

Esercitazione 3 e 4

Marco Bonvini

9 Marzo 2018

1 Esercizio: velocità di fuga

La velocità di fuga da un pianeta è la velocità minima che un oggetto deve avere per sfuggire al campo gravitazionale del pianeta. Sapendo che essa può dipendere solo dalla accelerazione di gravità g alla superficie, dal raggio R del pianeta e dalla massa m del corpo, determinare, a meno di un fattore k , la sua espressione. Sapendo che $k = \sqrt{2}$, determinare la velocità di fuga dalla Terra ($g = 9.81\text{m/s}^2$, $R = 6366\text{km}$).

[Sol: $v_F = k\sqrt{gR} = 11.2\text{km/s}$]

2 Esercizio

Quali sono le caratteristiche di due vettori \vec{a} e \vec{b} se

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ e $a + b = c$;
2. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ e $a^2 + b^2 = c^2$;
3. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$;
4. $(\vec{a} + \vec{b}) \wedge (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{0}$.

[Sol: 1. paralleli equiversi; 2. ortogonali; 3. $\vec{b} = \vec{0}$; 4. paralleli]

3 Esercizio

Si determini l'angolo fra il vettore $\vec{a} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ e il vettore $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$.

[Sol: $\cos^{-1} \sqrt{6/7} = 0.388 = 22.2^\circ$]

4 Esercizio: doppio wedge

Mostrare che

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}.$$

[Sugg: si scelga il piano identificato da \vec{b} e \vec{c} come il piano xy]

5 Esercizio: prodotto misto

Mostrare che dati tre vettori non nulli e non paralleli il prodotto misto $\vec{a} \cdot \vec{b} \wedge \vec{c}$ rappresenta il volume del parallelepipedo costruito sui vettori stessi.

6 Esercizio: la ruota

Una ruota di raggio $r = 45\text{cm}$ rotola senza strisciare su un piano orizzontale. Si consideri un punto P sul bordo della ruota. Nell'istante t_0 il punto P si trova a contatto col piano. Al tempo t_1 , dopo che la ruota ha compiuto mezzo giro, P si trova nel punto più alto. Quanto vale il suo spostamento totale?

[Sol: $\vec{x} = \pi r \hat{i} + 2r \hat{k} = (1.4\hat{i} + 0.90\hat{k})\text{m}$]