

# **FISICA GENERALE 1**

**Corso di laurea  
in  
Chimica e Tecnologie Chimiche**

**problemi di Meccanica**

## ESERCIZI INTRODUTTIVI

Questo primo foglio è propedeutico al corso di Fisica 1 ; esso può essere svolto con le cognizioni elementari fornite dalla Scuola Media Superiore.

### Nozioni e dati

a) legge di Avogadro	massa dell'atomo di H $\approx 1.67 \cdot 10^{-24}$ gr
b) definizione di grammomolecola	densità del ferro $\rho = 7.97$ gr/cm <sup>3</sup>
c) equazione di stato dei gas perfetti	peso molecolare del ferro : 56
d) legge di gravitazione universale	massa terra $\approx 5.97 \cdot 10^{27}$ gr
e) periodo del pendolo	massa luna $\approx 7.34 \cdot 10^{25}$ gr
f) moto circolare uniforme	raggio medio terra $\approx 6.37 \cdot 10^8$ cm
	raggio medio luna $\approx 1.74 \cdot 10^8$ cm
	dimensioni della galassia $\approx 10^{18}$ Km
	distanza terra-luna $\approx 3.84 \cdot 10^5$ Km

1) Calcolare il numero di molecole contenute in una grammomolecola ( cioè il numero di Avogadro  $N_0$ )

$$[ N_0 \approx 6 \cdot 10^{23} ]$$

2) Calcolare il numero di molecole contenute in un cm<sup>3</sup> di ferro

$$[ \approx 8.5 \cdot 10^{22} ]$$

3) Calcolare il numero di atomi di idrogeno e di ossigeno contenuti in un cm<sup>3</sup> di acqua

$$[ \approx 6.6 \cdot 10^{22} ; 3.3 \cdot 10^{22} ]$$

4) Calcolare l'ordine di grandezza del diametro di una molecola di acqua

$$[ \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm} ]$$

5) Calcolare la costante dei gas R sapendo che una grammomolecola di gas a temperatura di 0°C e pressione una atmosfera occupa un volume di 22.4 litri

$$[ \approx 0.082 \text{ litri atm} / ^\circ\text{K} ]$$

6) Calcolare la costante di gravitazione universale

$$[ \approx 6.65 \cdot 10^{-8} \text{ dyne cm}^2 \text{ gr}^{-2} ]$$

7) Calcolare a che distanza dal centro della terra sulla congiungente terra-luna le attrazioni gravitazionali della terra e della luna si equivalgono

$$[ \approx 3.46 \cdot 10^5 \text{ Km} ]$$

8) Calcolare che periodo ha sulla luna un pendolo che sulla terra ha un periodo di 1 s

$$[ \approx 2.5 \text{ s} ]$$

9) A quale distanza corrisponde un anno-luce?

$$[ \approx 9.4 \cdot 10^{12} \text{ Km} ]$$

10) Esprimere in anni-luce le dimensioni della galassia

$$[ \approx 10^5 \text{ anni-luce} ]$$

11) Calcolare la distanza dalla superficie terrestre di un satellite televisivo

$$[ \approx 3.6 \cdot 10^4 \text{ Km} ]$$

## ANALISI DIMENSIONALE

- 1) Determinare le dimensioni ed i fattori di conversione tra i sistemi C.G.S. ed M.K.S. della densità, forza, lavoro o energia e pressione.
- 2) La legge di gravitazione universale è data dalla formula  $F = G \frac{m m'}{r^2}$   
Quali sono le dimensioni della costante  $G$ ? Quali sono le sue unità nel sistema M.K.S.?
- 3) Quali sono le dimensioni della costante  $e_0$  che compare nella legge di Coulomb?
- 4) Allungando una molla di un tratto  $x$ , si compie un lavoro che è dato dall'espressione  $L = 1/2 K x^2$ . Che dimensioni ha la costante  $K$ ?
- 5) In un moto armonico rettilineo, la coordinata  $x$  di un punto in funzione del tempo è data da  
 $x = A \sin \omega t$ . Quali sono le dimensioni delle costanti  $A$  ed  $\omega$ ? Che cosa rappresenta  $A$ ?  
Trovare la relazione tra  $\omega$  ed il periodo del moto.
- 6) L'altezza massima raggiunta da un corpo lanciato verticalmente verso l'alto con velocità  $v$  dipende da  $v$  e da  $g$ . Quali delle seguenti formule è dimensionalmente corretta?  
a)  $v^2/g^2$  b)  $v/g$  c)  $v^2g$  d)  $v^2g^2$  e)  $v^2/g$  f)  $g/v^2$  g)  $v/g^2$
- 7) Le quantità fisiche che intervengono nello studio del moto del pendolo (piccole oscillazioni) sono: la massa, la lunghezza del filo di sospensione e l'accelerazione di gravità. Dimostrare con considerazioni dimensionali che il periodo di oscillazione non può dipendere dalla massa.

