato [50] che il rate di questo processo, nel caso di una distribuzione maxwelliana delle velocità dei positroni, è espresso, in funzione della temperatura T e della densità n_{e^+} dei positroni, dalla 6.1:

$$\alpha(T) = 2.7 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1} n_{e^+} \left(\frac{1}{kT/eV} \right)^{4.5} \quad (6.1)$$

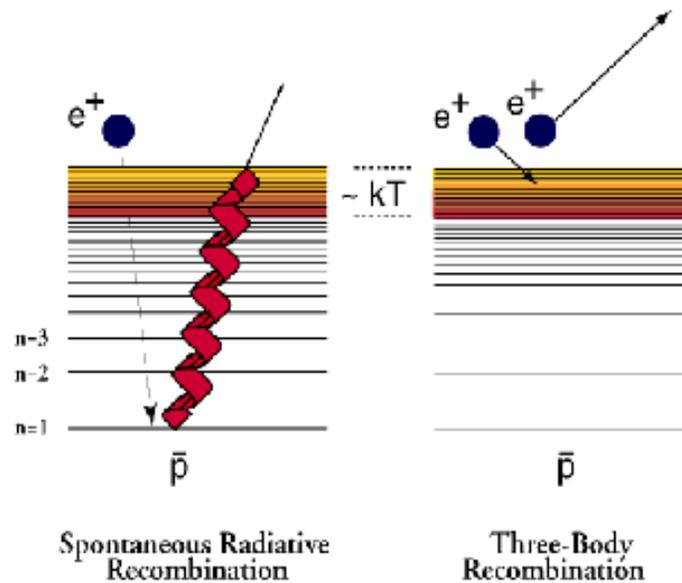


Figura. 6.1: Schema dei due principali processi di formazione di anti-idrogeno: ricombinazione spontanea e ricombinazione a tre corpi.

A densità costante ed al variare della temperatura dei positroni da 300 Kelvin a 4.2 Kelvin questo rate aumenta di circa otto ordini di grandezza.

Richiesta fondamentale in termini di efficienza di produzione di anti-idrogeno è dunque avere all'interno della trappola una nuvola di positroni ed una nuvola di antiprotoni freddi ed ad alta densità che si sovrappongano spazialmente. Nella collaborazione ATHENA il problema dei positroni è studiato ed affrontato dal gruppo inglese¹: il gruppo di Genova, invece, si occupa del raffreddamento e della riduzione delle dimensioni della nuvola di antiprotoni. Questo vuol dire "raffreddare" i tre moti armonici (assiale, di ciclotrone e di magnetron) e ridurre l'ampiezza delle loro oscillazioni. Per i primi due moti raffreddare significa semplicemente sottrarre energia al moto: il moto di magnetron, invece, è un moto particolare e ridurre l'ampiezza dell'oscillazione di magnetron significa cedere a questo dell'energia.

¹University of Wales Swansea, Wales, United Kingdom

Consideriamo ora il raffreddamento del moto assiale e del moto di ciclotrone, riservando al cooling del moto di magnetron un paragrafo a parte.

Attualmente esistono numerose tecniche di raffreddamento (*cooling*) e ciascuna di queste ha differenti limiti di applicazione e diverse costanti tempo. Per raffreddare delle particelle a partire da energie molto elevate non si utilizza quasi mai una sola tecnica ma, nelle diverse fasi del cooling, si ricorre al processo più adeguato per quella situazione.

Per la trappola prevista per l'esperimento ATHENA, in particolare:

- l'accoppiamento con un circuito esterno fornisce tempi di raffreddamento dell'ordine di 10^3 secondi, che possono essere in qualche modo ridotti grazie ad una retroazione negativa (*cooling resistivo*);
- la riduzione adiabatica del potenziale di confinamento è significativa quando l'energia delle particelle in trappola è notevolmente inferiore all'altezza della barriera di potenziale (*cooling adiabatico*);
- la tecnica più efficiente sembra essere il raffreddamento degli ioni tramite collisione con altre particelle, in particolare elettroni (*cooling tramite collisioni*).

Nel seguito si fa cenno ad alcune delle tecniche più utilizzate, con particolare riferimento al *cooling resistivo* ed al *cooling elettronico*, fondamentali per il raffreddamento e la rivelazione degli antiprotoni nella trappola di ATHENA.

Gli antiprotoni da 5 MeV forniti da AD, rallentati dal sistema di decelerazione di ATHENA e confinati nella trappola di cattura, hanno infatti uno spettro energetico il cui limite superiore è il valore del potenziale di confinamento (15 KeV). Questo valore corrisponde ad una energia ancora troppo alta: 15 KeV, in termini di temperatura, sono circa $3 \cdot 10^8$ gradi Kelvin.

6.1 Cooling di una singola particella in trappola

Poiché la trappola di cattura degli antiprotoni utilizza un potenziale di confinamento armonico è conveniente limitare la successiva trattazione dei processi di cooling al caso particolare di trappola di Penning. Per la più semplice trappola di Malmberg i risultati sono gli stessi, a patto di utilizzare come frequenza ω'_z la frequenza di ciclotrone $\omega_c = (\frac{qB}{m})$, e di imporre $\omega'_m = 0$. Ricordando i risultati ottenuti nei precedenti capitoli, il moto di una particella in una trappola di Penning è un moto armonico, a frequenza ω_z , lungo l'asse z del campo magnetico, ed una sovrapposizione di due moti circolari

(moto di ciclotrone e moto di magnetron) nel piano radiale.

L'energia cinetica totale di una sola particella si ripartisce su questi tre moti e non esiste accoppiamento (trasferimento di energia) fra tali moti caratteristici: pertanto l'energia associata a ciascun moto deve essere considerata separatamente e così pure ogni processo di raffreddamento.

6.1.1 Cooling radiativo

Una particella carica che si muove di moto accelerato emette onde elettromagnetiche, irradiando nello spazio circostante parte della sua energia (radiazione di sincrotrone). La potenza dissipata da una particella di carica q ed accelerazione istantanea $\ddot{z}(t)$ è espressa dalla formula di Larmor [41]:

$$\frac{dE(t)}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{q^2 \ddot{z}(t)^2}{8\pi\epsilon_0 c^3} \quad (6.2)$$

Anche i tre moti caratteristici (assiale, di ciclotrone e di magnetron) di una particella in una trappola di Penning sono soggetti a questo naturale meccanismo di dissipazione di energia.

Analizziamo separatamente i tre moti: il moto assiale è un'oscillazione periodica a frequenza $\omega_z^2 = \frac{2U_0}{m\lambda_p^2}$. Per un antiprotone i valori normali di frequenza sono compresi nell'intervallo 1 ÷ 5 MHz: poiché la frequenza ω_z è inversamente proporzionale alla radice della massa della particella considerata, la frequenza assiale degli elettroni è circa quaranta volte maggiore, nell'intervallo di 40 ÷ 200 MHz.

Se applichiamo la già citata formula di Larmor al moto assiale si ottiene:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2q^2}{3c^3} \frac{\ddot{z}^2}{8\pi\epsilon_0} \quad (6.3)$$

dove $\ddot{z} = -(\omega_z^2 z)$. Se ora si integra la 6.3 su un periodo, essendo $\bar{E} = m\bar{z}^2 = m\omega_z^2 \bar{z}^2$, si ottiene:

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = -\gamma_z \bar{E} \quad (6.4)$$

L'energia del moto assiale di una particella in una trappola di Penning ideale decade, quindi, con legge esponenziale, con una costante tempo $\tau_z = \frac{1}{\gamma_z}$:

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau_z}}; \quad \tau_z = \frac{3mc^3 8\pi\epsilon_0}{2q^2 \omega_z^2} \quad (6.5)$$

La costante tempo di un elettrone con frequenza assiale $\omega_z = 60$ MHz risulta $\tau_z = 1 \cdot 10^6$ secondi: per un antiprotone la stessa costante varrebbe $\tau_z =$

$4 \cdot 10^{12}$ secondi (τ_c è proporzionale al quadrato della massa). A queste frequenze, quindi, il meccanismo di dissipazione via radiazione di sincrotrone ha costanti tempo molto lunghe e, su tempi brevi, è del tutto trascurabile.

A maggior ragione il moto di magnetron, essendo il moto a frequenza minore, è il meno interessato da questo meccanismo: la costante tempo relativa alla dissipazione spontanea di energia del moto di magnetron di un antiprotone è dell'ordine di anni.

Il moto di ciclotrone, invece, è il moto a frequenza più alta: per un antiprotone si hanno frequenze ω_c' dell'ordine di $50 \div 100$ MHz, che vuol dire $100 \div 300$ GHz per un elettrone. Mentre per un antiprotone ed una particella carica pesante i valori di frequenza sono ancora tali da rendere la dissipazione via radiazione di sincrotrone trascurabile, per un elettrone questo meccanismo inizia a diventare molto importante.

Per il moto di ciclotrone il processo di dissipazione è ancora descritto dalla 6.3, sostituendo β^2 al posto di β'^2 ed utilizzando le relazioni:

$$\ddot{\beta} = \omega_c' \times \dot{\beta} \quad E = \frac{1}{2} m \dot{\beta}^2 \quad (6.6)$$

Si ottiene ancora un andamento esponenziale decrescente dell'energia, con una costante tempo τ_c :

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}} \quad \tau_c = \frac{3mc^3 \epsilon_0}{4q^2 \omega_c'^2} \quad (6.7)$$

Un elettrone con frequenza di ciclotrone $\omega_c' = 160$ GHz ha una costante tempo $\tau_c = 8 \cdot 10^{-2}$ secondi: essendo la dipendenza della costante tempo dalla massa della particella del tipo $\tau_c \propto (m^3)$, per un antiprotone, nelle stesse condizioni sperimentali, si otterrebbe $\tau_c = 6 \cdot 10^8$ secondi.

Mentre, allora, nel caso degli antiprotoni la perdita di energia dovuta alla sola radiazione di sincrotrone non può essere considerata un valido meccanismo di dissipazione, per gli elettroni è il più efficiente processo di raffreddamento del moto di ciclotrone.

6.1.2 Cooling resistivo

Molti esperimenti condotti su particelle elementari cariche confinate all'interno di trappole elettromagnetiche utilizzano questa tecnica non solo per raffreddare gli ioni, ma anche per rivelarne il moto in trappola (attraverso una semplice misura di differenza di potenziale).

Questo tipo di cooling viene efficientemente impiegato per ridurre l'energia sia del moto assiale che del moto di ciclotrone. Consideriamo in primo luogo

il caso del moto assiale: il circuito di rivelazione e raffreddamento, schematizzato in figura 6.2 per una trappola di Penning, è assolutamente generale: l'elettrodo centrale (ring) è collegato ad uno dei due elettrodi di chiusura (end cap) attraverso una resistenza R .

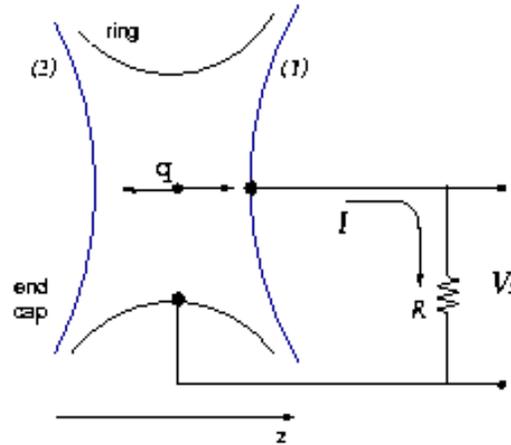


Figura 6.2: Circuito di rivelazione e raffreddamento del moto assiale degli antiprotoni in trappola, tramite accoppiamento con un resistore esterno.

In assenza di particelle in trappola attraverso la resistenza R fluisce una corrente continua I_0 , determinata dalla differenza di potenziale V_0 applicata fra i due elettrodi.

Se alcune particelle vengono confinate all'interno della trappola esse iniziano ad oscillare lungo l'asse z alla frequenza caratteristica ω_z (tipicamente \sim radio-frequenza) e contemporaneamente compiono un moto composto nel piano radiale (moto di ciclotrone sovrapposto al moto di magnetron). Il moto oscillatorio assiale degli ioni induce sui due elettrodi di chiusura una carica, rispettivamente pari a $q_1(t)$ e $q_2(t)$. Una terza carica q_3 è indotta anche sull'elettrodo centrale, in prima approssimazione tale carica si può considerare come una carica costante (trascurando il moto radiale) che non contribuisce ai fini della determinazione della corrente che scorre nella resistenza.

La carica $q_1(t)$ indotta sull'elettrodo (1) crea nel circuito una corrente oscillante $i(t)$ che si somma alla corrente continua I_0 : la potenza dissipata sulla

resistenza R da questa corrente oscillante riduce l'energia dal moto assiale degli ioni, raffreddandoli.

Le cariche indotte sui due elettrodi (1) e (2) possono essere espresse, utilizzando il metodo della carica immagine, come:

$$\begin{cases} q_1(t) = \frac{\alpha q}{2} \left(1 + \frac{z}{z_0} \right) \\ q_2(t) = \frac{\alpha q}{2} \left(1 - \frac{z}{z_0} \right) \end{cases} \quad (6.8)$$

La carica indotta sull'elettrodo centrale deve rispettare la legge di conservazione della carica totale, e risulta: $q_3(t) = (1 - \alpha)q$. La costante α varrebbe uno se i due elettrodi di chiusura fossero gli elettrodi affacciati di un normale condensatore cilindrico: la simmetria ad iperboloidi di rotazione complica il problema dell'induzione elettrostatica, e la carica indotta sui due elettrodi (1) e (2) è solo una frazione della carica totale all'interno della trappola ($\alpha \leq 1$).

La corrente $i(t)$ oscillante che scorre nel circuito attraverso la resistenza R è:

$$i(t) = \frac{dq_1(t)}{dt} = -\frac{\alpha q}{2z_0} \dot{z} \quad (6.9)$$

La dipendenza dal tempo della corrente $i(t)$ è dunque scaricata sulla variazione temporale della variabile $z(t)$. La potenza istantanea dissipata sulla resistenza R da questa corrente $i(t)$ è:

$$P(t) = -\frac{dE}{dt} = Ri^2(t) = R \frac{\alpha^2 q^2}{4z_0^2} \dot{z}^2 \quad (6.10)$$

Poichè si tratta di una corrente oscillante, che varia con legge sinusoidale, la potenza totale dissipata in un periodo è $\frac{1}{2}RI_{eff}^2$, dove I_{eff} è il valore efficace della corrente $i(t)$, cioè $\frac{1}{\sqrt{2}}i_{max}$. Da cui:

$$P = RI_{eff}^2 = \frac{1}{2}R \frac{\alpha^2 q^2}{4z_0^2} i_{max}^2 \quad (6.11)$$

L'energia della particella di carica q che oscilla lungo l'asse z può essere scritta come:

$$E = \frac{1}{2}mz_{max}^2 \quad (6.12)$$

Si ottiene allora l'equazione:

$$\frac{dE}{E} = -\frac{\frac{1}{2}R \frac{\alpha^2 q^2}{4z_0^2} i_{max}^2}{\frac{1}{2}mz_{max}^2} dt = -\frac{dt}{\tau_r} \quad (6.13)$$

L'energia della particella decresce quindi con legge esponenziale $e^{-\frac{t}{\tau_r}}$, con un tempo caratteristico τ_r :

$$\tau_r = \left(\frac{2z_0}{q\alpha} \right)^2 \frac{m}{R} \quad (6.14)$$

È importante notare come la costante tempo τ_r sia direttamente proporzionale alla massa m della particella: il meccanismo di raffreddamento tramite cooling resistivo è 3000 volte più efficiente nel caso di elettroni che nel caso di protoni od antiprotoni.

Il limite inferiore a questa discesa esponenziale è fissato dal rumore termico prodotto dalla resistenza R : la potenza di rumore termico $P_T = 4kT\Delta f$ scalda gli ioni in trappola e ne fa aumentare l'energia. La variazione dell'energia di uno ione in trappola raffreddato mediante cooling resistivo con un resistore R ha dunque un andamento tipo quello di figura 6.3.

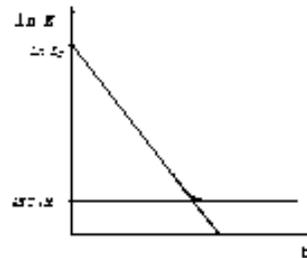


Figura 6.3: Andamento dell'energia del moto assiale di una particella in trappola raffreddata mediante cooling resistivo, con accoppiamento ad un resistore esterno R .

