Esercitazione 9 e 10

Marco Bonvini

19 Aprile 2017

1 Pendolo rotante

Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza ℓ è imperniata a un piatto appeso al soffitto. La sbarra può ruotare sul perno in una sola direzione, formando un angolo θ con la verticale. Sull'altra estremità della sbarra è appesa una pallina di massa m. Il piatto ruota con velocità angolare costante ω.

1. Si calcoli la velocità angolare minima ω_0 in grado di sollevare la pallina rispetto alla sua posizione più bassa possibile ($\theta = 0$).
2. Considerando $\omega < \omega_0$, descrivere il moto della pallina se all'istante $t = 0$ la fune forma un angolo $\theta_0 \ll 1$ con la verticale.
3. Considerando $\omega > \omega_0$, descrivere il moto della pallina se essa viene perturbata di un angolo $\phi_0 \ll 1$ rispetto all'angolo di moto uniforme.

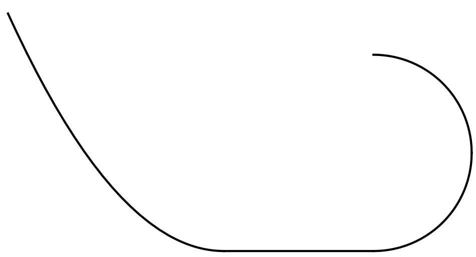
Si discutano i limiti $\omega \ll \omega_0$, $\omega \gg \omega_0$ e $\omega = \omega_0$.

[Sol: 1. $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$; 2. Nel limite considerato l'equazione del moto è $\ddot{\theta} \simeq -(\omega_0^2 - \omega^2)\theta$, quindi si comporta come un pendolo che oscilla con pulsazione $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$; 3. L'equazione del moto è $\ddot{\phi} \simeq -\omega^2\big(1 - \omega_0^4/\omega^4\big)\phi$, quindi oscilla attorno alla posizione di equilibrio con pulsazione $\Omega = \omega\sqrt{1 - \omega_0^4/\omega^4}$]

2 Lo skater

Uno skater puntiforme immortale si muove su una pista costituita da mezza parabola, un tratto orizzontale lungo $\ell = 3.8$m, e un tratto semicircolare con raggio $r = 2.5$m. Sul tratto orizzontale vi è attrito con coefficiente dinamico $\mu = 0.3$, mentre sui tratti parabolico e circolare l'attrito è nullo.

1. A quale quota deve partire (da fermo) per raggiungere la cima del tratto semicircolare?
2. A quale quota deve partire (da fermo) per cadere esattamente nel punto in cui comincia il tratto semicircolare?



[Sol: 1. $h \geq \frac{5}{2}r + \mu\ell = 7.4$m; 2. $h = \frac{7}{4}r + \mu\ell = 5.5$m (ricordando che le soluzioni di $\xi^3 - 3\xi - 2 = 0$ sono $\xi = \{-1, -1, 2\}$)]