## ALGEBRA VETTORIALE

- 1) Un uomo percorre 3 Km in direzione nord, quindi 2 Km verso est e finalmente 1 Km verso sud. Quale è la sua posizione finale rispetto al punto di partenza?  
[ 2.8 Km in direzione NE ]
- 2) Dati due vettori di modulo 2.5 e 4 rispettivamente e formanti un angolo di  $60^\circ$ , trovare graficamente e trigonometricamente il modulo e la direzione del vettore risultante  
[ 5.7 ;  $22^\circ$  ]
- 3) Risolvere il problema precedente con il metodo delle componenti cartesiane.
- 4) Siano dati 2 vettori  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  di componenti (3,4,-5) e (-1,2,6) rispettivamente. Si calcoli:  
a) i loro moduli  
b) componenti e moduli di  $\mathbf{a}+\mathbf{b}$  e di  $\mathbf{a}-\mathbf{b}$ . Esprimere  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}+\mathbf{b}$  e  $\mathbf{a}-\mathbf{b}$  per mezzo dei versori degli assi  $x, y, z$ .  
[ a)  $\sqrt{50}, \sqrt{41}$  b) (2,6,1),  $\sqrt{41}$ ; (4,2,-11),  $\sqrt{141}$  ]

5) Ad un certo istante, le posizioni di due particelle sono rappresentate dai vettori :

$$\mathbf{r}_1 = (4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 8\mathbf{k}) \text{ m} \quad \mathbf{r}_2 = (2\mathbf{i} + 10\mathbf{j} + 5\mathbf{k}) \text{ m} \quad (\text{m} = \text{metri})$$

a) calcolare le distanze dall'origine di ciascuna particella;

b) calcolare le componenti ed il modulo del vettore  $\mathbf{r}$  che rappresenta lo spostamento relativo delle 2 particelle

$$[ \text{a) } 9.4 \text{ m} ; 11.3 \text{ m} \quad \text{b) } (2, -7, 3) \text{ m} , \sqrt{62} \text{ m} ]$$

6) Verificare che  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$

7) Verificare che il prodotto misto  $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$  è invariante per permutazione circolare ( cioè è eguale a  $\mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A})$  etc )

8) Dimostrare che i vettori:

$$\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k} \quad \mathbf{B} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k} \quad \mathbf{C} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$$

formano un triangolo rettangolo.

9) Dimostrare che la condizione di coplanarità dei tre vettori  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  è :

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}) = 0$$

10) Sia dato il vettore  $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

a) trovare il modulo della proiezione di  $\mathbf{A}$  sul piano (x,y)

$$[\sqrt{10}]$$

b) costruire un vettore unitario sul piano x,y e perpendicolare ad  $\mathbf{A}$

$$[ \mathbf{i}/\sqrt{10} - 3\mathbf{j}/\sqrt{10} ]$$

c) calcolare il prodotto scalare di  $\mathbf{A}$  con  $\mathbf{C} = 2\mathbf{i}$

$$[ 6 ]$$

d) trovare la forma di  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$  in un sistema di riferimento ottenuto ruotando il precedente di  $\pi/2$  in senso orario ( guardando dall'alto dell'asse z positivo)

$$[ \mathbf{A} = \mathbf{i}' - 3\mathbf{j}' + 2\mathbf{k}'; \quad \mathbf{C} = -2\mathbf{j}' ]$$

e) verificare che mentre  $\mathbf{A} \times \mathbf{C}$  resta invariato, il prodotto vettoriale  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{C}$  cambia cambiando sistema di riferimento.

f) verificare che in entrambi i sistemi il prodotto  $\mathbf{A} \wedge \mathbf{C}$  è perpendicolare sia ad  $\mathbf{A}$  che a  $\mathbf{C}$ .

