

Esercitazione 16 e 17

Marco Bonvini

10 Maggio 2017

1 Barzelletta (quasi)

Ci sono un cilindro pieno, uno cavo, una sfera piena e una cava. Tutti hanno la stessa massa e lo stesso raggio. Si trovano in cima ad un piano inclinato scabro, e ciascuno è convinto di arrivare per primo in fondo. Si lanciano contemporaneamente. Chi ha ragione?

[Sol: La sfera piena, che ha il momento di inerzia più piccolo. Infatti dalla conservazione dell'energia $\omega_{\text{fin}}^2 = \frac{2Mgh}{MR^2+I}$, oppure dalle equazioni cardinali $\dot{\omega} = \frac{MgR \sin \theta}{MR^2+I}$.]

2 L'asta con cerniera molleggiata

Un'asta rigida di lunghezza $\ell = 0.80\text{m}$ e massa M è incernierata al suo estremo A e appesa all'altro estremo B , tramite una fune ideale e una carrucola, ad un corpo di massa $m = 10.0\text{kg}$. Il sistema è in equilibrio, con l'asta in posizione orizzontale.

1. Calcolare la massa M dell'asta.
2. Calcolare modulo, direzione e verso della reazione vincolare nel punto A .

A un certo istante la fune viene tagliata, e l'asta comincia a ruotare attorno al polo A . Il vincolo in A oppone resistenza elastica, descritta dal momento $\tau = k\theta$, essendo θ l'angolo rispetto alla posizione orizzontale iniziale.

3. Calcolare la costante elastica k sapendo che l'asta inverte il moto per la prima volta ad un angolo $\theta_1 = 150^\circ$.

[Sol: 1. $M = 2m = 20.0\text{kg}$; 2. $R_y = mg = 98.1\text{N}$; 3. $k = Mg\ell \sin \theta_1 / \theta_1^2 = 11.5\text{Nm/rad}$]

3 Cilindro sul piano inclinato

Si consideri un cilindro omogeneo di massa $M = 2.0\text{kg}$ e raggio $R = 10\text{cm}$ che si muove su un piano inclinato di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto all'orizzontale. Fra piano e cilindro vi è attrito statico con coefficiente $\mu_s = 0.3$. All'asse del cilindro viene applicata una forza \vec{F} perpendicolare ad esso e parallela al piano inclinato. Tale forza fa salire il cilindro.

1. Qual'è l'intervallo di valori di $|\vec{F}|$ per cui il cilindro, partendo da fermo, sale lungo il piano senza strisciare?
2. Dato $|\vec{F}| = F_0 = 15\text{N}$, quanto vale l'accelerazione del centro di massa del cilindro?
3. Che velocità raggiunge dopo che il centro di massa è salito di una quota $h = 20\text{cm}$?

[Sol: 1. $Mg \sin \theta < F \leq Mg(\sin \theta + 3\mu_s \cos \theta)$, ovvero $9.81\text{N} < F \leq 25.1\text{N}$; 2. $a_{\text{cm}} = \frac{2}{3}(F/M - g \sin \theta) = 1.73\text{m/s}^2$; 3. $\sqrt{\frac{4}{3}h(\frac{F}{M \sin \theta} - g)} = 1.18\text{m/s}$]