

Esercitazione 9 e 10

Marco Bonvini

27 Marzo 2018

1 Pendolo cicloide

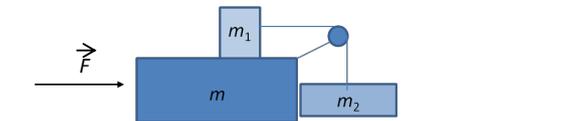
Si consideri un soffitto la cui forma, proiettata sul piano verticale, sia quella di una cicloide inversa, di equazioni parametriche

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ru - r \sin u \\ -r + r \cos u \end{pmatrix}, \quad (1)$$

con u parametro e r raggio della ruota che genera la cicloide. All'origine del sistema di coordinate, coincidente con una delle cuspidi della cicloide, viene appesa una fune inestensibile e di massa trascurabile di lunghezza $L = 4r$. Al suo estremo si trova un corpo puntiforme di massa m . Si dimostri che tale setup realizza un pendolo isocrono, la cui pulsazione non dipende dall'ampiezza dell'oscillazione, e se ne scriva la legge oraria. Si mostri inoltre che la traiettoria del corpo puntiforme è anch'essa una cicloide della stessa dimensione.

2 Forza blocchi!

Quale forza orizzontale F si deve applicare al blocco di massa $m = 1.0\text{kg}$, affinché i due blocchi di massa $m_1 = 0.30\text{kg}$ e $m_2 = 0.20\text{kg}$ non si muovano rispetto ad esso? Si suppongano nulli gli attriti.



[Sol: $F = g(m + m_1 + m_2)m_2/m_1 = 9.8\text{N}$]

3 Esercizio per le vacanze: Guida con molla

Una massa m si può muovere lungo una guida fissa agli estremi, priva di attrito, inclinata a formare un angolo θ con il piano orizzontale, con $\tan \theta = 1/2$. La massa è connessa ad un estremo di una molla ideale di costante elastica k e lunghezza di riposo nulla. L'altro estremo della molla è connesso ad un punto B fisso, che giace al di sotto della guida. All'inizio la massa viene tenuta ferma nel punto A , alla stessa quota di B (la molla è orizzontale). La distanza tra A e B è $d = 50\text{cm}$. All'istante $t = 0$ la massa viene lasciata libera di muoversi.

1. Si calcoli il valore k della costante elastica della molla sapendo che se la massa vale $m = m_0 = 80\text{g}$ essa si trova in equilibrio in A .
2. Si calcoli il valore $m = m_1 < m_0$ affinché questa massa raggiunga il punto C , posizionato sulla guida esattamente sopra a B , con velocità nulla.
3. Si scriva l'energia potenziale del sistema in funzione dei parametri e della coordinata x lungo la guida (con $x_A = 0$), e la forza risultante lungo la direzione della guida.
4. Si discuta il moto della massa m .