La resistenza R è in realtà sempre sostituita da un circuito risonante, accordato alla frequenza ω_c del moto assiale. Questo accorgimento è indispensabile quando si vuole rivelare il moto degli ioni in trappola, in quanto consente di avere una banda utile molto stretta intorno alla frequenza ω_c del moto e di rigettare così tutto il rumore esterno.

Il valore della resistenza R alla frequenza di risonanza è il più elevato possibile per avere un buon rapporto segnale/rumore, compatibilmente, però, con una contenuta potenza di rumore: valori ordinariamente utilizzati sono dell'ordine di $10^6 \Omega$. Con questo valore il tempo di accoppiamento τ_r per un antiprotone in una trappola di Penning con $z_0 = 3$ cm (ordine di grandezza di z_0 per la trappola di ATHENA) risulta $\tau_r \approx 300$ s. Con una legge di

decadimento esponenziale, il tempo richiesto per raffreddare un antiprotone da 1 KeV a 5 Kelvin è circa $(14 \cdot \tau_r)$, che è un tempo di cooling molto elevato (superiore a 10^3 secondi).

Una notevole riduzione di questi tempi di raffreddamento può essere ottenuta con un anello di retroazione negativa [51]: se G è il guadagno di amplificazione dell'anello, il tempo di accoppiamento τ_r diventa $\tau_f = \frac{1}{1+G} \tau_r$. Un guadagno $G = 10$ equivale ad una riduzione del tempo di cooling da 270 s a 24 s. In realtà l'amplificatore amplifica anche il rumore termico della resistenza R , aumentando l'energia minima raggiungibile con questa tecnica: $T_f = (1+G)T_r$. Dalla relazione: $T_f \tau_f = T_r \tau_r$ si ha che la tecnica di raffreddamento più efficace mediante cooling resistivo utilizza un anello di retroazione negativa, il cui guadagno G viene diminuito al diminuire della temperatura degli antiprotoni.

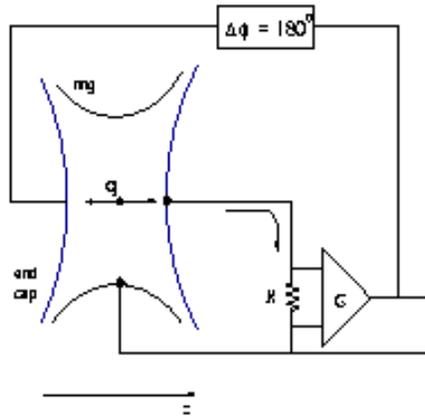


Figura 6.4: Cooling resistivo del moto assiale di una particella in trappola con anello di retroazione negativa.

Questa tecnica di cooling, appena approfondita per il moto assiale, può essere validamente utilizzata anche per raffreddare il moto di ciclotrone di una particella carica in una trappola tipo Penning. Nel caso di antiprotoni o particelle pesanti, infatti, si è visto che la dissipazione spontanea di energia per radiazione di sincrotrone ha costanti tempo molto lunghe rispetto ai tempi in gioco.

Per realizzare l'accoppiamento del moto di ciclotrone con un resistore esterno

è necessario suddividere l'elettrodo centrale (ring) in almeno due sezioni: il relativo circuito è riportato in figura 6.5.

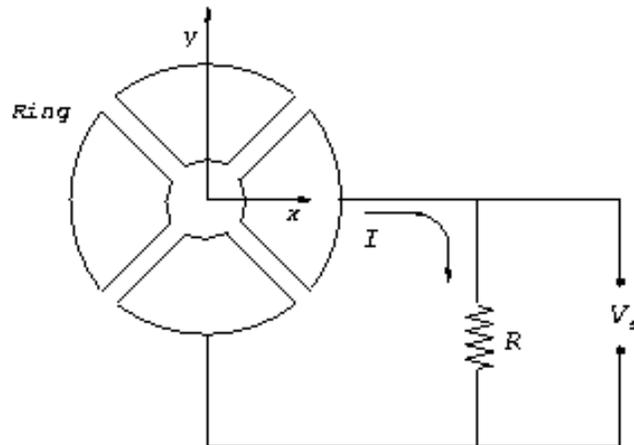


Figura 6.5: Cooling resistivo del moto di ciclotrone di una particella in una trappola di Penning.

6.1.3 Sideband cooling

Il moto assiale ed il moto di ciclotrone sono moti stabili, ben confinati: il primo moto è un classico moto di oscillatore armonico in cui l'energia varia continuamente da cinetica $[K_{\text{ass}} = \frac{1}{2}m(\dot{z}_0\omega_c)^2]$, in $z = 0$, a potenziale $[U_{\text{ass}} = \frac{1}{2}kz_0^2]$, in $z = z_0$.

L'energia del moto di ciclotrone è invece esclusivamente cinetica, $[K_c = \frac{1}{2}m(\rho_0\omega_c)^2]$, e per una nuvola di particelle in cui $z_0 \approx \rho_0c$ si ha $K_c \gg K_{\text{ass}}$ ed $K_c \gg U_{\text{ass}}$ (poichè $\omega_c \gg \omega_z$).

Il moto di magnetron è invece un moto in cui l'energia potenziale aumenta al diminuire del raggio di magnetron $[U_m = -\frac{1}{4}k\rho_{0m}^2]$, mentre l'energia cinetica è data da: $[K_m = \frac{1}{2}m(\omega_m\rho_{0m})^2]$. Ancora per una nuvola di particelle con $\rho_{0m} \approx \rho_0c \approx z_0$ si vede che $|U_m| \approx U_{\text{ass}}$, mentre $K_m \ll K_{\text{ass}}$.

Poichè $|U_{\text{ass}}| \approx K_{\text{ass}}$ se ne deduce che $|U_m| \gg K_m$.

L'energia del moto di magnetron è dunque quasi interamente energia

potenziale, con un andamento a parabola rovesciata: diminuire il raggio di magnetron vuol dire cioè cedere energia a questo moto ².

La trattazione quantistica del moto di una particella in una trappola di Penning permette di capire più facilmente come raffreddare tale moto. Questa trattazione è svolta completamente nella referenza [43], ed il risultato saliente è che i livelli energetici delle particelle intrappolate sono separati di un ammontare di energia $\hbar\omega_z$ relativamente al moto di ciclotrone, $\hbar\omega_c$, per il moto assiale ed $\hbar\omega_m$ per il moto di magnetron.

I livelli energetici del moto assiale (ed anche del moto di ciclotrone) sono i classici livelli discreti di un oscillatore armonico: all'equilibrio se il sistema non è eccitato (ad esempio se supponiamo di aver già diminuito l'energia di questo moto), i livelli più popolati sono quelli ad energia minore, cioè quelli identificati dal numero quantico k minore. I livelli l del moto di magnetron, invece, sono livelli discreti in una "antibuca" di potenziale ed ai valori più bassi del numero quantico l corrispondono valori di energia maggiori. Si veda, a proposito, la figura 6.6.

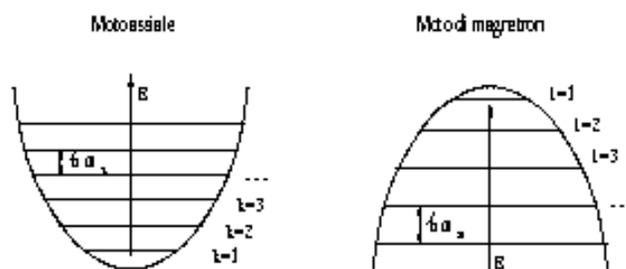


Figura 6.6: Livelli energetici discreti relativi al moto assiale (numero quantico k) ed al moto di magnetron (l).

Si consideri il moto sovrapposizione del moto assiale con il moto di magnetron. La distribuzione dei livelli energetici è illustrata in figura 6.7.

Supponiamo ora che il sistema si trovi in uno stato iniziale (k, l) e che su questo incida della radiazione di lunghezza d'onda $\hbar(\omega_c + \omega_m)$. Il fotone incidente può essere assorbito dal sistema, provocando la transizione

²Qualsiasi processo dissipativo che sottrae energia a questo moto, compresa la stessa radiazione spontanea di sincrotrone, aumenta il raggio ρ_{0m} dell'orbita, fino a quando questa non viene persa per collisione con gli elettrodi della trappola. Nel caso della radiazione di sincrotrone tuttavia la costante tempo caratteristica è talmente lunga da poter considerare il moto di magnetron un moto metastabile

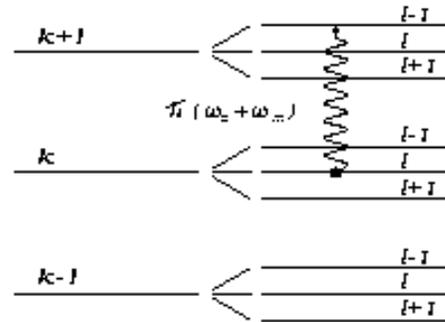


Figura 6.7: Distribuzione dei livelli energetici quantistici per il moto di sovrapposizione del moto del moto assiale con il moto di magnetron.

$(k, l) \rightarrow (k+1, l-1)$, oppure può indurre emissione stimolata e dare luogo alla transizione $(k, l) \rightarrow (k-1, l+1)$.

Nel primo caso sia il moto assiale che il moto di magnetron ricevono energia, ma, mentre l'ampiezza di oscillazioni del primo aumenta, il raggio $\rho_{0,m}$ dell'orbita di magnetron diminuisce. La probabilità di accadimento di questa transizione risulta proporzionale al fattore $l(k+1)$.

Se la transizione forzata fosse invece la seconda, $(k, l) \rightarrow (k-1, l+1)$ (la cui probabilità è proporzionale a $k(l+1)$), verrebbe sottratta energia ad entrambi i moti, con un inevitabile aumento di $\rho_{0,m}$.

Se però all'equilibrio i livelli più popolati sono quelli a basso indice k per quel che riguarda il moto assiale ed ad alto indice l per il moto di magnetron, si ha: $k < l$. Se questo è vero, allora: $l(k+1) > k(l+1)$, cioè la prima transizione è nettamente più probabile.

Se ora, altri fotoni, della stessa lunghezza d'onda, incidono sul sistema, inducono transizioni successive del tipo:

$$\begin{aligned} (k+1, l-1) &\rightarrow (k+2, l-2) \\ (k+2, l-2) &\rightarrow (k+3, l-3) \\ &\dots \end{aligned}$$

Ad ogni transizione il moto di magnetron acquista un'energia $\hbar\omega_{mn}$, e diminuisce il raggio $\rho_{0,m}$ dell'orbita: contemporaneamente anche il moto assiale acquista un'energia $\hbar\omega_z$, che, invece, gradatamente aumenta l'ampiezza delle oscillazioni assiali.

Questo processo si blocca quando si raggiunge la condizione $k = l$.

Gli antiprotoni appena catturati percorrono nel loro moto all'incirca tutto il volume della trappola. Tramite il processo di cooling resistivo si inizia a diminuire l'ampiezza delle orbite di ciclotrone e delle oscillazioni lungo l'asse z , popolando i livelli energetici ad energia più bassa. Al limite, se fosse possibile raffreddare completamente questi due moti, cioè ridurre al minimo la loro ampiezza, il moto della particella in trappola si ridurrebbe ad un'orbita circolare, centrata in $z = 0$, di raggio ρ_{0in} .

Dopo aver ragionevolmente ridotto le oscillazioni di questi due moti si fa allora incidere sulla nuvola di antiprotoni la radiazione di frequenza $(\nu_c + \nu_m)$. Ciò inizia a diminuire il raggio di magnetron ρ_{0m} a spese di un aumento progressivo delle oscillazioni assiali e del numero quantico k (iniziano a ripopolarsi i livelli energetici con energia più alta): poiché però il moto assiale è accoppiato con l'ambiente esterno con una resistenza R l'energia che questo moto acquista viene dissipata verso l'esterno.

In termini di energia, essendo $E_c = \hbar\omega_c(k + \frac{1}{2})$ ed $E_m = \hbar\omega_m(l + \frac{1}{2})$, la massima energia raggiungibile dal moto di magnetron si ha per $k = l$, cioè:

$$\langle E_{magn} \rangle = -\frac{\omega_m}{\omega_c} \langle E_{ass} \rangle = -\frac{\omega_m}{\omega_c} kT;$$

6.2 Cooling di più particelle in trappola

La prima stima dell'efficienza di cattura del sistema di decelerazione utilizzato nell'esperimento ATHENA ha indicato, come ordine di grandezza del numero di antiprotoni in trappola, circa 10^4 particelle confinate all'interno della trappola. Con numeri così elevati di particelle non si possono trascurare le collisioni interne al sistema, che vanno ad accoppiare i tre moti citati (assiale, di ciclotrone e di magnetron): conviene in questo caso distinguere, per ogni moto, fra energia del centro di massa ed energia associata agli $(N-1)$ gradi di libertà interni del sistema.

In una trappola di Penning perfettamente armonica l'energia del moto del centro di massa è completamente disaccoppiata dall'energia relativa ai gradi interni di libertà: in pratica un campo magnetico non omogeneo od un potenziale non perfettamente armonico creano sempre dei meccanismi di trasferimento di energia.

Raffreddare più particelle significa diminuire sia l'energia associata al moto del centro di massa, sia l'energia dei gradi di libertà interni del sistema.

Tutte le tecniche di raffreddamento fino ad ora studiate per una singola particella, possono essere efficacemente utilizzate per il cooling dei tre moti del centro di massa. Se τ è il tempo di raffreddamento della singola particella, l'energia del centro di massa decresce con una costante tempo pari a τ/N . Nel caso ideale in cui non esista accoppiamento fra centro di massa e gradi di libertà interni (o quando la costante tempo di accoppiamento $\tau_c \ll \tau/N$) l'energia di questi decresce per equilibrio termico con il centro di massa. Poiché, tuttavia, la capacità termica dei gradi di libertà interni è $(N-1)$ volte più grande di quella del centro di massa, il tempo minimo di raffreddamento dell'energia totale di una nuvola di N particelle è esattamente il tempo di cooling τ di singola particella.

Abbiamo già osservato come i processi fino ad ora elencati diano luogo a tempi di raffreddamento abbastanza elevati, superiori ai tempi richiesti dall'esperimento (dell'ordine di pochi secondi).

Un'altra tecnica di cooling di particelle cariche, che si fonda su principi molto diversi, è il cooling tramite collisione con altre particelle, in particolare elettroni. È questa la tecnica attualmente utilizzata per gli antiprotoni di ATHENA.

6.2.1 Cooling elettronico

Un plasma costituito da due specie di particelle a diversa temperatura iniziale evolve verso l'equilibrio termico (in cui entrambe le nuvole si trovano

alla stessa temperatura) grazie alle reciproche interazioni coulombiane fra gli ioni.

Si consideri una trappola di Penning in cui sono confinate contemporaneamente una nuvola di antiprotoni, alla temperatura T_p e con densità n_p , ed una nuvola di elettroni, a temperatura T_e e con densità $n_e \gg n_p^3$.

Grazie alle interazioni coulombiane fra elettroni ed antiprotoni esiste fra le due nuvole uno scambio di energia: gli antiprotoni caldi cedono parte della loro energia agli elettroni. La temperatura di questi rimane vicina alla temperatura iniziale T_e se per ogni antiprotone si caricano nella trappola almeno $10^3 \div 10^4$ elettroni: l'energia persa da un singolo antiprotone viene infatti, in tal caso, frazionata su un numero molto grande di elettroni. Sia per raffreddare convenientemente gli elettroni, sia per sottrarre ad essi l'energia ceduta dagli antiprotoni, si potrebbe pensare di accoppiare il moto di questi con un circuito risonante esterno (la cui frequenza di risonanza sia esattamente pari alla frequenza di oscillazione assiale ω_z degli elettroni), facendo cooling resistivo sugli elettroni anzichè sugli antiprotoni.

Gli elettroni, tuttavia, sono particelle leggere e si è visto come la radiazione di sincrotrone sia un efficiente meccanismo di dissipazione di energia. Nel loro caso, allora, la perdita di energia dovuta alla radiazione di sincrotrone può, da sola, essere sufficiente a mantenere fredda e costante la temperatura T_e della nuvola.

