

Esercitazione 32 e 33

Marco Bonvini

25 Maggio 2018

1 I dischetti

Un dischetto di raggio $R = 1.5\text{cm}$ e massa $m = 150\text{g}$ striscia su un piano senza attrito con velocità lineare costante $v_0 = 0.75\text{m/s}$ e con una velocità angolare attorno al suo asse $\omega_0 = 0.25\text{rad/s}$. Lungo la sua traiettoria, si trova un altro disco di massa M e con lo stesso raggio R , fermo. Il primo disco urta il secondo, con parametro d'impatto nullo.

1. Dopo l'urto il primo disco resta fermo. Determinare il moto del secondo disco dopo l'urto.
2. L'urto di cui sopra può davvero accadere? Motivare la risposta e spiegare cosa succederebbe davvero.
3. Assumendo che dopo l'urto il primo disco si muova con velocità ortogonale a quella iniziale, e che l'urto sia elastico, determinare il resto del moto (assumere $M = m$).
4. Assumendo che dopo l'urto il primo disco smetta di ruotare, e che l'urto sia elastico, determinare il resto del moto (assumere $M = m$).

[Sol: 1. $V_x = \frac{m}{M}v_0$, $V_y = 0$, $\Omega = \frac{m}{M}\omega_0$; 2. No, ovviamente: il primo disco girando imprime una forza che tende a far muovere il secondo disco in direzione ortogonale a quella del moto iniziale, e per reazione esso tende a muoversi in verso opposto, non potendo rimanere fermo. A meno che l'attrito tra i due dischi non sia completamente trascurabile, ma in tal caso il primo disco non smette di girare e il secondo non inizia a girare. 3. $V_y = -v_y = R\omega_0/3$, $V_x = v_0$, $\omega = \omega_0/3$, $\Omega = -2\omega_0/3$; 4. $V_y = -v_y = R\omega_0/2$, $V_x, v_x = v_0 \frac{1 \pm \sqrt{1 - R^2\omega_0^2/v_0^2}}{2}$, $\Omega = -\omega_0$]

2 Pallina giù per le scale

Una palla viene lanciata con velocità $v_0 = 3.0\text{m/s}$ su una scala a gradini con inclinazione θ rispetto all'orizzontale. I gradini sono tutti uguali, lunghi $b = 60\text{cm}$ e alti $h = 20\text{cm}$. Fra palla e gradini non vi è attrito. Supponendo che il primo rimbalzo avvenga sul bordo del primo gradino e che gli urti siano elastici, determinare:

1. l'espressione della posizione di impatto della palla sul secondo gradino in funzione di θ , e verificare che per $\theta = \theta_0 = 75^\circ$ tale posizione sia all'interno del gradino;
2. il tempo che intercorre tra il primo e il secondo rimbalzo per $\theta = \theta_0$;
3. sempre per $\theta = \theta_0$, la velocità v_3 immediatamente dopo il secondo rimbalzo;
4. sempre per $\theta = \theta_0$, la quota massima dopo il decimo rimbalzo.
5. Assumendo adesso che ogni rimbalzo sia parzialmente anelastico, quale/i valore/i dell'angolo θ garantisce che la pallina scenda la scala rimbalzando su tutti i gradini? Quanta energia viene dissipata ad ogni rimbalzo?

[Sol: 1. $x(t_1) = \frac{v_0^2 \cos \theta}{g} \left(\sin \theta + \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2gh}{v_0^2}} \right) \stackrel{\theta=\theta_0}{=} 0.51\text{m} < b$; 2. $t_1 = \frac{v_0}{g} \left(\sin \theta + \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2gh}{v_0^2}} \right) \stackrel{\theta=\theta_0}{=} 0.65\text{s}$; 3. $v_{3x} = v_x = v_0 \cos \theta$, $v_{3y} = v_0 \sqrt{\sin^2 \theta + \frac{2gh}{v_0^2}}$, $|v_3| = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 3.6\text{m/s}$; 4. $h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = 42\text{cm}$, rispetto al primo gradino. 5. Affinché la pallina rimbalzi su tutti i gradini, il cui numero non è dato ed è quindi arbitrariamente grande, è necessario che lo spazio orizzontale percorso ad ogni rimbalzo sia pari a b . Essendo v_x sempre costante, questo implica che v_y ad ogni rimbalzo ha sempre la stessa forma funzionale, in particolare immediatamente dopo il rimbalzo $v_y = \frac{bg}{2v_x} - \frac{hv_x}{b}$ e immediatamente prima del rimbalzo successivo $v'_y = -\frac{bg}{2v_x} - \frac{hv_x}{b}$. Imponendo $v'_y = v_{0y}$, si trova il sistema $\cos \theta \sin \theta - \frac{h}{b} \cos^2 \theta = \frac{bg}{2v_0^2}$. Con un po' di trigonometria si può scrivere $\cos \theta \sin \theta - \frac{h}{b} \cos^2 \theta = -\frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{h^2}{b^2}} [\cos(2\theta + \phi) + \cos \phi]$ con $\phi = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h^2}{b^2}}}$. Per i valori dati, si trovano due soluzioni $\theta_1 = 1.13\text{rad}$ e $\theta_2 = 0.77\text{rad}$. Siccome i rimbalzi sono tutti uguali, ad ogni rimbalzo viene persa l'energia potenziale acquisita, ovvero mgh . L'anelasticità del rimbalzo è quindi $\alpha \equiv K'/K = 1 - \frac{2gh}{v_0^2} = 0.56$.]