## CINEMATICA 1

1) Una particella si muove in un piano e la sua posizione ad ogni istante  $t$  è data dal vettore  $\mathbf{r} = (4t-1)\mathbf{i} + (2-t)\mathbf{j}$  con  $\mathbf{r}$  misurato in cm e  $t$  in secondi. Dire che forma ha la traiettoria e trovare i vettori velocità ed accelerazione in funzione del tempo.

$$[ x + 4y = 7 ; \mathbf{v} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} ; \mathbf{a} = 0 ]$$

2) Due particelle 1 e 2 viaggiano lungo gli assi  $x$  e  $y$  con velocità  $\mathbf{v}_1 = 2\mathbf{i}$  cm/s e  $\mathbf{v}_2 = 3\mathbf{j}$  cm/s; all'istante iniziale si trovano nelle posizioni:

$$x_1 = -3 \text{ cm} , \quad y_1 = 0 , \quad x_2 = 0 , \quad y_2 = -3 \text{ cm} .$$

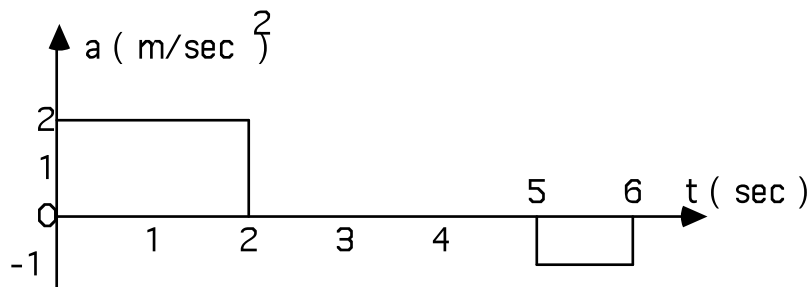
a) trovare il vettore  $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$  che rappresenta la posizione della particella 2 relativa alla particella 1 , come funzione del tempo;

$$[ (3-2t)\mathbf{i} + (3t-3)\mathbf{j} ]$$

b) quando le particelle sono più vicine possibile ed in quale posizione?  
 [1.15 sec ; -0.69 cm , 0.46 cm]

3) Un punto si muove con velocità  $\mathbf{v} = (-u \sin \omega t, u \cos \omega t, u)$ ; verificare che il moto è uniforme e trovare il modulo della velocità. Calcolare l'accelerazione e verificare che essa è costante in modulo. ( $u = 10^{-1} \text{ m/s}$  ;  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ )  
 [  $v = 0.14 \text{ m/s}$  ;  $a = 1 \text{ m/s}^2$  ]

4) Il grafico dell'accelerazione di un moto rettilineo è dato dalla figura. Trovare i grafici della velocità e dello spazio percorso come funzione del tempo, sapendo che la velocità iniziale è 3 m/s e la posizione iniziale -2 m.



5) Una automobile parte da ferma su una strada rettilinea e orizzontale, accelera uniformemente con una accelerazione  $a = 0.3 \text{ m/sec}^2$  per un tempo di 8 secondi, viaggia a velocità costante per 10 secondi e decelera uniformemente con accelerazione di  $0.4 \text{ m/sec}^2$  finché si arresta. Prendere l'origine nel punto di partenza ed il verso positivo dell'asse  $x$  nella direzione del moto.

a) costruire il grafico della accelerazione  $a$ , della velocità  $v$  e dello spostamento  $x$  in funzione del tempo (è utile scegliere  $1 \text{ cm} = 2 \text{ sec}$  per le ascisse,  $1 \text{ cm} = 0.1 \text{ m/sec}^2$ ;  $1 \text{ cm} = 0.5 \text{ m/sec}$ ;  $1 \text{ cm} = 5 \text{ m}$  per le ordinate nei vari casi)

b) quale è il tempo totale impiegato;  
 [ 24 secondi ]

c) quale è la distanza totale coperta;  
 [ 40.8 m ]

d) misurare l'area tra la curva della velocità in funzione del tempo e l'asse delle ascisse e mostrare che è eguale allo spostamento totale;

e) se  $\alpha$  è l'angolo tra la tangente alla curva dello spostamento in funzione del tempo e l'asse delle ascisse, verificare che  $\text{tg } \alpha$  è eguale alla velocità calcolando tale valore per  $t = 5 \text{ s}$ ,  $10 \text{ s}$ ,  $15 \text{ s}$ .

6) Un punto si muove lungo la curva  $y^2 = 36x$  in modo che la coordinata  $y$  ad ogni istante  $t$  sia data da  $y = 6t^2$ . Determinare l'accelerazione del punto all'istante  $t = 2 \text{ sec}$  ( $x, y$  in  $\text{cm}$ )  
 [  $49.5 \text{ cm/s}^2$  ]

7) Gli estremi  $A$  e  $B$  di un'asta rigida di lunghezza  $L$  scorrono sugli assi  $x$  e  $y$  rispettivamente:

a) trovare la traiettoria del punto di mezzo  $C$  dell'asta;  
 [  $x^2 + y^2 = L^2 / 4$  ]

b) se il punto C si muove con velocità a modulo costante, dimostrare che il moto di A e B è armonico.