Se si suppone che la temperatura T_e degli elettroni sia costante durante tutto il processo di raffreddamento, si dimostra ([53]) che il tempo necessario per raggiungere l'equilibrio termico fra le due nuvole è dato da:

$$\tau_c = \frac{3m_e m_p c^3}{8(2\pi)^{1/2} n_e e^4 \ln A} \cdot \left(\frac{\kappa T_p}{m_p c^2} + \frac{\kappa T_e}{m_e c^2} \right)^{3/2} \quad (6.15)$$

dove m_e ed m_p sono la massa dell'elettrone e dell'antiprotone e κ è la costante di Boltzmann. Il termine $(\ln A)$ nasce da un taglio imposto sui limiti di integrazione per i parametri d'urto, dovuto all'effetto di schermo della forza coulombiana: il parametro A è il rapporto fra la lunghezza di Debye ed il parametro d'urto minimo. Si ha:

$$A = \frac{4 \cdot 10^3}{\sqrt{n_e}} \sqrt{T_e} \left(T_e + \frac{T_p}{1836} + \frac{\sqrt{T_p T_e}}{21} \right) \quad (6.16)$$

Queste espressioni assumono che le distribuzioni di energia delle due nuvole siano entrambe maxwelliane: lo spettro energetico elettronico dovrebbe

³Densità di elettroni comunemente ottenute in queste trappole sono dell'ordine di $10^{17} e/cm^3$.

essere molto prossimo ad una distribuzione di Maxwell-Boltzmann, gli antiprotoni hanno, invece, uno spettro iniziale determinato dalla distribuzione in energia delle particelle che escono dal foglio di Alluminio e dall'efficienza di cattura del sistema. La costante di tempo τ_c sembra tuttavia non essere particolarmente sensibile ai dettagli delle distribuzioni energetiche delle due nuvole.

L'ultimo termine nella formula 6.15 rappresenta sostanzialmente la velocità relativa v_{rel} di una coppia elettrone-antiprotono e la dipendenza del tempo di cooling τ_c dal cubo di questa grandezza porta ad un decadimento dell'energia degli antiprotoni che risulta essere molto più veloce di un puro andamento esponenziale. Il termine v_{rel}^3 , infatti, decresce al diminuire della temperatura T_p degli antiprotoni, diminuendo così il tempo τ_c . Questo meccanismo di raffreddamento è, allora, il più efficiente di tutti i processi fino ad ora visti.

Fino ad ora si è assunto che la temperatura T_e degli elettroni fosse costante, (4 Kelvin): in realtà, esiste sempre un po' di riscaldamento degli elettroni da parte degli antiprotoni. Definendo τ_e il tempo di accoppiamento con l'ambiente della nuvola elettronica (costante tempo per la dissipazione dell'energia) l'intero processo può essere modellizzato dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \frac{dT_p}{dt} = -\frac{1}{\tau_c}(T_p - T_e) \\ \frac{dT_e}{dt} = \frac{N_p}{N_e} \frac{1}{\tau_c}(T_p - T_e) - \frac{1}{\tau_e}(T_e - 4) \end{cases} \quad (6.17)$$

dove N_p ed N_e sono il numero totale di antiprotoni e positroni nel volume della trappola.

Queste due equazioni differenziali accoppiate devono essere risolte numericamente. Pertanto ho scritto uno specifico programma, utilizzando il linguaggio Fortran, che calcola il tempo di cooling degli antiprotoni a partire da arbitrarie condizioni di temperatura e densità delle due nuvole di antiparticella.

Il tempo caratteristico τ_c è calcolato a partire dalla formula 6.15: per calcolare il tempo τ_c della nuvola elettronica, invece, ho supposto che l'unico meccanismo di dissipazione dell'energia verso l'esterno sia la perdita di energia per radiazione di sincrotrone. In un campo magnetico di 3 Tesla, come quello utilizzato in ATHENA, questo tempo risulta circa 0.2 s.

Utilizzando questi dati ho calcolato i tempi di cooling di una nuvola di antiprotoni di energia iniziale 15 KeV con una nuvola di elettroni a temperatura 4 Kelvin, in funzione della densità degli elettroni e del rapporto fra numero di elettroni e numero di antiprotoni ($\frac{N_e}{N_p}$).

In particolare sono stati analizzati diversi rapporti ($\frac{N_e}{N_p}$), a densità degli elet-

troni costante. Al diminuire della densità della nuvola elettronica, i tempi di cooling scendono molto rapidamente, passando da alcune centinaia di secondi, per $n_e = 10^6 \text{ e/cm}^3$, ad una decina di secondi per $n_e = 10^8 \text{ e/cm}^3$.

A densità n_e fissata i tempi di cooling dipendono poi dal rapporto fra numero di elettroni e numero di antiprotoni. In particolare, quando la densità è bassa (10^6 e/cm^3) le quattro curve relative ai diversi valori N_e/N_p studiati ($10^2, 10^3, 10^4, 10^5$) sono molto vicine e più o meno equivalenti: all'aumentare della densità, invece, il divario fra la curva $N_e/N_p = 10^2$ e le altre tre tende ad aumentare, fino ad avere un dimezzamento dei tempi di cooling passando da un rapporto 10^2 ad un rapporto 10^3 , per densità $n_e = 10^8 \text{ e/cm}^3$.

I grafici riportati nelle figure 6.8, 6.9 e 6.10 mostrano la diminuzione dell'energia della nuvola di antiprotoni (di energia iniziale 15 KeV) in funzione del tempo per cinque differenti valori di densità elettronica e differenti rapporti $\frac{N_e}{N_p}$.

Buoni tempi di cooling, almeno inferiori a poche decine di secondi, richiedono una densità di elettroni in trappola superiore a $5 \cdot 10^7 \text{ e/cm}^3$. In termini di rapporto fra numero di elettroni e numero di antiprotoni invece, si deve avere: $N_e/N_p \geq 10^3$. In riferimento alla prima stima dell'efficienza di cattura degli antiprotoni all'interno della trappola di Penning-Malmberg realizzata a Genova, il numero di antiprotoni effettivamente confinati in trappola dovrebbe essere dell'ordine di 10^4 particelle: questo vuol dire caricare, nella stessa trappola, $10^7 \div 10^8$ elettroni.

In particolare, in figura 6.11 è riportata in dettaglio la frazione del tempo totale di cooling necessaria per raffreddare una nuvola di antiprotoni da un'energia di 1 eV ad una temperatura finale di 4 Kelvin. I grafici si riferiscono a due diversi processi di cooling, caratterizzati da un rapporto $\frac{N_e}{N_p} = 10^3$ e da una densità elettronica $n_e = 10^7 \div 10^8 \text{ e/cm}^3$.

In entrambi i casi il tempo necessario per raffreddare gli antiprotoni da 1 eV ad una temperatura di 4 Kelvin (energie dell'ordine dei meV) è molto minore del tempo di cooling totale: la quasi totalità del tempo di raffreddamento degli antiprotoni è, dunque, spesa per raggiungere energie dell'ordine dell'eV.

Le richieste più stringenti in termini di numero di elettroni richiesti e densità del gas di elettroni riguardano allora il processo di cooling dai KeV agli eV: nel seguito si vedrà come per completare il cooling, dall'eV ai meV, sia addirittura conveniente ridurre il numero di elettroni confinati nella trappola.

Il programma Fortran consente, inoltre, di studiare l'aumento di temperatura della nuvola di elettroni a seguito del processo di cooling: la figura

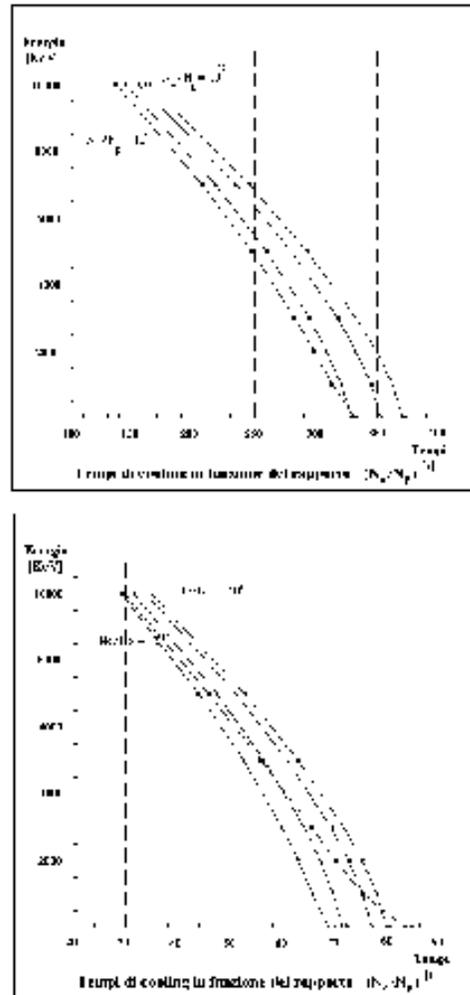


Figura 6.8: Tempi di cooling di una nuvola di antiprotoni di energia iniziale 15 KeV con una nuvola di elettroni di densità $n_e = 10^6 \text{ e/cm}^3$ (primo grafico) e $n_e = 5 \cdot 10^6 \text{ e/cm}^3$ (secondo grafico), per diversi valori del rapporto $\frac{N_e}{N_p}$ ($10^2, 10^3, 10^4, 10^5$).

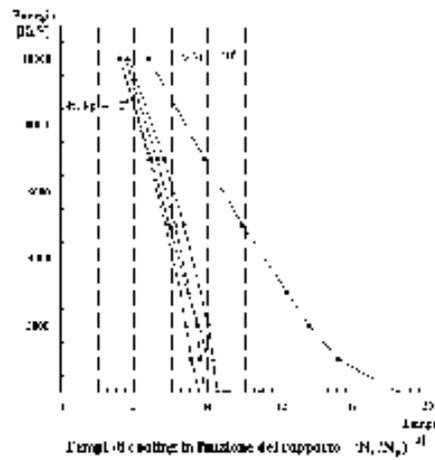
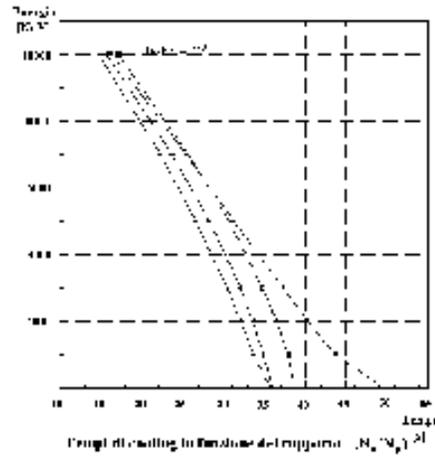


Figura 6.9: Tempi di cooling di una nuvola di antiprotoni di energia iniziale 15 KeV con una nuvola di elettroni di densità $n_e = 10^7 \text{ e/cm}^3$ (primo grafico) e $n_e = 5 \cdot 10^7 \text{ e/cm}^3$ (secondo grafico), per diversi valori del rapporto $\frac{N_e}{N_p}$ ($10^2, 10^3, 10^4, 10^5$).

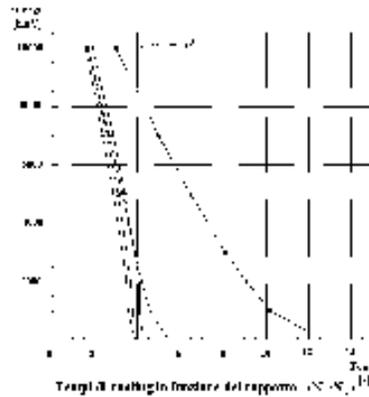


Figura 6.10: Tempi di cooling di una nuvola di antiprotoni di energia iniziale 15 KeV con una nuvola di elettroni di densità $n_e = 10^8 \text{ e/cm}^3$, per diversi valori del rapporto $\frac{N_e}{N_p}$ ($10^2, 10^3, 10^4, 10^5$).

6.13 si riferisce ad un rapporto $\frac{N_e}{N_p} = 10^3$ ed a due valori di densità degli elettroni: $n_e = 10^7 \text{ e/cm}^3$ e $n_e = 10^8 \text{ e/cm}^3$.

Le considerazioni fino ad ora fatte valgono, naturalmente, nell'ipotesi di avere totale sovrapposizione fra la nuvola di antiprotoni ed la nuvola degli elettroni, sia nel piano radiale che lungo l'asse z . Nel caso di sovrapposizione parziale delle due nuvole lungo l'asse z il tempo di cooling aumenta, all'incirca, di un fattore pari al rapporto fra le lunghezze delle due nuvole di carica ($\frac{L_p}{L_e}$). Quando, invece, la parziale sovrapposizione fra le due nuvole si ha nel piano radiale il tempo di cooling cresce in modo un pò più complicato, a seconda di quale frazione dell'orbita di un antiprotone attraversa il gas di elettroni.

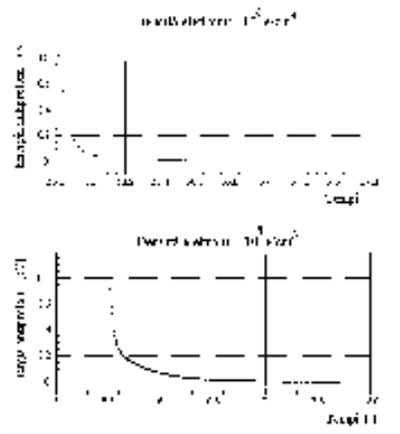


Figura 6.11: Tempo di cooling necessario per raffreddare una nuvola di antiprotoni da un'energia cinetica iniziale di 15 KeV ad una temperatura finale di 4 Kelvin con una nuvola di elettroni di densità $n_e = 10^7 \text{ e/cm}^3$ o $n_e = 10^8 \text{ e/cm}^3$ ed un rapporto $\frac{N_e}{N_p} = 10^4$.

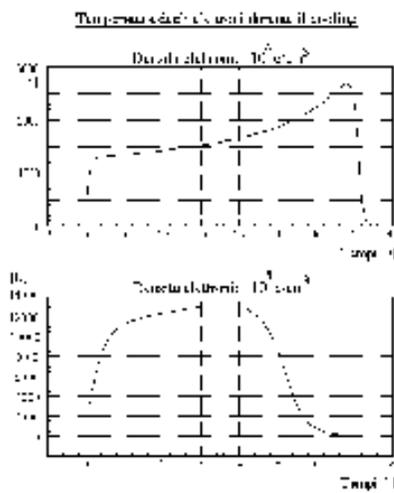


Figura 6.13: Aumento della temperatura della nuvola di elettroni, di densità $n_e = 10^7 - 10^8 \text{ e/cm}^3$, durante il raffreddamento di una nuvola di antiprotoni da un'energia cinetica iniziale di 15 KeV ad una temperatura finale di 4 Kelvin, con un rapporto $\frac{N_e}{N_p} = 10^3$.

Capitolo 7

Limiti di confinamento di particelle cariche

Dalle considerazioni fatte nel capitolo precedente si ha che il processo di raffreddamento degli antiprotoni caldi nella trappola di cattura di ATHENA tramite electron cooling ha richieste abbastanza vincolanti sul gas di elettroni. Un buon processo di cooling, con tempi di raffreddamento di poche decine di secondi, richiede $10^7 \div 10^8$ elettroni, a temperatura 4 Kelvin e con una densità superiore a $5 \cdot 10^7 \div 10^8$ particelle/cm³.

In queste condizioni non è più possibile supporre che il moto degli elettroni in una trappola elettromagnetica sia una semplice sovrapposizione dei moti caratteristici (assiale, di ciclotrone e di magnetron) di tutte le particelle. A causa della forza coulombiana, forza a lungo raggio di azione, il moto di una singola particella in trappola è determinato dalle correlazioni interne fra le particelle cariche e dipende non soltanto dalle condizioni locali del gas, ma anche dallo stato del sistema in regioni molto lontane.

Si dice allora che il gas di elettroni forma un *plasma*, cioè un gas di particelle cariche la cui dinamica è determinata da effetti collettivi. Caratteristiche fondamentali di questo comportamento "collettivo" sono l'esistenza di oscillazioni di plasma e la capacità del plasma di schermare, parzialmente o totalmente, i campi elettrici imposti dall'esterno [9].

