

Soluzione esercizio per le vacanze

Marco Bonvini

27 Marzo 2018

1 Guida con molla

Una massa m si può muovere lungo una guida fissa agli estremi, priva di attrito, inclinata a formare un angolo θ con il piano orizzontale, con $\tan \theta = 1/2$. La massa è connessa ad un estremo di una molla ideale di costante elastica k e lunghezza di riposo nulla. L'altro estremo della molla è connesso ad un punto B fisso, che giace al di sotto della guida. All'inizio la massa viene tenuta ferma nel punto A , alla stessa quota di B (la molla è orizzontale). La distanza tra A e B è $d = 50\text{cm}$. All'istante $t = 0$ la massa viene lasciata libera di muoversi.

1. Si calcoli il valore k della costante elastica della molla sapendo che se la massa vale $m = m_0 = 80\text{g}$ essa si trova in equilibrio in A .
2. Si calcoli il valore $m = m_1 < m_0$ affinché questa massa raggiunga il punto C , posizionato sulla guida esattamente sopra a B , con velocità nulla.
3. Si scriva l'energia potenziale del sistema in funzione dei parametri e della coordinata x lungo la guida (con $x_A = 0$), e la forza risultante lungo la direzione della guida.
4. Si discuta il moto della massa m .

[Sol. 1. $k = (m_0 g / d) \tan \theta = 0.78\text{N/m}$; 2. $m_1 = \frac{k d}{2g} \frac{1 - \tan^2 \theta}{\tan \theta} = m_0 \frac{1 - \tan^2 \theta}{2} = \frac{3}{8} m_0 = 30\text{g}$;
3. $U(x) = mgx \sin \theta + \frac{1}{2} k (d^2 + x^2 - 2dx \cos \theta)$, $F_x = -k(x - x_0)$, $x_0 = d \cos \theta - \frac{mg}{k} \sin \theta = \frac{5}{8} d \cos \theta$;
4. Moto armonico con pulsazione $\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{\frac{4g}{3d}}$ centrato in x_0]