## CINEMATICA 2

1) Per valutare la profondità di un pozzo vi si lascia cadere un sasso e si misura il tempo T trascorso tra l'istante in cui si abbandona il sasso e quello in cui si ode il rumore prodotto dall'urto contro il fondo. Si trascuri la resistenza dell'aria. (  $T = 3$  secondi, velocità del suono  $V = 330$  m/sec ). Che errore assoluto e relativo si commetterebbe identificando T con il tempo di caduta?

[ 40.6 m ; 3.5 m ; 8.6 % ]

2) Determinare l'altezza h da cui deve essere lasciata cadere una palla perfettamente elastica perchè il tempo totale per raggiungere l'altezza di 6 m da terra dopo il primo rimbalzo sia minimo.

[ 8 m ]

3) Un giocatore di baseball lancia una palla con una inclinazione di  $60^\circ$ . Dopo  $t = 2$  sec, la palla sta ancora salendo, ma la sua velocità ha una inclinazione sull'orizzontale di  $30^\circ$ . Calcolare con quale velocità il giocatore ha lanciato la palla (trascurando la resistenza dell'aria).

[ 34 m/s ]

4) Un cannone spara un proiettile con una alzata di  $60^\circ$  ed una velocità di 400 m/s. Calcolare l'accelerazione radiale, l'accelerazione tangenziale ed il raggio di curvatura della traiettoria del proiettile all'istante dello sparo ed all'istante in cui ricade a terra ( si trascuri la resistenza dell'aria).

[  $4.9 \text{ m/s}^2$  ,  $8.5 \text{ m/s}^2$  ,  $3.26 \cdot 10^4 \text{ m}$  ]

5) Un treno percorre un arco di cerchio di raggio  $R = 2400$  m con una decelerazione costante e compie un cammino pari al raggio R. La velocità iniziale era  $v_1 = 45$  m/s e quella finale è  $v_2 = 15$  m/s. Determinare l'accelerazione radiale e tangenziale del treno all'inizio ed alla fine dell'intervallo considerato ed il tempo impiegato a percorrerlo.

[  $0.85 \text{ m/s}^2$  ,  $0.094 \text{ m/s}^2$  ,  $0.375 \text{ m/s}^2$  , 80 s ]

6) Nel 1934 fu stabilito a Torino il record mondiale del lancio del giavellotto, con un lancio di 255 piedi ed 1 pollice ( 76.53 m). Se il giavellotto fu lanciato da una altezza di 1.5 m, in direzione di  $45^\circ$  con l'orizzontale, quale fu la velocità iniziale?

Quale avrebbe dovuto essere la velocità iniziale per ottenere lo stesso record se il lancio fosse avvenuto a Oslo, dove la accelerazione di gravità è circa il 2 per mille maggiore di quella misurata a Torino?

[  $v_0 \approx 27 \text{ m/s}$  ;  $\Delta v_0 / v_0 \approx 1$  per mille ]

7) L'accelerazione di un punto animato di moto armonico semplice varia secondo l'equazione

$a = -9x$  dove a è in  $\text{cm/s}^2$  e x in cm. Se l'ampiezza del moto è 5 cm , determinare:

a) il modulo della velocità quando il punto è spostato di 4 cm dal centro della traiettoria;

b) il modulo della accelerazione quando il punto è spostato di 3 cm dal centro della traiettoria.

[  $9 \text{ cm/s}$  ;  $27 \text{ cm/s}^2$  ]

8) Una formazione di fanteria marcia a passo costante in formazione quadrata lunga 50 m. Il cane del reparto parte di corsa dall'ultima fila, giunge fino alla prima fila e ritorna all'ultima fila, mantenendo la stessa velocità. Nell'istante in cui si affianca di nuovo all'ultima fila, il reparto è avanzato di 50 m.