Quest'ultima caratteristica è fondamentale ai fini dello studio dei limiti di "caricamento" degli elettroni nella trappola di ATHENA, per il processo di electron cooling. A seconda delle condizioni di lavoro in cui si opera (trappola di Penning o di Malmberg, dimensioni della trappola, campi di confinamento applicati, ...) la possibilità di caricare nella trappola un elevato numero di elettroni con determinati valori di densità e temperatura non è,

infatti, a priori scontata. Quando la carica totale della nuvola di elettroni e la sua configurazione di equilibrio generano dei campi elettrici tali da annullare i campi di confinamento esterni si è al limite del confinamento. Esistono, quindi, dei precisi limiti al confinamento di particelle cariche in una trappola elettromagnetica e la possibilità di avere bassi tempi di cooling dipende interamente da questi.

7.1 Distribuzione di equilibrio di un plasma

Consideriamo un insieme di N particelle cariche confinate in una trappola elettromagnetica, ad esempio gli elettroni necessari per il processo di cooling. Il gas di elettroni appena intrappolato ha una distribuzione iniziale di posizioni e velocità $f(\vec{r}, \vec{v}, t = 0)$ che dipende dalla tecnica di produzione e caricamento degli stessi. Non appena questi sono confinati nella buca di potenziale gli scambi interni di energia, dovuti alla correlazione fra le particelle, alterano questa distribuzione, ed il sistema evolve verso l'equilibrio a causa delle sole interazioni interne (forza coulombiana).

Se i campi elettrici e magnetici imposti dall'esterno sono costanti nel tempo il sistema è invariante per traslazioni temporali ($\frac{\partial H}{\partial t} = 0$) e l'hamiltoniana H , che è una costante del moto, rappresenta l'energia E del sistema. Inoltre, poiché il sistema è invariante per rotazioni intorno all'asse z (simmetria cilindrica), anche la componente L_z del momento angolare totale si conserva¹. In termini statistici si può parlare allora di un sistema microcanonico, descritto dalle due quantità costanti: energia E e momento angolare totale L_z . Il tempo necessario per raggiungere l'equilibrio termico, a partire da una distribuzione iniziale qualsiasi, è detto *tempo di self collisione di Spitzer* e può essere espresso in funzione della temperatura T del gas e della sua densità ρ [53]. Nel sistema cgs si ha:

$$t_c = \frac{\sqrt{\pi}(3kT)^{3/2}}{20.714 n_e^2 p_0 \ln \Lambda}; \quad \Lambda = \frac{3}{23^2} \frac{(kT)^{3/2}}{\sqrt{\pi p}} \quad (7.1)$$

A titolo di esempio, il tempo di self collisione di Spitzer di un gas di elettroni di energia iniziale 24 eV (energia di emissione dal filamento caldo utilizzato) vale 0.9 secondi per $\rho = 10^6$ particelle/cm³ e 0.01 s per $\rho = 10^8$ particelle/cm³.

¹In un plasma reale la conservazione dell'energia e del momento angolare non sono mai soddisfatte, a causa della radiazione di sincrotrone, degli urti con le molecole del gas di fondo, e soprattutto di leggere asimmetrie dei campi elettromagnetici applicati o di piccole imperfezioni nella geometria della trappola. Di solito, tuttavia, si suppone che questi effetti siano sufficientemente modesti da permettere al sistema di raggiungere l'equilibrio prima che la sua energia ed il suo momento angolare iniziali siano variati significativamente.

Vogliamo ora studiare la configurazione di equilibrio del plasma: se il numero N di particelle è sufficientemente elevato si può dire che questo sistema equivale ad un sistema canonico, la cui distribuzione di equilibrio nello spazio delle fasi è descritta dalla funzione di Gibbs [53]:

$$f(\vec{r}_1, \vec{v}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{v}_N) = C e^{-(H + \omega L_z) / \lambda T} \quad (7.2)$$

dove C è il fattore di normalizzazione che rende unitario l'integrale di f sul volume del sistema. In pratica $[f(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{r} d\vec{v}]$ è la probabilità che una particella si trovi in una posizione compresa fra (\vec{r}) ed $(\vec{r} + d\vec{r})$ ed abbia una velocità compresa fra (\vec{v}) e $(\vec{v} + d\vec{v})$. Consideriamo allora l'hamiltoniana H del sistema:

$$H = \sum_{j=1}^N \frac{m}{2} v_j^2 - \sum_{j=1}^N q \Phi(\vec{r}_j, z_j) \quad (7.3)$$

$\Phi(r, z)$ è il potenziale elettrico totale presente nel volume interno alla trappola: a questo contribuiscono il potenziale di confinamento imposto dall'esterno (Φ_T), il potenziale di carica spaziale del plasma (Φ_I) ed il potenziale dovuto alle cariche indotte dal gas sugli elettrodi della trappola (Φ_e). Cioè

$$\Phi(r_j, z_j) = \Phi_T(r_j, z_j) + \Phi_I(r_j, z_j) + \Phi_e(r_j, z_j) \quad (7.4)$$

Scrivendo poi il momento angolare \vec{l} di un elettrone in funzione del potenziale vettore \vec{A} ($l_z = m v_\theta r + \frac{e}{c} A_\theta(r)r$), e scegliendo per \vec{A} un gauge simmetrico ($A_\theta(r) = \frac{\Omega}{2} r$), si ottiene:

$$H + \omega L_z = \sum_{j=1}^N \frac{m}{2} v_j^2 - \sum_{j=1}^N q \Phi(\vec{r}_j, z_j) + m\omega \sum_{j=1}^N \left(v_{\theta j} r_j + \frac{\Omega}{2} r_j^2 \right) \quad (7.5)$$

dove Ω è la frequenza di ciclotrone ($\frac{eB}{m}$). La 7.5 si può riscrivere come:

$$H + \omega L_z = \sum_{j=1}^N \frac{m}{2} (v_j + \omega r_j \hat{\theta}_j)^2 + \sum_{j=1}^N \left(-q \Phi(\vec{r}_j, z_j) + \frac{m}{2} \omega (\Omega - \omega) r_j^2 \right) \quad (7.6)$$

Per ragioni di comodità è inoltre conveniente riscrivere il fattore di normalizzazione C in funzione di un nuovo parametro ρ_0 , come:

$$C = \rho_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \quad (7.7)$$

Da questa e dalla 7.6 si ottiene allora per la funzione f :

$$f = \rho_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{kT} \left[\sum_{j=1}^N \frac{m}{2} (v_j + \omega r_j \theta_j)^2 + \sum_{j=1}^N \left(-q\Phi(r_j, z_j) + \frac{m}{2} \omega^2 (\Omega - \omega)^2 r_j^2 \right) \right]} \quad (7.8)$$

La dipendenza della funzione $f(\vec{r}_1, \vec{v}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{v}_N)$ dalla velocità è una distribuzione maxwelliana, se valutata in un sistema di riferimento che ruota intorno all'asse di simmetria z a frequenza costante $(-\omega)$. L'hamiltoniana H del sistema, tradotta in questo sistema di riferimento rotante, risulta proprio $H_R = H + \omega L_z$, che è esplicitata nella 7.6: in questo sistema, quindi, una particella del plasma è soggetta ad un potenziale dato dalla somma del potenziale elettrico $\Phi(r, z)$, del potenziale centrifugo di rotazione e del potenziale dovuto all'esistenza di un campo magnetico assiale.

La densità della distribuzione di carica, nel sistema del laboratorio, si ottiene dalla 7.8, con una semplice integrazione sulle velocità:

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N) = \int f d\vec{v}_1 \dots d\vec{v}_N = \rho_0 e^{\frac{1}{kT} \left[\sum_{j=1}^N \left(-q\Phi(r_j, z_j) + \frac{m}{2} \omega^2 (\Omega - \omega)^2 r_j^2 \right) \right]} \quad (7.9)$$

Se si assume che il potenziale totale $\Phi(r, z)$ sia nullo sull'asse z ($r = 0$), ρ_0 è la densità del gas di elettroni sull'asse.

Limitiamo ora la successiva trattazione al solo caso di bassa temperatura. Se consideriamo l'espressione 7.9 nel limite $T \rightarrow 0$, poichè la densità del gas è una quantità necessariamente finita, si deve imporre:

$$-q\Phi + \frac{m}{2} \omega^2 (\Omega - \omega)^2 r^2 = 0 \quad (7.10)$$

La distribuzione f di equilibrio, in questo caso, si riduce allora alla semplice:

$$f = \rho_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{1}{kT} \left[\sum_{j=1}^N \frac{m}{2} (v_j + \omega r_j \theta_j)^2 \right]} \quad (7.11)$$

e l'hamiltoniana H_R si riduce al solo termine di energia cinetica. In questo sistema di riferimento, dunque, le particelle sono libere (le tre forze si bilanciano perfettamente) e si muovono con velocità costante, secondo una funzione maxwelliana [54, 55].

Abbiamo trovato la configurazione di equilibrio di un plasma freddo in una trappola elettromagnetica: la nuvola di carica si mette a ruotare intorno all'asse di simmetria z dalla trappola con frequenza ω costante.

Dalla 7.10 si ottiene inoltre l'espressione esplicita del potenziale totale $\Phi(r, z)$ presente nel volume interno al plasma, che è indipendente dal tipo di trappola elettromagnetica considerata. Le particelle del plasma risultano soggette ad un campo elettrico puramente radiale, dato da: $E_r = -\frac{m\omega}{q}(\Omega - \omega)r$.

Per una trappola di Penning, cioè, il plasma crea dei campi tali da annullare il campo assiale di confinamento e da sommarsi al campo radiale imposto, fornendo come risultante la componente E_r sopra esplicitata. In una trappola di Malmberg, invece, il campo imposto dall'esterno è nullo sia radialmente che assialmente ed il solo contributo del potenziale di carica spaziale è la creazione di un campo elettrico radiale.

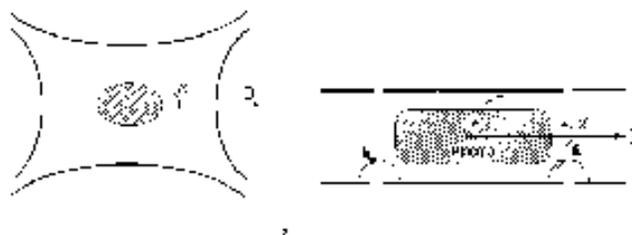


Figura 7.1: Configurazione di equilibrio di un plasma carico all'interno di una trappola elettromagnetica di Penning e di una trappola di Malmberg.

Il campo radiale risultante è generalmente un campo repulsivo ed un elettrone del plasma, soggetto a questo potenziale, è confinato quando il campo magnetico $\vec{B} = B\hat{z}$ ha un'intensità tale da compensare questa forza repulsiva. Questo è il primo limite di confinamento di un plasma: vogliamo ora tradurre questa condizione su ω in una condizione sulle grandezze caratteristiche del gas.

Il potenziale Φ interno al plasma deve soddisfare l'equazione di Poisson:

$$\nabla^2 \Phi(r, z) = -\frac{\rho(r, z)}{\epsilon_0} \quad (7.12)$$

che, utilizzando l'espressione per la densità prima trovata, diventa:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} e^{-\frac{1}{kT}} \left[-q\phi(r, z) + \frac{1}{2} m\omega (\Omega - \omega)r^2 \right] \quad (7.13)$$

Nel limite $T \rightarrow 0$ si ha la 7.10, da cui si ottiene:

$$\rho_0 = \frac{2m\epsilon_0}{q} \omega(\Omega - \omega) = \frac{m\epsilon_0}{q} \omega_p^2 \quad (7.14)$$

dove il parametro ω_p introdotto è detto frequenza di plasma e vale

$$\omega_p^2 = 2\omega(\Omega - \omega) \quad (7.15)$$

Se introduciamo la funzione densità di particelle $n(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{q}$ si ottiene per questa il valore costante

$$n_0 = \frac{2m\epsilon_0}{q^2} \omega(\Omega - \omega) = \frac{m\epsilon_0}{q^2} \omega_p^2 \quad (7.16)$$

È da notare che ρ_0 è il valore della densità del plasma in tutto il suo volume (nel limite per basse temperature la densità $\rho(r, z)$ diventa costante in tutto il plasma).

La 7.16 e la 7.15 costituiscono un'equazione di secondo grado per la frequenza ω di rotazione del plasma, e legano questa variabile alla densità n_0 .

Le soluzioni per la frequenza ω sono:

$$\omega = \frac{\Omega}{2} \pm \sqrt{\frac{\Omega^2}{4} - \frac{\omega_p^2}{2}} \quad (7.17)$$

ed affinché la frequenza ω sia reale (cioè affinché il moto sia confinato e non diverga) deve essere $\omega_p^2 \leq \frac{\Omega^2}{2}$. Da questa condizione si ottiene allora:

$$0 \leq \omega \leq \Omega$$

La densità n_0 al variare della frequenza di rotazione fra questi due estremi (limitata cioè a quei valori che garantiscono il confinamento radiale) ha l'andamento disegnato in 7.2.

La massima densità raggiungibile da un plasma carico confinato in una trappola si ha quando questo ruota a frequenza $\omega = \frac{\Omega}{2}$. Questa condizione viene spesso chiamata *limite di Brillouin* [56], ed a questo valore di frequenza corrisponde una densità di particelle

$$n_{0,max} = \frac{\epsilon_0}{2m} \cdot B^2 \quad (7.18)$$

La densità massima ottenibile in una trappola elettromagnetica dipende, quindi, solo dal valore del campo magnetico utilizzato e non dal particolare

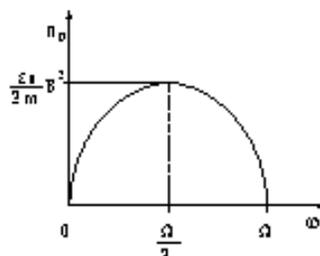


Figura 7.3: Andamento della densità n_0 del plasma, in funzione della frequenza di rotazione ω .

tipo di trappola considerato. In un campo magnetico di 3.12 Tesla e per un gas di elettroni il valore di densità limite risulta:

$$n_{0,max} = 4.7 \cdot 10^{13} \text{ e}^- / \text{cm}^3 \quad (7.19)$$

La condizione di confinamento radiale imposta sulla frequenza di rotazione del plasma è stata tradotta in un limite sulla densità massima ottenibile per la nuvola di particelle. Se si "catturano" N particelle cariche in una trappola elettromagnetica, queste evolvono verso uno stato di equilibrio: se le condizioni sono tali da formare un plasma, all'equilibrio gli ioni formano una distribuzione uniforme di carica, che ruota intorno all'asse z a frequenza costante. La densità del plasma non è nota, ma affinché il plasma sia confinato deve essere inferiore al valore $n_{0,max}$ (limite di confinamento radiale).

Tutti i risultati fino ad ora trovati sono naturalmente riferiti ad una situazione ideale. Se consideriamo, ad esempio, la configurazione di equilibrio di una nuvola di particelle in una trappola di Penning, il campo elettrico assiale non sarà mai totalmente schermato, ma esisterà una componente non nulla dovuta ad effetti di bordo. In generale, quindi, si ha una regione centrale del plasma in cui vale la teoria ideale dei plasmi ed i risultati sopra elencati, ed esiste poi una zona di "bordo", che fa da "transizione" fra il plasma e l'ambiente esterno. Nel caso di plasmi freddi, ad esempio, abbiamo visto che al loro interno la densità è costante e pari ad n_0 : la funzione densità non può però avere brusche discontinuità, crollando dal valore n_0 a zero. La zona di "bordo" è la regione in cui la densità passa con continuità da n_0 a zero. L'ordine di grandezza dello "spessore" di questa regione dipende dalla

densità delle particelle ed è fornito dal parametro lunghezza di Debye:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{30kT}{n_0 e^2}} \quad [\text{cm}] \quad (7.30)$$

Naturalmente, se questo parametro risultasse confrontabile con le dimensioni della nuvola in trappola, non sarebbe più possibile applicare al sistema la teoria dei plasmi ora vista, trascurando gli effetti di bordo: sarebbero proprio questi "effetti" a determinare la dinamica delle particelle in trappola. Un buon criterio per stabilire quando un gas di particelle cariche può essere considerato un plasma è allora confrontare la lunghezza di Debye del gas con le dimensioni della nuvola in trappola.

