

# Esercitazione 3 e 4

Marco Bonvini

9 Marzo 2018

## 1 Esercizio: velocità di fuga

La velocità di fuga da un pianeta è la velocità minima che un oggetto deve avere per sfuggire al campo gravitazionale del pianeta. Sapendo che essa può dipendere solo dalla accelerazione di gravità  $g$  alla superficie, dal raggio  $R$  del pianeta e dalla massa  $m$  del corpo, determinare, a meno di un fattore  $k$ , la sua espressione. Sapendo che  $k = \sqrt{2}$ , determinare la velocità di fuga dalla Terra ( $g = 9.81\text{m/s}^2$ ,  $R = 6366\text{km}$ ).

[Sol:  $v_F = k\sqrt{gR} = 11.2\text{km/s}$ ]

## 2 Esercizio

Quali sono le caratteristiche di due vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  se

1.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$  e  $a + b = c$ ;
2.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$  e  $a^2 + b^2 = c^2$ ;
3.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ ;
4.  $(\vec{a} + \vec{b}) \wedge (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{0}$ .

[Sol: 1. paralleli equiversi; 2. ortogonali; 3.  $\vec{b} = \vec{0}$ ; 4. paralleli]

## 3 Esercizio

Si determini l'angolo fra il vettore  $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$  e il vettore  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ .

[Sol:  $\cos^{-1} \sqrt{6/7} = 0.388 = 22.2^\circ$ ]

## 4 Esercizio: doppio wedge

Mostrare che

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}.$$

[Sugg: si scelga il piano identificato da  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$  come il piano  $xy$ ]

## 5 Esercizio: prodotto misto

Mostrare che dati tre vettori non nulli e non paralleli il prodotto misto  $\vec{a} \cdot \vec{b} \wedge \vec{c}$  rappresenta il volume del parallelepipedo costruito sui vettori stessi.

## 6 Esercizio: la ruota

Una ruota di raggio  $r = 45\text{cm}$  rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Si consideri un punto  $P$  sul bordo della ruota. Nell'istante  $t_0$  il punto  $P$  si trova a contatto col piano. Al tempo  $t_1$ , dopo che la ruota ha compiuto mezzo giro,  $P$  si trova nel punto più alto. Quanto vale il suo spostamento totale?

[Sol:  $\vec{x} = \pi r \hat{i} + 2r \hat{k} = (1.4\hat{i} + 0.90\hat{k})\text{m}$ ]