Quanto spazio ha percorso il cane? Quale è la sua velocità rispetto a quella dei soldati?  
[ 120.5 m ;  $v_c = 2.41 v$  ]

### DINAMICA DEL PUNTO 1

1) Un corpo di 200 g si muove con velocità costante  $v = 50$  i cm/s. Quando si trova in  $r = -10$  i cm , viene sottoposto ad una forza costante  $F = -400$  i dine. Determinare: a)  
il tempo necessario perchè si fermi ;  
[ 25 sec ]  
b) la posizione in cui si trova quando è fermo .  
[  $r = 615$  i cm ]

2) Due blocchi identici di massa  $M$  sono connessi con una corda lunga  $3h$  (  $h = 3$  m )su un doppio piano inclinato liscio ( v. figura 1) . Quale è la velocità del blocco A quando il blocco B tocca terra?  
[ 3.13 m/s ]

3) La figura 2 rappresenta una bilancia a bracci eguali ; inizialmente il sistema delle due masse  $m_1$  ed  $m_2$  è impossibilitato a muoversi e sul piatto di destra ci sono tanti pesi in modo da equilibrare la bilancia.  
Da quale parte si inclina la bilancia quando le masse sono libere di scorrere?  
Quanti pesi bisogna aggiungere ( o togliere ) per ripristinare l'equilibrio?  
(  $m_1 = 3$  Kg ;  $m_2 = 1$  Kg ; trascurare la massa della puleggia )  
[ togliere 1 Kg]

4) Una barca a vela , di massa  $m$  , si muove con velocità costante  $v_0$  . Si toglie la vela e la resistenza dell'acqua si può schematizzare con una forza proporzionale alla velocità  $F = -kv$ . Quanto spazio compie la barca , dopo aver tolto la vela?  
[  $m v_0 / k$  ]

5) Un satellite ha un'orbita circolare e coplanare col piano dell'equatore. Per quale raggio dell'orbita il satellite apparirà stazionario per un osservatore fisso sulla terra? ( massa della terra =  $6 \cdot 10^{27}$  gr ;  $G_{grav} = 6.6 \cdot 10^{-11}$  nel MKS)  
[  $4.2 \cdot 10^4$  Km]

6) Un ragazzo fa ruotare un secchiello con dei sassi in un cerchio verticale di raggio 50 cm. Quale deve essere la velocità del secchiello nel punto più alto del cerchio perchè i sassi non cadano?  
[  $v \geq 2.2$  m/s]

7) Nelle linee ferroviarie in curva , la rotaia esterna esercita sulla ruota un'azione vincolare centripeta cui corrisponde una reazione centrifuga che l'orlo della ruota esercita sul binario, tendente a logorarlo. Tale inconveniente può essere eliminato sopraelevando la rotaia esterna.

Si calcoli quale deve essere il sopraelevamento necessario affinché in una curva di raggio 1 Km un treno di scartamento normale 1.44 m con velocità 60 Km/h non dia luogo a tale sollecitazione.

[ 4.1 cm ]

8) Un ascensore di massa  $M$  porta appeso al soffitto un corpo di massa  $m$ . L'ascensore è tirato verso l'alto da una fune che esercita una forza costante  $F$ . La massa  $m$  è inizialmente ad una distanza  $S$  dal pavimento.

a) quale è la tensione del filo che connette  $m$  all'ascensore?

[  $m F / ( m + M )$  ]

b) se la corda che regge  $m$  si spezza improvvisamente, quanto tempo impiega  $m$  a toccare il pavimento?

[  $( 2 S M / F )^{1/2}$  ]

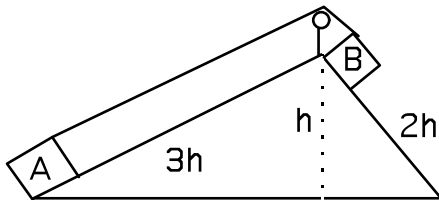


Fig. 1

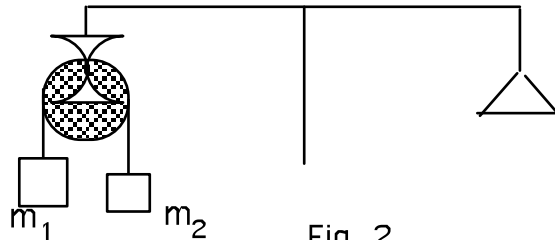


Fig. 2

## DINAMICA DEL PUNTO 2

1) Un corpo di massa  $m$  incomincia a scivolare da fermo lungo un piano inclinato di lunghezza  $L$  che forma un angolo  $\vartheta$  con l'orizzontale. Se il coefficiente d'attrito è  $\mu$ , trovare la velocità del corpo quando arriva in fondo al piano inclinato.