Un gas di 10^8 elettroni, a 4 Kelvin e con densità superiore a $5 \cdot 10^7 \div 10^8$ particelle/cm³ ha $\lambda_D = 0.04$ mm e può ragionevolmente essere considerato un plasma (nell'ipotesi più semplice di avere come configurazione di equilibrio del gas una sfera uniformemente carica, il raggio di questa dovrebbe essere pari ad 1 cm per avere il numero di elettroni e la densità desiderati). Il numero stimato di antiprotoni catturabili nella trappola di ATHENA è, invece, circa 10^4 ed inizialmente questi sono "caldi" ed occupano tutto il volume della trappola. In questo caso, allora, il parametro λ_D risulta confrontabile con le dimensioni della nuvola di antiprotoni e questi non riescono a dare luogo a quei fenomeni collettivi che caratterizzano la dinamica di un plasma carico.

Lo studio della teoria dei plasmi è quindi fondamentale per stabilire la dinamica ed i limiti che si hanno sul gas di elettroni per il processo di cooling, ma non aggiunge niente di nuovo per quel che riguarda il comportamento degli antiprotoni in trappola.

Fino ad ora abbiamo trovato un limite alla massima densità ottenibile per il gas di elettroni all'interno della trappola: se si conoscesse anche la configurazione di equilibrio del plasma sarebbe possibile dedurre dal valore massimo di densità anche il limite superiore al numero di elettroni che possono essere confinati. Esistono due casi in cui la soluzione analitica di questo problema risulta molto semplice: quando la trappola elettromagnetica è una trappola di Penning o una trappola di Malmberg. In entrambi i casi, in realtà, quello che si trova è un secondo limite al confinamento delle particelle (limite di confinamento assiale).

7.1.1 Trappola di Malmberg

Riconsideriamo il potenziale totale $\Phi(r, z)$ interno al plasma:

$$\Phi(r_j, z_j) = \Phi_T(r_j, z_j) + \Phi_I(r_j, z_j) + \Phi_e(r_j, z_j) \quad (7.21)$$

Se le dimensioni della trappola sono molto maggiori delle dimensioni della nuvola di elettroni, si possono trascurare gli effetti della carica indotta ed è lecito considerare $\Phi_e(r, z) = 0$. Essendo inoltre, nella regione centrale della trappola, $\Phi_T(r, z) = 0$, dalla 7.21 e dalla 7.10 si ricava immediatamente il potenziale di carica spaziale:

$$\Phi_I(r, z) = \frac{m\omega_e^2}{4q} \cdot r^2 \quad (7.22)$$

Un lungo cilindro uniformemente carico genera, al suo interno, un potenziale elettrico che cresce quadraticamente con il raggio: se imponiamo che la densità di particelle sia costante e pari ad n_0 , si ottiene esattamente:

$$\Phi_{int}(r) = \frac{qn}{4\epsilon_0} r^2 = \frac{m\omega_e^2}{4q} \cdot r^2 \quad (7.23)$$

All'equilibrio, dunque, la configurazione stabile di un plasma carico in una trappola di Malmberg è una distribuzione uniforme di carica, a densità costante n_0 , sagomata a forma di cilindro (coassiale con l'asse z) ed in rotazione intorno a questo asse con frequenza ω costante. Chiamiamo R_p ed L_p le sue dimensioni: assialmente il plasma tende ad occupare tutto lo spazio a sua disposizione e ad espandersi su tutta la lunghezza della trappola, si può quindi confondere la dimensione L_p del plasma con la lunghezza L della trappola. Inoltre, poichè necessariamente $R_p \leq R_T$, quanto più è verificata la condizione $R_T \ll L$ (dove R_T è il raggio interno della trappola), tanto più si possono trascurare gli effetti di bordo, dovuti alla lunghezza finita della colonna di carica.

Una distribuzione ideale di carica di questo tipo crea un potenziale elettrico che, all'esterno della distribuzione, cresce come $\ln\left(\frac{r}{R_p}\right)$:

$$\Phi_{ext}(r) = \frac{qn}{4\epsilon_0} R_p^2 \left(1 + 2\ln \frac{r}{R_p}\right) \quad (7.24)$$

Fra una particella che si trova sull'asse di rotazione z e l'elettrodo cilindrico centrale (ring) della trappola di Malmberg si genera, allora, una differenza di potenziale ΔV pari a:

$$\Delta V = \frac{qn}{4\epsilon_0} R_p^2 \left(1 + 2\ln \frac{R_T}{R_p}\right) \quad (7.25)$$

In termini di numero totale (N) di particelle in trappola, poichè $n = \frac{N}{\pi R_p^2 L}$, si ha:

$$\Delta V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{N}{L} \left(1 + 2ln \frac{R_r}{R_p} \right) \quad (7.26)$$

Assumendo che l'elettrodo centrale sia posto a massa, questo vuol dire che l'asse z non si trova anch'esso a potenziale nullo (come è lecito supporre nel caso di singola particella in trappola), ma è portato a potenziale $\Phi_0 = -\Delta V$ ($\Phi_0 < 0$). Quando questo valore Φ_0 è, in modulo, superiore al potenziale V_0 di confinamento, le particelle non sono più confinate (limite di confinamento assiale) [57].

Risulta allora chiaro il vantaggio di avere trappole di Malmberg molto lunghe, in modo che la dimensione assiale (L) del plasma sia la più grande possibile: in questo modo a parità di potenziale V_0 di confinamento il limite di carica spaziale si raggiunge con un numero superiore di particelle in trappola.

Per una trappola di Malmberg, allora, le due condizioni di confinamento da imporre risultano:

$$\begin{cases} \frac{N}{\pi R_p^2 L} < \frac{e_0 B^2}{2m} & \text{Limite radiale} \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{N}{L} \left(1 + 2ln \frac{R_r}{R_p} \right) < V_0 & \text{Limite assiale} \end{cases} \quad (7.27)$$

Utilizziamo ora i valori della trappola di Malmberg realizzata con la trappola di cattura di Genova per calcolare il potenziale Φ_0 che compete alle particelle che si trovano sull'asse z . I valori da utilizzare sono:

Potenziale di confinamento V_0 :	25 [Volt]	
Raggio interno trappola R_r :	1.25 [cm]	
Lunghezza trappola L :	10 [cm]	(7.28)
Campo magnetico B :	3.13 [Tesla]	

Come valore di lunghezza L della trappola non si considera la dimensione reale della trappola di cattura (37.76 cm), ma la lunghezza della regione centrale, dove il potenziale elettrico è nullo. La stima qui utilizzata (10 cm) è il risultato dello studio e delle simulazioni di cui si è discusso in un precedente capitolo (si veda figura 4.3).

La condizione che lega il potenziale di confinamento al raggio del plasma ed al numero totale di elettroni in trappola non è immediata: ho scritto un semplice programma (linguaggio Fortran) che calcola il potenziale Φ_0 in funzione della lunghezza L della trappola e del numero totale N di elettroni

considerato. In particolare con $L = 10$ cm e con N fisso il potenziale Φ_0 è una funzione del solo raggio del plasma, cioè della sua densità. Per i due valori $N = 10^8$ e/cm³ ed $N = 10^9$ e/cm³ si ottengono i grafici di figura 7.3.

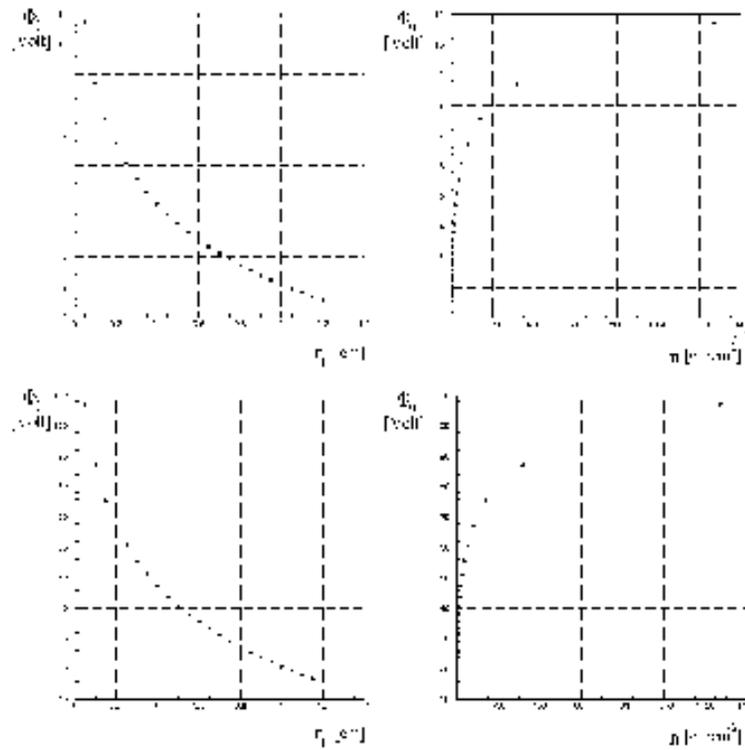


Figura 7.3: Andamento del potenziale Φ_0 che compete agli elettroni del plasma che si trovano sull'asse z in funzione del raggio del plasma e della sua densità, per $L = 10$ cm ed $N = 10^8 + 10^9$ elettroni.

7.1.2 Trappola di Penning

Ricalcando il discorso fatto nel caso della trappola di Malmberg ed esplicitando il potenziale $\Phi_T(r, z)$ che si ha nella regione centrale di una trappola di Penning, si ottiene per il potenziale di carica spaziale:

$$\Phi_I(r, z) = \Phi(r, z) - \Phi_T(r, z) = \frac{m\omega_z^2}{4q} r^2 + \frac{m\omega_z^2}{4q} (2z^2 - r^2) \quad (7.29)$$

Questo si può riscrivere come:

$$\Phi_I(r, z) = \frac{m\omega_z^2}{2q} \cdot (z^2 + \beta r^2) \quad (7.30)$$

dove la costante β vale: $\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} - 1 \right)$. È questo parametro che determina la geometria del potenziale interno al plasma e, dunque, la sua configurazione di equilibrio. Il potenziale di carica spaziale ricavato nella 7.30 è un potenziale quadratico: un ellissoide di rivoluzione uniformemente carico genera un potenziale che, internamente a questo, cresce quadraticamente sia con il raggio che con la coordinata z . Se, ad esempio, fosse $\beta = 1$, la configurazione di equilibrio del plasma sarebbe sferica: per $\beta \gg 1$ il plasma tenderebbe a formare un lungo cilindro centrato sull'asse z : infine per $\beta \ll 1$ si avrebbe un disco bidimensionale nel piano radiale, centrato in $z = 0$.

Chiamando L_p ed R_p le dimensioni assiali e radiali dell'ellissoide e scrivendo esplicitamente il potenziale generato da un ellissoide uniformemente carico (a densità costante n_0), dal confronto con la 7.30 si ottengono le relazioni che legano la costante β alle dimensioni del plasma. In particolare si trova una relazione fra il parametro di aspettazione α del plasma, $\alpha = \frac{\omega_p^2}{R_p^2}$, ed il rapporto $\frac{\omega_z^2}{\omega_p^2}$ [58].

$$\frac{\omega_z^2}{\omega_p^2} = \frac{1}{(\alpha^2 - 1)} \cdot Q_1^0 \left[\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \right]; \quad \alpha = \frac{\omega_p^2}{R_p^2} \quad (7.31)$$

dove Q_1^0 è la funzione associata di Legendre del secondo tipo. La dipendenza fra i due parametri è relativamente complicata: la funzione a secondo membro è una funzione monotonamente decrescente in α e, per bassi valori di α ($\alpha < 6$), ha l'andamento di figura 7.4.

È interessante studiare la configurazione di equilibrio del plasma in funzione delle condizioni di confinamento imposte: ω_z , Ω e V_0 . Consideriamo le condizioni di confinamento relative alla trappola realmente utilizzata in

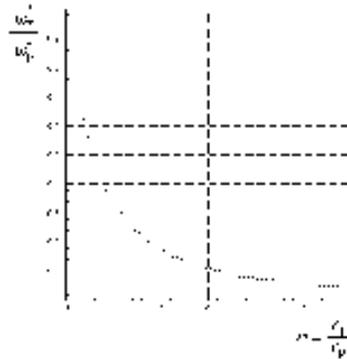


Figura 7.4: Relazione tra il valore di aspettazione α di un plasma freddo in una trappola di Penning ed il rapporto $\frac{\omega_c^2}{\omega_p^2}$.

ATHENA, cioè:

Potenziale di confinamento V_0 :	25 [Volt]	
Raggio interno trappola R_T :	1.25 [cm]	
Parametro d della trappola:	1.71	(7.33)
Lunghezza trappola L :	5 [cm]	
Campo magnetico B :	3.13 [Tesla]	

Come già osservato per la trappola di Malmberg, il parametro L qui utilizzato non è la lunghezza totale della trappola, ma la dimensione assiale della regione centrale, dove il potenziale è armonico. In base alle simulazioni fatte nel precedente capitolo (vedi figura 4.10) la stima più ragionevole è considerare $L \approx 5$ cm. Utilizzando relazioni già viste, si può, alla fine, riscrivere la 7.31 come:

$$\frac{4\pi\epsilon_0 V_0}{3qd^2} = \frac{N}{R_p^3} \cdot \frac{1}{\alpha(\alpha^2 - 1)} \cdot Q_1^0 \left[\frac{\alpha}{\sqrt{(\alpha^2 - 1)}} \right] \quad (7.33)$$

dove il primo membro è determinato dalle condizioni di confinamento imposte: il raggio R_p del plasma non è allora univocamente determinato da queste condizioni ma è ancora funzione di due parametri: N ed α . Imporre le condizioni "esterne" di confinamento vuol dire però determinare univocamente la frequenza assiale ω_c^2 : fissare il parametro α vuol dire fissare il valore della frequenza di plasma, ω_p^2 .

Fissato il numero totale N di particelle confinate esistono dunque "infinite" configurazioni di equilibrio, a seconda del valore di ω . L'unica condizione che interviene è ora il limite di confinamento assiale: le dimensioni del plasma devono essere ovviamente minori delle dimensioni della trappola di cattura.

La figura 7.5 [59, 60] mostra proprio i punti sperimentali, e la curva di migliore estrapolazione, dei valori di raggio del plasma in funzione della frequenza ω di rotazione. Il raggio R_p è normalizzato al valore R_B , che è il raggio del plasma al limite di Brillouin ($\omega = \frac{\Omega}{2}$), mentre la frequenza ω è normalizzata alla frequenza Ω .

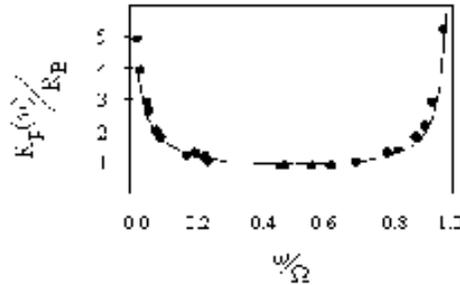


Figura 7.5: Andamento del raggio R_p del plasma in funzione della frequenza ω di rotazione.

Quando si raggiunge il limite di Brillouin la frequenza di rotazione del plasma vale $\frac{\Omega}{2}$ e la costante α è univocamente determinata dalla relazione:

$$\frac{3\omega_c^2}{\Omega^2} = \frac{1}{(\alpha^2 - 1)} \cdot Q_1^0 \left[\frac{\alpha}{\sqrt{(\alpha^2 - 1)}} \right] \quad (7.34)$$

In queste condizioni il raggio R_p del plasma è, allora, funzione del solo parametro N e può essere espressa dalla 7.35:

$$R_p^3 = \frac{3N}{8\pi\epsilon_0 m \bar{\alpha}} \left(\frac{q d^2 B}{V_0} \right)^2 \quad (7.35)$$

dove $\bar{\alpha}$ è il valore del parametro di aspettazione del plasma al limite di Brillouin, ricavato dalla 7.34.

Capitolo 8

Primi risultati sperimentali relativi alla cattura di antiprotoni

8.1 Sistema di decelerazione degli antiprotoni

Il primo sistema di decelerazione per gli antiprotoni, montato al CERN ed utilizzato per i primi "run" del novembre 1999, è stato realizzato sulla base delle mie simulazioni, precedentemente descritte.

