

Esercitazione 20 e 21

Marco Bonvini

12 Maggio 2017

1 Il motore miracoloso

Una ruota di raggio $R = 35\text{cm}$ e massa $m = 5.0\text{kg}$ si trova su un piano inclinato scabro inclinato di un angolo $\theta = 15^\circ$ rispetto all'orizzontale. Sull'asse della ruota è posizionato un motore magico, la cui massa $M = 350\text{g}$ è tutta concentrata sull'asse della ruota ma che ciò nonostante è in grado di fornire una coppia motrice $\vec{\mu}_0$ alla ruota. Si calcoli:

1. l'intensità della coppia che permette alla ruota di stare ferma sul piano inclinato;
2. l'accelerazione della ruota assumendo che la coppia applicata diventi improvvisamente $\alpha = 1.25$ volte quella trovata al punto precedente (e che la ruota rotoli senza strisciare);
3. l'energia cinetica finale del sistema ruota+motore dopo aver percorso una distanza $d = 10.0\text{m}$;
4. il lavoro compiuto dalla reazione vincolare del piano, dalla forza peso e dalla coppia mentre il sistema compie il moto di cui ai punti precedenti.

[Sol: 1. $\mu_0 = (m+M)gR \sin \theta = 4.8\text{Nm}$; 2. $a = \frac{(\alpha-1)\mu_0}{(M+2m)R} = 0.33\text{m/s}$; 3. $K = (\alpha-1)\mu_0 d/R = 34\text{J}$; 4. $W_p = -\Delta U = -(m+M)gd \sin \theta = -136\text{J}$, $W_{\text{vincolo}} = 0$, $W_{\text{motore}} = K - W_p = \alpha\mu_0 d/R = 170\text{J}$. Osservare che un motore siffatto non può esistere. Infatti la coppia ha una reazione uguale e contraria sul motore stesso, che non avendo momento di inerzia (visto che è tutto concentrato sull'asse di rotazione) girerebbe su se stesso senza impartire alcuna coppia alla ruota. Viceversa un motore per tenere in equilibrio (o far salire) la ruota dovrebbe o essere simmetrico attorno all'asse con momento di inerzia non nullo ma con coppia che cresce nel tempo (accelerando farebbe accelerare la ruota), oppure essere asimmetrico attorno all'asse, in modo che rispetto all'asse il suo peso dia un momento che contrasta la forza peso.]

2 Bilancia a due molle

Una sbarra omogenea AB di lunghezza $\ell = 34\text{cm}$ e massa $M = 250\text{g}$ è sospesa al soffitto tramite due molle ideali verticali, di uguale lunghezza a riposo e costanti elastiche $k_A = 51\text{N/m}$ e $k_B = 19\text{N/m}$, agganciate in A e B rispettivamente. Per mantenere la sbarra in equilibrio orizzontale viene posizionato su di essa un corpo puntiforme di massa $m = 750\text{g}$ in un punto compreso tra gli estremi. Determinare:

1. l'allungamento delle molle in condizione di equilibrio;
2. la posizione della massa m ;
3. il periodo delle oscillazioni assumendo che il sistema sbarra+massa venga spostato verticalmente dalla posizione di equilibrio.

[Sol: 1. $\Delta y = \frac{m+M}{k_A+k_B}g = 0.14\text{m}$; 2. $x = \frac{k_B \Delta y - Mg/2}{mg} \ell = 6.6\text{cm}$; 3. Il centro di massa oscilla con periodo $T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k_A+k_B}} = 0.75\text{s}$]