[  $v^2 = 2 ( \sin\vartheta - \mu\cos\vartheta ) g L$  ]

2) Due blocchetti A e B di massa  $M = 3 \text{ Kg}$  e  $m = 2 \text{ Kg}$  rispettivamente scivolano con attrito su un piano inclinato ( $\vartheta = 30^\circ$ ), rimanendo in contatto tra loro, col blocchetto B più in alto di A. Se il coefficiente di attrito dinamico è diverso per i due blocchetti (0.4 per A ,0.3 per B ) si calcolino l'accelerazione comune dei due blocchetti durante la discesa e la forza con cui B spinge A ( si supponga la superficie di contatto tra A e B liscia, piana e normale al piano inclinato)

[  $1.83 \text{ m/s}^2 ; 1.02 \text{ N}$  ]

3) Due blocchi A e B sono disposti nel modo indicato in figura. La massa del blocco A è 25 Kg , quella del blocco B è 100 Kg. Il coefficiente di attrito statico tra i blocchi A e B vale 0.6 mentre quello di attrito dinamico vale 0.5. L'attrito tra il blocco B ed il pavimento è trascurabile. Al blocco A viene applicata una forza  $F$  diretta nel modo indicato in figura. Determinare l'intervallo di valori di  $F$  affinché A e B si muovano insieme. Determinare le espressioni delle accelerazioni di A e B se  $F$  non soddisfa la condizione di cui sopra.

[  $F \leq 184 \text{ N} ; a_A = F / m_A - \mu_c g ; a_B = \mu_c g m_A / m_B$  ]



4) Due blocchi A e B sono disposti nel modo indicato in figura. La massa di A è 4 Kg , quella di B è 18 Kg. Il coefficiente di attrito dinamico tra i blocchi vale 0.3 ; quello tra il blocco B ed il piano orizzontale vale 0.1. Una forza  $F = 55$  Newton è applicata al blocco B in direzione parallela al piano. Determinare l'accelerazione del blocco A e la tensione della corda. Si trascuri il peso della corda , l'attrito e la massa della puleggia.

[  $0.45 \text{ m/s}^2$  ;  $13.6 \text{ N}$  ]

5) Che accelerazione orizzontale  $a$  deve essere applicata costantemente a  $M$  in modo che  $M_1$  e  $M_2$  non si muovano relativamente ad  $M$ ? ( sia  $\mu$  il coefficiente di attrito tra  $M$  ed  $M_1$  e tra  $M$  e  $M_2$  )

[  $g ( M_1 - \mu M_2 ) / ( M_2 + \mu M_1 ) \leq a \leq g ( M_1 + \mu M_2 ) / ( M_2 - \mu M_1 )$  ]

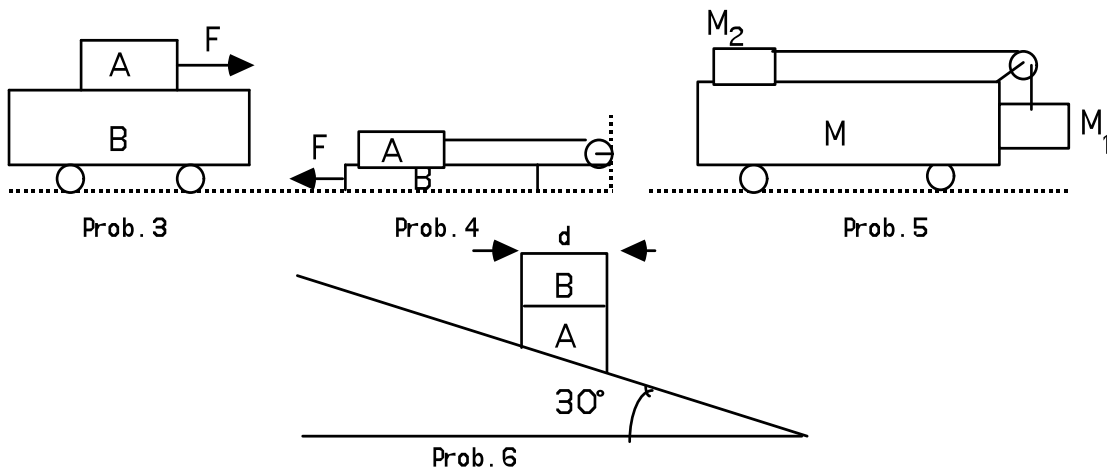
6) Due blocchi A e B di eguale sezione quadrata ( lato  $d = 32 \text{ cm}$  ) sono sovrapposti come in figura. La superficie di contatto tra i due blocchi è orizzontale. Il blocco A poggia su un piano inclinato di  $30^\circ$  liscio. Le masse dei blocchi sono rispettivamente  $m_A = 700 \text{ gr}$  ed  $m_B = 100 \text{ gr}$ .

a ) si supponga che tra i blocchi vi sia attrito. Calcolare il valore della forza di attrito tra i blocchi perchè entrambi scivolino insieme.

b) calcolare il minimo valore del coefficiente di attrito

c) si supponga che tra i blocchi non vi sia attrito. Calcolare quanto tempo passa tra l'istante in cui il blocco A comincia a scivolare e l'istante in cui il blocco B cade dalla cima di A.