Come già detto il sistema di assorbitori è stato ottimizzato rispettando i vincoli imposti dalla situazione sperimentale, che essenzialmente consistevano nel fatto che alcuni fogli dovevano necessariamente servire anche da separatori di camera a vuoto e dovevano perciò essere posizionati lontano dalla trappola di cattura. La dispersione radiale introdotta nell'attraversamento di questi materiali provocava, però, in combinazione con un campo magnetico non uniforme, un indesiderato allargamento del fascio. Una "fotografia" della distribuzione radiale degli antiprotoni sull'elettrodo di Alluminio, ottenuta con il programma *Geant3*, è mostrata in figura 8.1.

Ciò comporta che gli antiprotoni catturati tendano ad occupare gran parte del volume interno alla trappola di cattura mentre, per favorire il processo di formazione di atomi di anti-idrogeno, è necessario ridurre al minimo le dimensioni della nuvola di antiprotoni, per avere alta densità e sovrapposizione totale con la nuvola di positroni.

Ho allora suggerito di studiare la possibilità di posizionare tutti gli assorbitori il più vicino possibile (pochi centimetri) all'ingresso della trappola di cattura, in modo da evitare un eccessivo allargamento del fascio ad opera del

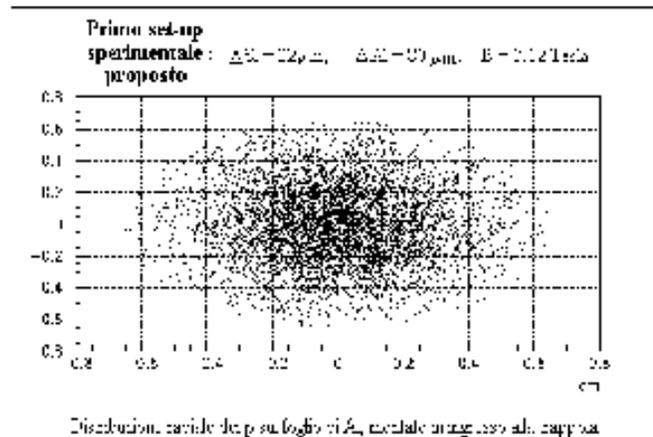


Figura 8.1: Distribuzione radiale degli antiprotoni sul foglio di Alluminio montato sull'elettrodo di ingresso alla trappola di cattura (HVL).

campo magnetico. In seguito ad opportune modifiche apportate al sistema da vuoto dell'intero apparato, questa soluzione è stata effettivamente adottata per i run di luglio-agosto 2000. Il sistema di decelerazione e monitor attualmente installato (figura 8.3) comprende:

- un foglio di Alluminio, di spessore pari a $35 \mu\text{m}$, montato su un supporto rotante, che permetta di ottenere spessori diversi a seconda dell'angolo di rotazione. Prendendo come riferimento ($z = 0$) il centro del magnete, la posizione del foglio lungo l'asse è $z = -140 \text{ cm}$;
- un rivelatore al Silicio di $67 \mu\text{m}$ di spessore, posizionato in $z = -63 \text{ cm}$. Questo monitor è diviso in cinque settori (come mostrato in figura 8.3) ed è utilizzato per controllare la posizione del fascio fornito dalla macchina AD (se il fascio non è in asse si hanno inutili perdite di antiprotoni);
- un foglio di $35 \mu\text{m}$ di Acciaio, montato sull'ultima flangia della camera da vuoto in cui sono posizionate le trappole elettromagnetiche (separa l'ultra alto vuoto di questa camera da quello, più basso, della camera a vuoto del magnete¹). La sua posizione assiale è $z = -56.6 \text{ cm}$;

¹Nel primo sistema di decelerazione la camera del magnete era indipendente ed era

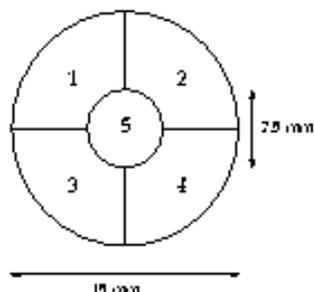


Figura 8.3: Il rivelatore in Silicio ($67 \mu\text{m}$), suddiviso in cinque sezioni, posto in ingresso al sistema di decelerazione ed utilizzato per controllare che il fascio sia ben centrato sull'asse

- l'ultimo assorbitore è il foglio di Alluminio montato sulla trappola di cattura degli antiprotoni. Il suo spessore nominale è $80 \mu\text{m}$ e la sua posizione assiale $z = -53 \text{ cm}$.

La strategia è ottimizzare l'efficienza di cattura degli antiprotoni al variare dell'angolo di rotazione del primo foglio di Alluminio, posizionato in $z = -140$. Una volta individuato, sperimentalmente, lo spessore ottimale, questa finestra verrà poi sostituita con una finestra fissa, stabilmente montata all'ingresso della trappola di cattura, nella regione di ultra alto vuoto ($z = -53 \text{ cm}$).

8.2 Determinazione ed ottimizzazione dell'efficienza di cattura

Per ottimizzare l'efficienza di cattura degli antiprotoni occorre rilevare un segnale proporzionale al numero di antiprotoni che vengono intrappolati nella trappola di cattura (tramite la procedura di cattura descritta nel quinto capitolo). La tecnica è la seguente: con il foglio posizionato in $z = -140 \text{ cm}$ ed al variare dell'angolo di rotazione è stata anzitutto effettuata la procedura di cattura degli antiprotoni nella trappola. Dopo 100 ms dalla chiusura

chiusa, tramite due finestre in Titanio, da una parte, sull'ultra alto vuoto di ATHENA e, dall'altra, su uno spessore di aria. Attualmente, invece, questa regione di alto vuoto è direttamente connessa con il vuoto della macchina AD.

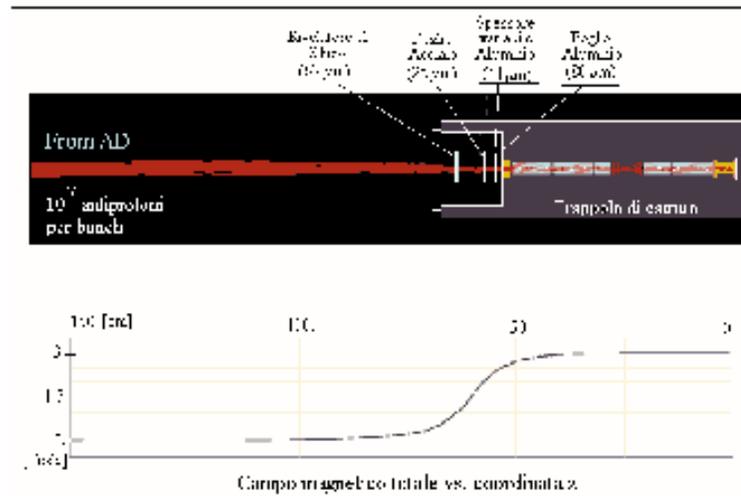


Figura 2.3: Il nuovo sistema di decelerazione e monitor del fascio di antiprotoni, attualmente installato nell'area sperimentale di ATHENA.

della trappola viene mandato al circuito di gestione delle alte tensioni il segnale di "STOP" (via software), che va a disabilitare lo "switch" dell'alta tensione sull'elettrodo HVL.

La tensione di questo elettrodo decresce dunque da 15 KeV a zero in un tempo, misurato sperimentalmente, di 20 ms. Questo valore è compatibile con il tempo di scarica di un circuito RC, in cui la resistenza R (resistenza dell'alimentatore) vale 30 M Ω e la capacità C (dovuta sia alle capacità parassite che alla capacità dei cavi, dei passanti da alta tensione, ...) è dell'ordine di 500 ÷ 1000 pF.

L'abbassamento della tensione sull'elettrodo HVL "apre" la trappola verso il lato di ingresso degli antiprotoni e, nel tempo di circa 20 ms, tutti gli antiprotoni catturati annichilano sul foglio di Alluminio montato sull'elettrodo HVL. Alcuni scintillatori, collegati a fototubi e montati esternamente al magnete, rivelano i prodotti di annichilazione. Il canale di annichilazione piú probabile è in pioni, con un numero medio stimato di pioni prodotti di 3.5.

Lo spettro temporale degli impulsi successivi rivelati dai fototubi a seguito dell'estrazione dei \bar{p} viene memorizzato: il numero totale di conteggi,

N , è proporzionale al numero di antiprotoni catturati. Il segnale finale, $S = N/M$, viene opportunamente ottenuto normalizzando N con il segnale M fornito dal monitor di fascio in ingresso al sistema, in modo da compensare eventuali variazioni tra uno shot ed il successivo nel numero totale di antiprotoni forniti da AD. La figura 8.4 mostra il segnale proveniente dagli scintillatori in funzione dello spessore del primo foglio rotante di Alluminio, per due diverse serie di misura.

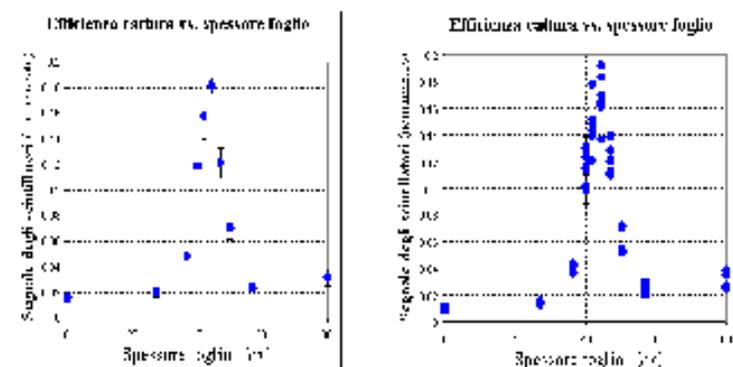


Figura 8.4: Segnale proveniente dagli scintillatori, normalizzato sul numero totale di antiprotoni in ingresso, in funzione dello spessore variabile del monitor di Alluminio. I due grafici si riferiscono a diverse serie di misure.

La curva di efficienza di cattura che viene delineata dalle misure è estremamente dettagliata e ben definita ed il massimo di efficienza di cattura corrisponde ad uno spessore di Alluminio di $41 \pm 12 \mu\text{m}$.

8.3 Confronto fra le simulazioni ed i dati sperimentali

Parallelamente alle misure sperimentali, sono state anche rifatte alcune delle simulazioni ottenute con il programma Geant3 per il vecchio sistema di decelerazione: in particolare si è studiato per quale spessore di Alluminio si ha il 50 % di trasmissione. I dati relativi a queste simulazioni sono graficati in figura 8.5: il 50 % di trasmissione corrisponde ad uno spessore di Alluminio di circa $67 \mu\text{m}$.

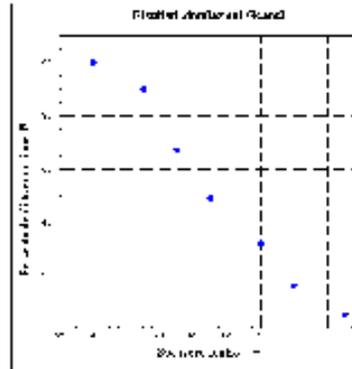


Figura 8.5: Percentuale di trasmissione degli antiprotoni attraverso l'ultimo foglio di Alluminio al variare del suo spessore, ottenuta tramite simulazione con il codice Geant3.

A prima vista, quindi, il dato sperimentale sembra non confermare l'ipotesi di avere la massima efficienza di cattura in corrispondenza del 50 % di trasmissione sull'ultimo foglio di decelerazione. Sperimentalmente, infatti, lo spessore ottimale è risultato $41 \mu\text{m}$, contro i $67 \mu\text{m}$ qui estrapolati. La differenza fra i due valori può tuttavia trovare ragionevole giustificazione: il foglio di acciaio da $25 \mu\text{m}$, montato sulla flangia di separazione fra la camera del magnete e la regione di ultra alto vuoto, è visivamente ondulato, probabilmente a causa di deformazioni termiche intervenute durante il processo di saldatura di questo sulla flangia. Il suo spessore è quindi solo nominalmente $25 \mu\text{m}$, mentre in alcuni punti può risultare maggiore di un certo numero di μm . Inoltre anche lo spessore del foglio di Alluminio montato sull'elettrodo della trappola può essere diverso dagli $80 \mu\text{m}$ nominali: l'errore ottenuto, di $\approx 20 \mu\text{m}$ di Alluminio, può dunque essere dovuto solo alla somma di questi due errori sistematici.

8.4 Misura degli effetti di scattering coulombiano multiplo dovuti al primo assorbitore

Grazie al rivelatore al Silicio posto in ingresso al sistema di decelerazione, è stato inoltre possibile non solo andare a verificare che il fascio di AD sia

ben centrato sull'asse z del campo, ma anche studiare l'allargamento radiale causato dal primo foglio di Alluminio, posizionato in $z = -1.40$ cm.

Senza questo assorbitore il fascio è molto ben centrato: il segnale letto sui settori laterali del monitor di fascio in Silicio è molto più piccolo del segnale che si ha sull'anello centrale e si può supporre che le dimensioni del fascio siano all'incirca paragonabili con quella di questo settore centrale.

Inserendo in $z = -1.40$ cm uno spessore non nullo di Alluminio, invece, le dimensioni del fascio sul monitor di Silicio si allargano di circa quattro volte, in termini di area.

Ciò dimostra l'utilità di concentrare tutti gli spessori in vicinanza dell'elettrodo HVL e di sostituire, perciò, il foglio rotante di Alluminio, posizionato in $z = -1.40$ cm, con un foglio fisso posto in $z = -52$ cm.

8.5 Dipendenza del numero di \bar{p} catturati dalla tensione di trappola

Un'ultimo dato raccolto durante questa prima misura con antiprotoni riguarda l'efficienza di cattura in funzione della tensione di confinamento applicata ai due elettrodi di chiusura, HVL ed HVR. Le misure sono state effettuate utilizzando lo spessore ottimale del foglio di Alluminio, $41 \mu\text{m}$.

I dati raccolti, purtroppo, si fermano al valore massimo di 6.5 KeV: durante questi primi run, infatti, il valore di pressione nella regione della trappola di cattura era un pò inferiore ai valori effettivamente richiesti ($p \approx 10^{-9}$ torr) e con questi valori di pressione tensioni superiori a 7 KeV iniziano a dare luogo a scariche elettriche.

La figura 8.6 è la lettura del segnale normalizzato proveniente dagli scintillatori, in funzione di diversi valori di potenziale di trappola: gli ultimi due punti non sono significativi e corrispondono alla situazione in cui gli elettrodi di alta tensione iniziano a scaricare. Come ci si aspetta, l'efficienza di cattura degli antiprotoni in trappola aumenta all'aumentare della tensione applicata.

La sequenza dei punti sperimentali sembra inoltre indicare una certa tendenza alla saturazione, ma al momento è del tutto prematuro affermare che questo è l'andamento effettivo. Le misure devono infatti essere ripetute non appena sarà possibile utilizzare valori di tensione più elevati e solo dopo sarà possibile riesaminare l'andamento dell'efficienza di cattura in funzione della tensione di confinamento.

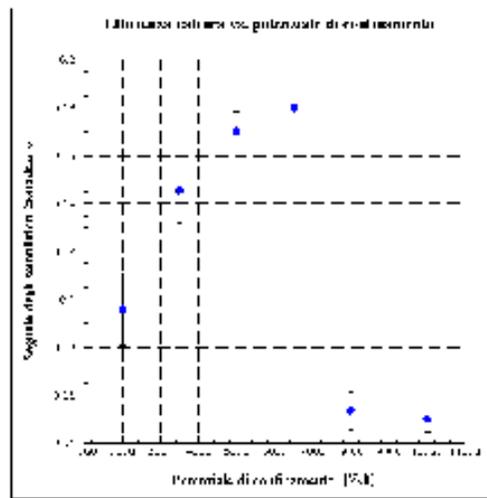


Figura 8.6: Lettura del segnale proveniente dagli scintillatori, in funzione di diversi valori di potenziale di confinamento. Gli ultimi due punti sperimentali non sono significativi e corrispondono alla situazione in cui gli elettrodi di alta tensione iniziano a scaricare.

Capitolo 9

Tests sul plasma di elettroni nella trappola di cattura di ATHENA

Nel capitolo dedicato alle tecniche di cooling di particelle cariche in una trappola elettromagnetica i risultati trovati per il raffreddamento, tramite cooling elettronico, di $\approx 10^8$ antiprotoni da un'energia cinetica iniziale di 15 KeV ad un'energia finale di qualche meV sono:

- tempi di cooling inferiori a poche decine di secondi richiedono almeno 10^8 elettroni con densità non inferiori a $10^7 - 10^8$ e/cm^3 ;
- le dimensioni radiali ed assiali del plasma di elettroni sono molto importanti, poiché una sovrapposizione parziale delle due nuvole di carica rallenta i tempi di cooling;
- il tempo di cooling totale del processo è interamente dovuto al raffreddamento dell'energia dei \bar{p} da 15 KeV a qualche eV: l'ulteriore diminuzione dall'eV ai meV aggiunge un fattore trascurabile al tempo totale.

