

Esercitazione 13 e 14

Marco Bonvini

10 Aprile 2018

1 Pendolo rotante

Una sbarra di massa trascurabile e lunghezza ℓ è impernata a un piatto appeso al soffitto. La sbarra può ruotare sul perno in una sola direzione, formando un angolo θ con la verticale. Sull'altra estremità della sbarra è appesa una pallina di massa m . Il piatto ruota con velocità angolare costante ω .

1. Si calcoli la velocità angolare minima ω_0 in grado di sollevare la pallina rispetto alla sua posizione più bassa possibile ($\theta = 0$).
2. Considerando $\omega < \omega_0$, descrivere il moto della pallina se all'istante $t = 0$ la fune forma un angolo $\theta_0 \ll 1$ con la verticale.
3. Considerando $\omega > \omega_0$, descrivere il moto della pallina se essa viene perturbata di un angolo $\phi_0 \ll 1$ rispetto all'angolo di moto uniforme.

Si discutano i limiti $\omega \ll \omega_0$, $\omega \gg \omega_0$ e $\omega = \omega_0$.

[Sol: 1. $\omega_0 = \sqrt{g/\ell}$; 2. Nel limite considerato l'equazione del moto è $\ddot{\theta} \simeq -(\omega_0^2 - \omega^2)\theta$, quindi si comporta come un pendolo che oscilla con pulsazione $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$; 3. L'equazione del moto è $\ddot{\phi} \simeq -\omega^2(1 - \omega_0^4/\omega^4)\phi$, quindi oscilla attorno alla posizione di equilibrio con pulsazione $\Omega = \omega\sqrt{1 - \omega_0^4/\omega^4}$]

2 Pallina in semisfera

Una pallina di massa m e dimensioni trascurabili può scorrere senza attrito sulla parete interna di una semisfera di raggio $r = 15\text{cm}$, fissata a un piano tale che il piano aperto sia orizzontale (e ovviamente rivolto verso l'alto). Nell'istante iniziale, la pallina ha una velocità *orizzontale* e tangente alla parete, e la sua posizione è definita da un angolo $\theta_0 = 60^\circ$ rispetto alla verticale. Si determini:

1. il valore v_0 della velocità iniziale per il quale la pallina non varia la sua quota durante il moto;
2. il momento totale $\vec{\tau}_O$ delle forze che agiscono sulla pallina nel corso di un moto per θ generico rispetto al centro O della (semi)sfera;
3. il valore minimo v_{\min} della velocità iniziale necessario affinché la pallina raggiunga il bordo superiore della semisfera.

[Sol: 1. $v_0 = \sqrt{rg \sin \theta_0 \tan \theta_0} = 1.5\text{m/s}$; 2. $\tau = rmgs \sin \theta$ diretto tangenzialmente alla sfera e giacente nel piano ortogonale all'asse z ; 3. $v_{\min} = \sqrt{2gr/\cos \theta_0} = 2.4\text{m/s}$ (usando conservazione dell'energia e del momento angolare lungo z)]