[  $0.42 \text{ N}$  ;  $0.26 \text{ s}$  ]



### DINAMICA DEL PUNTO 3

1) Una cassa di massa  $M = 50 \text{ Kg}$  , larga  $L = 1.6 \text{ m}$  e alta  $2L$  , ha il centro di massa nel suo centro. Essa è trascinata, senza inclinarsi, lungo una superficie liscia da una fune orizzontale che passa al di sopra di una puleggia e sostiene una massa  $m = 40 \text{ Kg}$  ( v. figura).

a) quale è la tensione della fune ?

b) quale è il massimo valore che può assumere  $y$  ( distanza della fune al di sotto del C.M. ) senza che la cassa si inclini?

[  $218 \text{ N}$  ;  $1.8 \text{ m}$  ]

2) Un bambino , in piedi su una slitta A , tira a se una seconda slitta B mediante una fune di massa trascurabile fissata alla slitta B. Le due slitte si muovono su un piano orizzontale , essendo  $m_A = 48 \text{ Kg}$  e  $m_B = 40 \text{ Kg}$  le loro masse ( incluso il carico ) e  $\mu = 0.2$  il coefficiente di attrito dinamico tra le slitte ed il suolo.

a) quale è la accelerazione del centro di massa del sistema formato dalle due slitte?

b) se l'accelerazione della slitta B è doppia della accelerazione della slitta A , quanto vale la forza che il bambino esercita sulla fune ( tensione della fune)?

[  $0.18 \text{ m/s}^2$  ;  $117 \text{ N}$  ]

3) In una giostra un seggiolino S di massa  $m = 10 \text{ Kg}$  è fissato all'estremità di una molla di massa trascurabile e di lunghezza a riposo  $L_0 = 4.8 \text{ m}$  e di costante elastica  $K = 10^3 \text{ Nt/m}$  ; il secondo estremo è fissato alla sommità O di un albero di sostegno. L'albero viene posto in rotazione su se stesso ed il seggiolino descrive una traiettoria circolare.

Supponendo che la molla , in condizioni di regime , faccia un angolo  $\vartheta = 60^\circ$  con l'albero di sostegno , calcolare :

a) l'allungamento della molla ;

b) la velocità angolare  $\omega$ .

[  $0.2 \text{ m}$  ;  $2 \text{ rad/s}$  ]

4) Un blocco di massa  $m = 3.64 \text{ Kg}$  è collegato ad una sbarra verticale , di lunghezza  $L = 2.4 \text{ m}$  , per mezzo di due funi eguali, lunghe  $l = 1.5 \text{ m}$ . Quando il sistema ruota attorno all'asse della sbarra con una velocità angolare di  $4 \text{ rad/s}$  le funi sono tese ( v. fig. ). Si calcoli la tensione nella fune superiore ed in quella inferiore.

[  $66 \text{ N}$  ;  $21.4 \text{ N}$  ]

5) Il ponte levatoio di un castello è costituito da una pedana omogenea, lunga  $10\text{m}$  e pesante  $3600 \text{ Kg}$ . La pedana è incernierata al muro in un estremo mediante una cerniera A, mentre il centro dell'altro estremo è attaccato mediante una catena ad un punto del castello alto  $17.3 \text{ m}$  rispetto al ponte. Quando il ponte è orizzontale ma non tocca ancora il suolo dell'altra parte del fossato si calcoli, in modulo e direzione, la forza che agisce sulla cerniera A.

