

Esercitazione 27

Marco Bonvini

7 Giugno 2017

1 La Lippa

Si consideri una lippa, ovvero un bastoncino cilindrico con estremità coniche (in prima approssimazione). Il raggio del cilindro è $r = 2.5\text{cm}$, la lunghezza del cilindro $\ell = 12\text{cm}$ e l'altezza di ogni cono $h = 3\text{cm}$. La densità del legno è $\rho = 0.75\text{g/cm}^3$. La lippa viene appoggiata orizzontalmente su un tronco d'albero. Con un bastone la si colpisce ad un estremo, trasferendole un'energia di 15J . Quale altezza raggiunge? Qual'era l'impulso della forza?

[Sol: Per prima cosa calcoliamo il momento di inerzia della lippa rispetto al suo centro di massa. Il cilindro ha momento di inerzia $I_{\text{cil}} = \frac{m}{12}(\ell^2 + 3r^2)$, con $m = \rho\pi r^2\ell$. Il cono ha momento di inerzia rispetto al vertice $I_{\text{cono,v}} = \frac{3m'}{20}(r^2 + 4h^2)$, con $m' = \rho\pi r^2 h/3$. Il centro di massa del cono si trova alla quota $h/4$. Applicando Huygens-Steiner si trova $I_{\text{cm}} = I_{\text{cil}} + 2I_{\text{cono,v}} + 2m'[(\frac{\ell}{2} + \frac{h}{4})^2 - (\frac{3h}{4})^2] = 3.78\text{kg cm}^2$, mentre la massa complessiva è $M = m + 2m' = 0.21\text{kg}$. Prendiamo come polo O il punto a contatto col tronco che sia sull'interfaccia tra cilindro e cono, dal lato in cui viene colpito col bastone. Il momento di inerzia rispetto a questo polo è $I_O = I_{\text{cm}} + M(\ell^2/4 + r^2) = 12.5\text{kg cm}^2$. La variazione di momento angolare (inizialmente nullo) rispetto a O dovuto al colpo del bastone è $\Delta L = -h \int dt F(t) = I_O \omega < 0$. Assumendo che l'energia venga trasferita tutta nell'istante di contatto del bastone con la lippa, il centro di massa acquisisce una velocità verticale pari a $v_{\text{cm}} = |\omega| \sqrt{\ell^2/4 + r^2}$. L'energia della lippa con questi parametri del moto è $K = \frac{1}{2}v_{\text{cm}}^2 + \frac{1}{2}I_O\omega^2$, da cui si ricava $\omega = -\sqrt{\frac{2K}{I_O}} = 155\text{rad/s}$ ($\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 25\text{Hz}$), ovvero $v_{\text{cm}} = \sqrt{\ell^2/4 + r^2} \sqrt{\frac{2K}{I_O}} = 10\text{m/s}$. Il moto del centro di massa è un moto uniformemente decelerato, per cui la quota massima è $y_{\text{max}} = \frac{v_{\text{cm}}^2}{2g} = 5.2\text{m}$. L'impulso della forza era $\int dt F(t) = -I_O\omega/h = 6.5\text{Ns}$.]