Nel capitolo relativo ai plasmi si è inoltre discusso della distribuzione di equilibrio di un plasma carico in una trappola elettromagnetica e si è parlato del potenziale originato dalla carica spaziale.

Consideriamo ora una nuvola di antiprotoni ed una nuvola di elettroni contemporaneamente confinate in una trappola elettromagnetica, durante il processo di cooling elettronico: si tratta di un plasma misto confinato in una trappola. Per capire i problemi posti da tale plasma utilizzeremo, come

prima approssimazione, il modello secondo cui, all'equilibrio, il volume occupato dalle due specie di carica è identico, la distribuzione di carica delle due specie è uniforme e tutto il plasma ruota a frequenza costante intorno all'asse z .

Questa distribuzione di carica crea, ovviamente, un campo elettrico ed ogni particella acquista una energia potenziale (potenziale di carica spaziale) che dipende dalla posizione occupata all'interno del plasma. Nel caso semplice di una trappola di Malmberg, ad esempio, si ha che le particelle che si trovano sull'asse z hanno la massima energia potenziale, mentre via via che ci si allontano dall'asse questa diminuisce.

L'esistenza di tale energia potenziale crea qualche problema quando, come è necessario prima di trasferire gli antiprotoni nella trappola di ricombinazione, si vogliono eliminare gli elettroni che sono serviti per il processo di cooling elettronico.

Per procedere a tale "separazione" l'idea base consiste nello sfruttare la differenza di massa tra elettroni ed antiprotoni. Applicando, infatti, per un tempo abbastanza breve ($50 \div 100$ ns) un impulso elettrico ad uno degli elettrodi di confinamento della trappola è possibile estrarre gli elettroni dalla trappola in un tempo così breve da lasciare, di fatto, gli antiprotoni nella loro posizione originaria. A seguito di questa operazione, però, l'energia potenziale di carica spaziale che compete agli elettroni del plasma viene trasformata in energia cinetica degli antiprotoni. Dal momento che il potenziale di carica spaziale degli elettroni del plasma è dell'ordine di qualche decina di eV, questa operazione può annullare completamente il risultato ottenuto con il processo di cooling. Un corretto processo di raffreddamento degli antiprotoni via electron cooling richiede, dunque, di:

- 1) caricare nella trappola di cattura un numero elevato di elettroni (10^8);
- 2) raffreddare gli antiprotoni per un tempo di cooling sufficiente a raggiungere energie dell'ordine dell'eV;
- 3) conoscere la densità e le dimensioni radiali del plasma;
- 4) ridurre progressivamente il numero di elettroni utilizzati per il processo di cooling, lasciando che il sistema raggiunga l'equilibrio con un numero di elettroni in trappola molto più basso di quello iniziale. Come è stato in precedenza osservato, questo modo di procedere aumenta il tempo di cooling di un fattore trascurabile. Gli elettroni che vengono "rimossi" devono, ovviamente, essere scaricati dalla trappola senza perdita di antiprotoni;

- 5) essere in grado di rivelare il numero di elettroni ed antiprotoni in modo non distruttivo e di misurare la temperatura degli antiprotoni.

Le prime misure effettuate su elettroni con la trappola di cattura installata stabilmente all'interno del magnete di ATHENA riguardano lo studio dell'efficienza di caricamento degli elettroni e la messa a punto dei sistemi di rivelazione e "manipolazione" del plasma.

Nei prossimi mesi si prevede di caricare contemporaneamente nella trappola di cattura sia gli elettroni che gli antiprotoni per studiare l'efficienza del processo di cooling.

9.1 Produzione e caricamento degli elettroni

Gli elettroni sono prodotti per emissione da un filamento caldo (effetto termoionico) posto a circa 3 metri di distanza dalla trappola di cattura, dalla parte dell'elettrodo di chiusura HV_R (figura 9.3), in una regione dove il campo magnetico è molto debole [33]. La corrente di emissione del filamento è di qualche decina di μA e l'energia cinetica iniziale degli elettroni, determinata dal potenziale di estrazione del filamento, è circa 24 eV^1 .

Il "caricamento" degli e^- all'interno della trappola di cattura prevede una certa sequenza di operazioni:

- si costruisce, nella regione centrale (utilizzando i cinque elettrodi centrali CMP2L, CMP1L, RING, CMP1R, CMP2R), una trappola di Malmberg, lunga circa 4 cm ed alta 35 Volt (si veda figura 9.3), e si applica all'elettrodo CMP3RE un potenziale sufficiente a bloccare la corrente emessa dal filamento (-40 Volt):
- si scalda il filamento per qualche secondo. Gli elettroni emessi vengono riflessi dal potenziale negativo dell'elettrodo CMP3RE e creano, nella regione compresa fra il filamento e questo elettrodo, una distribuzione stazionaria di carica:
- si abbassa per qualche decina di ms il potenziale applicato all'elettrodo CMP3RE, lasciando entrare gli elettroni nella trappola. In figura 9.1 è riportata la configurazione del potenziale interno alla trappola di ATHENA durante la fase di caricamento degli elettroni ed, in particolare, la variazione del potenziale applicato all'elettrodo CMP3RE (-40 Volt \rightarrow -10 Volt):

¹È poi la radiazione di sincrotrone che, una volta che gli elettroni sono confinati nella trappola, dissipa gran parte della loro energia e li raffredda dai $3 \cdot 10^5$ Kelvin iniziali ai 4 Kelvin richiesti.

- a seconda del potenziale applicato all'elettrodo CMP3LE durante questa procedura si parla di due diverse tecniche di "caricamento". Si ha "caricamento senza corrente" quando all'elettrodo CMP3LE è applicato un potenziale negativo, analogo a quello del CMP3RE, che blocca la corrente di emissione. Quando invece questo elettrodo è a terra o è polarizzato positivamente si parla di "caricamento con corrente": nel tempo durante il quale il potenziale del CMP3RE viene abbassato si ha passaggio di corrente all'interno della trappola. [33] (si veda la tabella 9.1 e la figura 9.1).

I valori precisi dei potenziali applicati agli elettrodi durante questa operazione sono elencati nella tabella 9.1.

Nome elettrodo	Lunghezza elettrodo	Caricamento con corrente	Caricamento senza corrente
CMP3LE	120 [mm]	0 [Volt]	-40 [Volt]
CMP3LA	35	0	0
CMP2L	7.5	30	30
CMP1L	12.3	30	30
RING	30	30	30
CMP1R	12.3	30	30
CMP2R	7.5	0	0
CMP3RA	35	0	0
CMP3RE	35	-40	-40
CMP3RC	40	0	0

Tabella 9.1: Potenziali applicati agli elettrodi della trappola di cattura di ATHENA per le operazioni di caricamento ed estrazione degli elettroni: si distingue fra la tecnica di caricamento con o senza passaggio di corrente.

Entrambe le tecniche di caricamento danno risultati molto riproducibili: il numero massimo di elettroni in trappola è stato ottenuto con la procedura di caricamento senza corrente. Con questa tecnica sono stati catturati, in una trappola di Malmberg alta 25 Volt e larga 4 cm, circa $3.5 \cdot 10^8$ elettroni, con una densità dell'ordine di circa $3 \cdot 10^{17} e^-/cm^3$: questi numeri sono molto vicini al limite di caricamento dovuto alla carica spaziale e questo giustifica la riproducibilità del risultato.

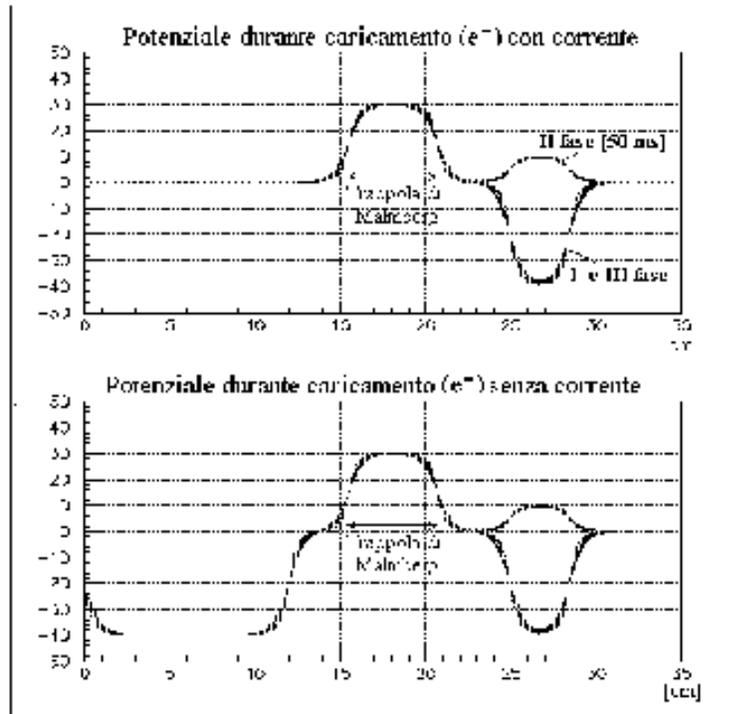


Figura 9.1: Configurazione del potenziale nella trappola di ATHENA per le operazioni di caricamento ed estrazione degli elettroni, in riferimento alla tabella 9.1.

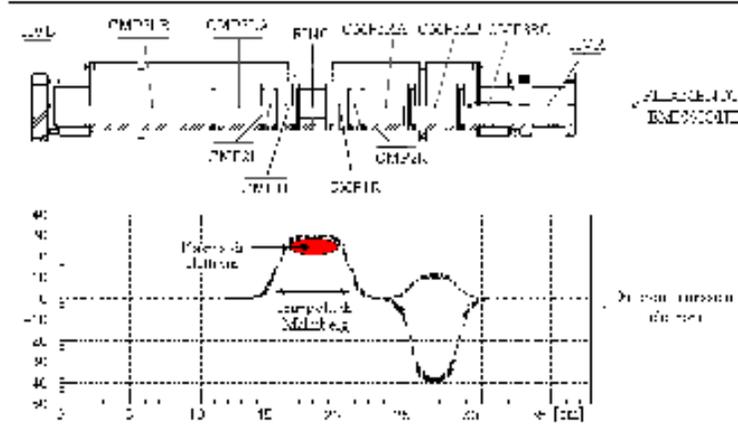


Figura 9.2: Configurazione del potenziale in trappola subito prima di eseguire l'operazione di caricamento degli elettroni, con esplicito riferimento alla disposizione degli elettrodi.

9.2 Diagnostica del plasma in trappola

Dopo aver caricato la trappola al limite del confinamento abbiamo visto essere necessario poter ridurre, in modo controllato, il numero di elettroni presenti: questo richiede, però, di conoscere la configurazione di equilibrio del plasma in trappola (in particolare le sue dimensioni).

L'estrazione di una parte degli elettroni dalla trappola, infatti, viene fatta applicando all'elettrodo CMP3LA un impulso di ampiezza ΔV_i variabile (0 ÷ 50 Volt): il potenziale di confinamento viene ridotto, da V_0 a $(V_0 - \Delta V_i)$, e gli elettroni che si trovano a potenziale $|V| > |(V_0 - \Delta V_i)|$ vengono persi². L'esatta sequenza delle manovre fatte sui potenziali degli elettrodi durante l'operazione di estrazione degli elettroni (*dump* degli elettroni) è disegnata in figura 9.3.

In una trappola di Malmberg il numero di elettroni così persi dipende solo dall'ampiezza dell'impulso ΔV_i applicato e dal raggio R_p del plasma.

²La durata dell'impulso deve essere tale da non provocare perdite di antiprotoni: in 50 ÷ 100 ns gran parte degli elettroni "esce" dalla trappola mentre gli antiprotoni, la cui massa è circa 2000 volte maggiore di quella degli e^- , percorrono solo pochi mm.

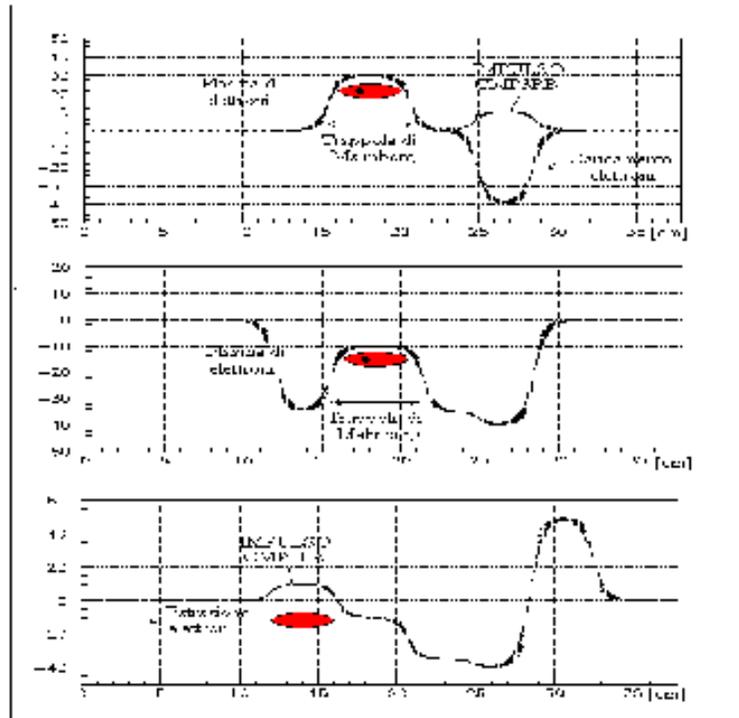


Figura 9.3: Sequenza delle configurazioni del potenziale nella trappola di ATHENA durante l'operazione di estrazione degli elettroni: prima di applicare l'impulso di estrazione sull'elettrodo CMP3LA (fase 3) la trappola di Malmberg viene leggermente modificata ed "abbassata" (fase 2) rispetto alla sua configurazione iniziale.

Per controllare il numero di elettroni estratti è necessario conoscere le dimensioni radiali del plasma. Questa informazione è comunemente ottenuta grazie a metodi di rivelazione distruttivi: si "apre" la trappola e si va a rivelare il segnale prodotto dagli elettroni su un dispositivo a CCD o sui diversi settori di un elettrodo di rivelazione, opportunamente sagomato.

Nel caso particolare del plasma di elettroni in ATHENA, tuttavia, l'apparato sperimentale non consente di poter utilizzare in modo semplice questa tecnica: l'elettrodo di rivelazione deve essere posto esternamente alla trappola ma molto vicino a questa, che vorrebbe dire nella zona di ultra alto vuoto. Questo crea ovvi problemi di vuoto e rende problematica questo tipo di diagnostica: si è dunque preferito ripiegare su una più semplice tecnica di rivelazione non distruttiva. La tecnica utilizzata è molto innovativa ed originale ed è stata ideata proprio dalla collaborazione genovese [10].

Applicando un impulso di estrazione ΔV_i all'elettrodo CMP3LA, gli elettroni estratti lasciano nella trappola un cilindro "bucato": le particelle a potenziale maggiore sono infatti quelle sull'asse e sono le prime a essere perse. La strategia di misura è:

- si applica l'impulso di estrazione ΔV_i alla trappola;
- si misura il numero N_{esc} di elettroni così estratti;
- si manda un secondo impulso di estrazione che apre completamente la trappola e si misura il numero N_{rem} degli elettroni che erano rimasti nella trappola dopo il primo impulso.

Le condizioni da utilizzare sono:

$$\begin{cases} V_0 - \Delta V_i = \Phi(R_p, R_{in}, n_0) \\ N_{\text{esc}} = \pi n_0 e L R_{in}^2 \\ N_{\text{rem}} = \pi n_0 e L (R_p^2 - R_{in}^2) \end{cases} \quad (9.1)$$

dove $\Phi(R_p, R_{in}, n_0)$ è il potenziale generato da un cilindro "bucato" di raggio interno R_{in} , raggio esterno R_p ed uniformemente carico: cioè:

$$\Phi(R_p, R_{in}, n_0) = -\frac{en_0}{2\epsilon_0} \left[\frac{R_p^2 - R_{in}^2}{2} - R_{in}^2 \ln\left(\frac{R_p}{R_{in}}\right) + (R_p^2 - R_{in}^2) \ln\left(\frac{R_{TRAP}}{R_p}\right) \right] \quad (9.2)$$

In termini di quantità misurate, N_{esc} ed N_{rem} , ed in base alle 9.1, la 9.2 si può riscrivere come:

$$V_0 - \Delta V_i = -\frac{N_{\text{rem}}}{4\epsilon_0 \pi L} + \frac{N_{\text{esc}}}{2\epsilon_0 \pi L} \ln \sqrt{\frac{N}{N_{\text{esc}}}} - \frac{N_{\text{rem}}}{2\epsilon_0 \pi L} \ln\left(\frac{R_T}{R_p}\right) \quad (9.3)$$

Invertendo questa relazione si trova una formula per il raggio del plasma R_p (e per la sua densità n_0) in funzione di ΔV_i .

La stessa formula viene poi utilizzata per controllare il numero di elettroni estratti con un impulso di ampiezza ΔV_i : si suppone che le misure siano riproducibili e che il numero N di elettroni caricati ed il raggio R_p del plasma siano costanti, V_0 è noto e la 9.3 rimane un'equazione per $N_{e_{\text{est}}}$ in funzione di ΔV_i .

Le figure 9.4, 9.5 e 9.6 mostrano tre grafici sperimentali ottenuti nel mese di agosto 2000. Questi grafici riportano la variazione del raggio del plasma R_p , del numero totale N di elettroni in trappola e della densità del plasma in funzione del tempo t di confinamento.

Si osserva, innanzitutto, un graduale aumento del raggio R_p del plasma: il sistema in questione è infatti inevitabilmente soggetto ad asimmetrie (sia meccaniche che dai campi elettromagnetici) che creano dei meccanismi di dissipazione che vanno ad aumentare le dimensioni radiali del plasma.

Al variare del tempo, allora, fino a quando il raggio del plasma si mantiene inferiore al raggio R_T della trappola il numero N di elettroni in trappola rimane costante e la densità diminuisce: quando poi $R_p \geq R_T$ si inizia a perdere elettroni.

È naturalmente importante assicurarsi che il tempo di cooling degli antiprotoni sia ben inferiore al tempo impiegato dal raggio del plasma a diventare maggiore delle dimensioni della trappola (12.5 mm). Nelle misure qui riportate questo tempo varia tra un minimo di 300 s ed un massimo oltre i 500 s (le figure si riferiscono a condizioni sperimentali diverse: caricamento con o senza corrente): rispetto ai tempi previsti per il processo di cooling, poche decine di secondi, i risultati ottenuti sono buoni.

L'aumento osservato del raggio R_p del plasma elettronico rappresenta, anzi, nelle condizioni sperimentali qui citate, un meccanismo naturale e molto efficiente di ottimizzazione del processo di cooling. Gli antiprotoni tendono, infatti, ad occupare quasi tutto lo spazio a loro disposizione entro il volume della trappola, mentre il plasma di elettroni ha un raggio iniziale abbastanza piccolo: se non ci fosse nessun meccanismo di dissipazione, il raggio del plasma degli e^- si manterrebbe costante e la sovrapposizione fra le due nuvole di carica sarebbe solo parziale, con ovvi ritardi sui tempi di cooling stimati. L'allargamento naturale del raggio R_p garantisce invece la totale sovrapposizione delle due nuvole.

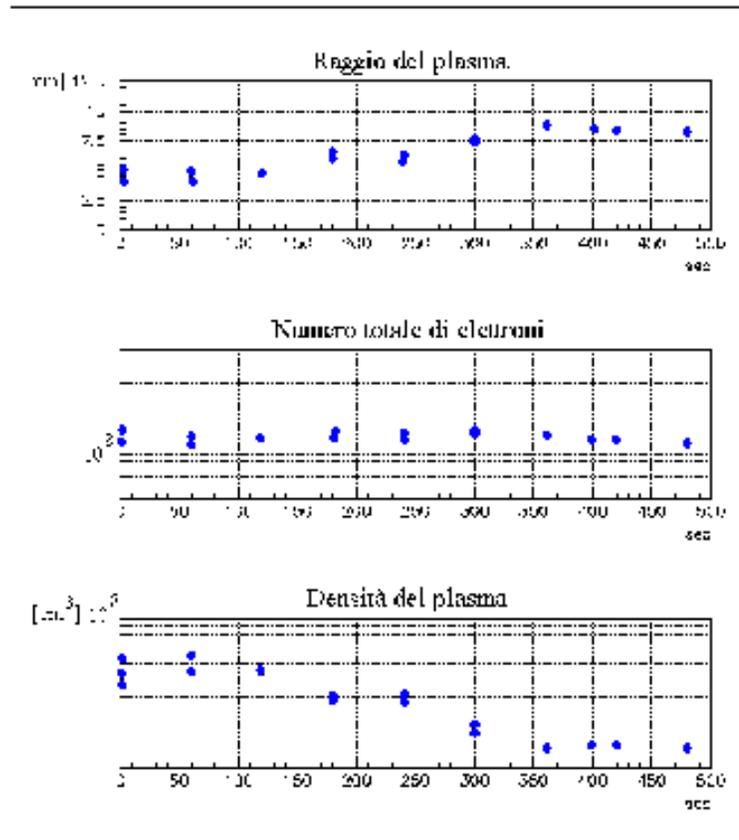


Figura 9.4: Variazione del raggio del plasma R_p , del numero totale N di elettroni in trappola e della densità del plasma in funzione del tempo di confinamento.

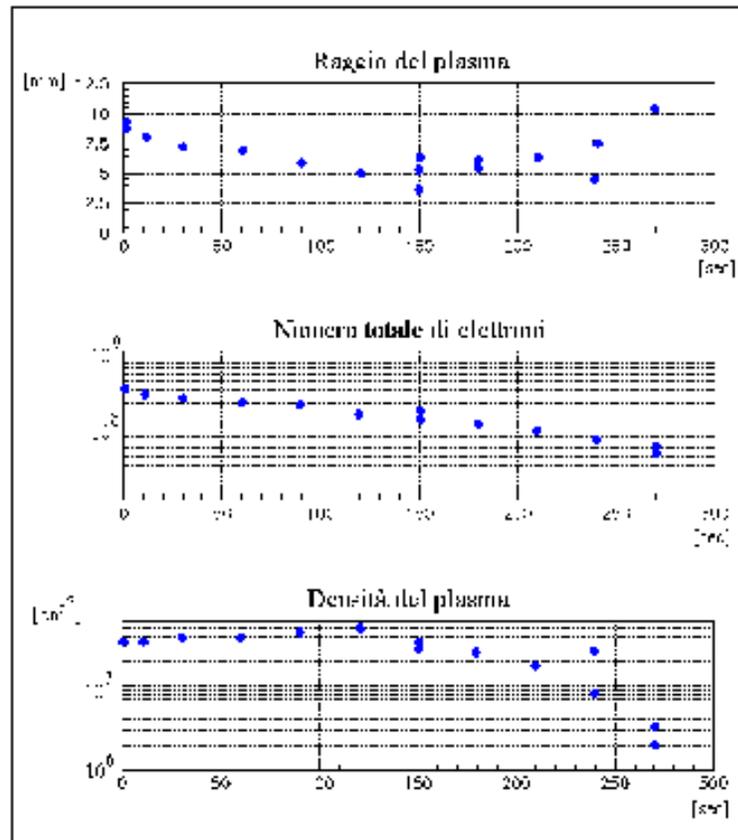


Figura 9.5: Variazione del raggio del plasma R_p , del numero totale N di elettroni in trappola e della densità del plasma in funzione del tempo di confinamento.

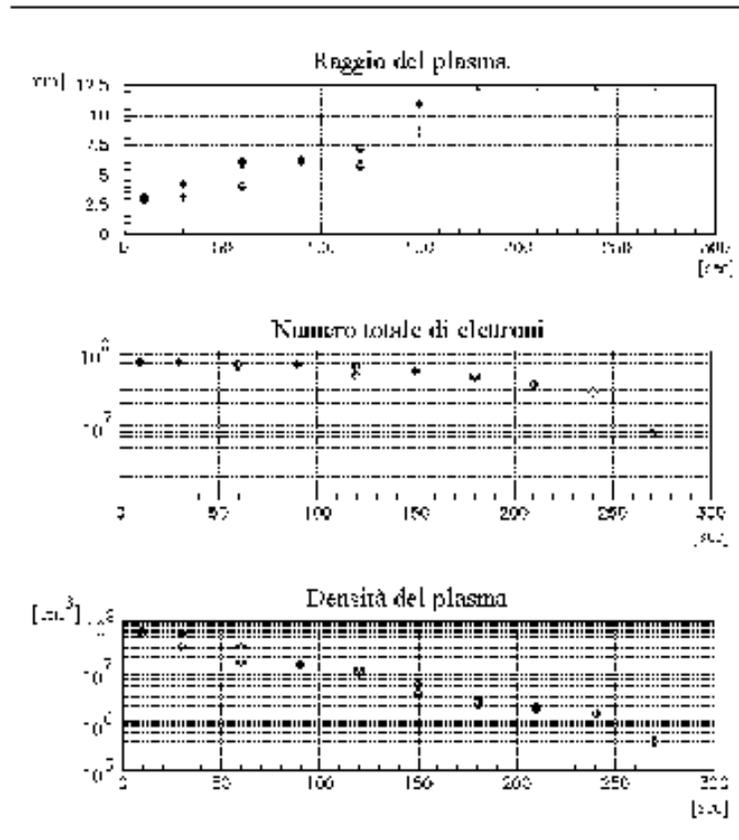


Figura 9.6: Variazione del raggio del plasma R_p , del numero totale N di elettroni in trappola e della densità del plasma in funzione del tempo di confinamento.

Bibliografia

- [1] C. Caso *et al* 1998 *Eur. Phys. J. C* **3** 1
- [2] R.S. VanDyck, P.E. Schwinberg and H.G. Dahmalt 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 36
- [3] G. Gabrielse, D. Phillips, E. Quint, H. Kalinowsky and G. Rousseau 1995 *Phys. Rev. Lett* **74** 3544
- [4] C. Cesar *et al.* 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 255
- [5] M.M. Nieto and T. Goldman 1991 *Phys. Rep.* **205** 231
- [6] E.G. Adelberg, B.R. Heckel, C.W. Stubbe and Y. Su 1991 *Phys. Rev. Lett.* **7** 66
- [7] <http://athena.web.cern.ch/athena>
- [8] M.H. Holscheiter and M. Charlton 1999 *Rep. Prog. Phys.* **62** 1
- [9] F.F. Chen 1974 *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, Los Angeles)
- [10] G. Testera *et al* *Toward the production of antihydrogen at rest in ATHENA*, to be published on *Nucl. Instr. Methods*
- [11] B. Chirikov, V. Tsyursky, V. Möhring and V. Schirmeister 1977 *Nucl. Instr. Methods* **144** 139
- [12] C. Hojvat and A. Van Ginneken 1983 *Nucl. Instr. Methods* **206** 67
- [13] L.D. Landau and E.M. Lifshitz 1960 *Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, Mass.)
- [14] N. Beverini, V. Lagomarsino, G. Manuzio, F. Scuri, G. Testera and G. Torelli 1988 *Phys. Rev. A* **38** 107

- [15] E. Saligmann 1990 in *Juelich 1990. Proceedings. General accelerator physics* 175 CERN-91-04
- [16] LEAR Design Study Team 1980 *CERN Report* CERN/PS/DL 80 7
- [17] S. Maury 1997 *Hyperfine Interact.* **109** 43
- [18] E. Segrè 1966 *Nuclei e Particelle* (Zanichelli, Bologna)
- [19] W.R. Leo 1986 *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments* (Springer - Verlag)
- [20] L.D. Landau 1944 *J. Exp. Phys.* **8** 301
- [21] W.H. Barkas, W. Birnbaum, F.M. Smith 1956 *Phys. Rev.* **101** 778
- [22] W.H. Barkas and M.J. Berger 1964 *Tables of Energy Losses and Ranges of Heavy Charged Particles* NASA-SP-3013
- [23] Møller *et al.* 1989 *Phys. Rev. A* **56** 2930
- [24] H.H. Mikkelsen and P. Sigmund 1989 *Phys. Rev. A* **40** 101
- [25] H.H. Andersen and J.F. Ziegler 1977 Vol. 3 of *The Stopping and Ranges of Ions in Matter*
- [26] H.A. Bethe 1953 *Phys. Rev.* **89** 1356
- [27] V.L. Highland 1991 *Nucl. Instrum. Methods B* **58** 6
- [28] J. Eades and L.M. Simons 1989 *Nucl. Instrum. Meth. A* **278** 368
- [29] J. Eades, L.M. Simons and V. Lagomarsino 1989 *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **8** 457
- [30] L.M. Simons 1986 in *Erice 1986. Proceedings. Fundamental Symmetries* **89**
- [31] J. Eades and F.J. Hartmann 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 373
- [32] <http://asacusa.web.cern.ch/asacusa>
- [33] C. Carraro 1999/2000 *Tesi di laurea in Fisica* (Università di Genova)
- [34] CERN Program Library 1994 *GEANT: Detector Description and Simulation Tool*

- [35] Particle Data Group 1998 *Particle Physics Booklet*
- [36] G. Gabrielse *et al* 1989 *Rapid Comm. of Physics Rev. A* **40** 481
- [37] M.H. Holzschaiter *et al* 1994 *Phys. Atom.Nucl.* **57** 1799
- [38] M.H. Holzschaiter 1993 *Physica Scripta* **46** 376
- [39] W. Eyrich, A.Hofmann: *Measurements of angular distributions of degraded protons in thick absorbers.*
- [40] J.H. Malmberg and J.S. de Grassie 1975 *Phys. Rev. Lett.* **35** 577
- [41] J.D. Jackson 1975 *Elettrodinamica classica* (Wiley, New York)
- [42] H. Dehmelt 1990 *Rev. Mod. Phys.* **62** 525
- [43] L.S. Brown, G. Gabrielse 1986 *Rev. Mod. Phys.* **58** 233
- [44] H. Raimbault-Hartmann *et al* 1997 *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. B* **126** 378
- [45] M.H. Holzschaiter *Trigger for antiproton capture in the PS500 catching trap PS300* Technical Note CERN
- [46] M.H. Holzschaiter *Notes on the PS500 high voltage pulser PS300* Technical Note CERN
- [47] G. Budker and A. Skrinsky 1978 *Sov. Phys. Usp* **21** 377
- [48] H. Herr, D. Möhl and A. Winnacker 1983 in *Erice 1982. Proceedings. Physics At Lear With Low-energy Cooled Antiprotons* **659**
- [49] G. Gabrielse, S.L. Rolston, L. Haarsma and W. Kells 1988 *Phys. Lett. A* **129** 38
- [50] M. Pajek and R. Schuch 1996 *Poster at the 2nd Euroconference on Atomic Physics with Highly Charged Ions*
- [51] G. Gabrielse, S.L. Rolston, L. Haarsma and W. Kells 1987 in *Karlsruhe 1987. Proceedings. Production and investigation of atomic antimatter* **287**
- [52] L. Spitzer 1962 *Physics of fully ionized gases* (Intarscienza Publishers, New York)

-
- [53] L.D. Landau, E.M. Lifshitz 1958 *Statistical Physics* (Pergamon, London) Sect. 4
- [54] <http://sdphca.ucsd.edu> (University of California, San Diego *home page*).
- [55] T.M. O'Neil and D.E. Dubin 1998 *Phys. Plasmas* 5 2163
- [56] D.J. Wineland *et al.* 1985 *J. Opt. Soc. Am* 2 1721
- [57] C.F. Driscoll 1986 *Low Energy Antimatter* (World Scientific, Singapore)
- [58] J.J. Bollinger, D.J. Heinzen, F.L. Moore, W.M. Itano and D.J. Wineland 1993 *Phys. Rev. A* 48 525
- [59] J.J. Bollinger, D.J. Wineland and D.H.E. Dubin 1994 *Phys. Plasmas* 1 1403
- [60] D.J. Heinzen, J.J. Bollinger, F.L. Moore, W.M. Itano and D.J. Wineland 1991 *Phys. Rev. Lett.* 66 2080