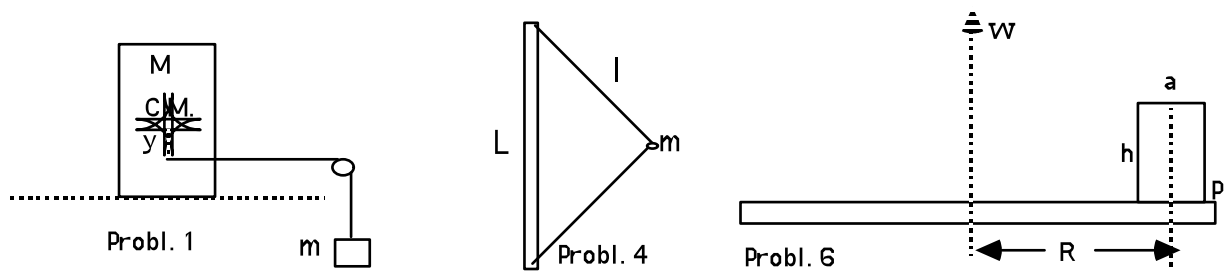
[ modulo  $\approx 2.04 \cdot 10^4 \text{ N}$  ;  $\vartheta =$  angolo con l'orizzontale  $\approx 60^\circ$  ]

6) Un parallelepipedo a base quadrata di altezza  $h = 20 \text{ cm}$  e lato di base  $a = 10 \text{ cm}$  e di massa  $m = 2 \text{ Kg}$  sta su un disco orizzontale che può ruotare attorno al proprio asse. Il parallelepipedo è incernierato al disco lungo uno spigolo in P ( la cerniera è perpendicolare alla congiungente dei due assi). Se la distanza tra tali assi è  $R = 50 \text{ cm}$ , si calcoli :

a) la massima velocità angolare  $\omega_{\text{max}}$  perchè il parallelepipedo non si ribalti;

b) la reazione vincolare in P quando il disco ha velocità angolare  $\omega_{\text{max}}$ .

[  $\omega_{\text{max}} = 3.1 \text{ rad/s}$  ;  $R = 22 \text{ N}$  ]



### LAVORO ED ENERGIA 1

1) Calcolare il lavoro fatto da una molla che viene allungata di 2 cm, sapendo che la molla si allunga di 1.50 cm quando sorregge un peso di 4 Kg.

[ -0.522 Joule ]

2) Una forza  $F = A t$  agisce sempre nella stessa direzione su una masserella di 2 Kg. Sapendo che la masserella è ferma prima che ad essa venga applicata la forza, calcolare il lavoro fatto nei primi 2 sec. ( $A = 6 \text{ N / s}$ )

[ 36 J ]

3) Un uomo che pesa 80 Kg cammina alla velocità costante di 6 Km/h su una strada che ha una inclinazione di  $10^\circ$ . Calcolare la potenza sviluppata ( si trascuri l'attrito).

[ 226 W ]

4) Una forza costante di 60 dine agisce per 12 secondi su un corpo di massa 10 g. Il corpo ha una velocità iniziale di 60 cm/s nella stessa direzione della forza. Calcolare :

- a) il lavoro fatto dalla forza;      b) l'energia cinetica finale ;  
c) la potenza media sviluppata ;      d) l'aumento di energia cinetica.

[  $69 \cdot 10^{-4} \text{ J}$  ;  $0.87 \cdot 10^{-2} \text{ J}$  ;  $5.7 \cdot 10^{-4} \text{ W}$  ;  $69 \cdot 10^{-4} \text{ J}$  ]

5) Risolvere il problema precedente supponendo la forza perpendicolare alla velocità iniziale.

[  $2.592 \cdot 10^4 \text{ erg}$  ;  $4.392 \cdot 10^4 \text{ erg}$  ;  $2.160 \cdot 10^3 \text{ erg/s}$  ;  $2.592 \cdot 10^4 \text{ erg}$  ]

6) Una particella è soggetta alla forza  $\mathbf{F} = i ( y^2 - x^2 ) + j ( 3xy )$ , dove  $\mathbf{F}$  è espressa in Newton e  $x, y$  in metri. Calcolare il lavoro fatto da  $\mathbf{F}$  quando la particella si muove dal punto di coordinate (0,0) al punto di coordinate (2,4) lungo i due percorsi:

- a) lungo l'asse  $x$  da (0,0) a (2,0) e quindi parallelamente all'asse  $y$  ;  
b) lungo l'asse  $y$  da (0,0) a (0,4) e quindi parallelamente all'asse  $x$ .

La forza  $\mathbf{F}$  è conservativa ?

[ 45.3 J ; 29.3 J ]

7) Data la forza  $\mathbf{F} = (7i - 6j) \text{ Nt}$ , calcolare il lavoro fatto su una particella che va dall'origine al punto di coordinate (-3,4). Perché non occorre specificare il percorso della particella?

Se la massa della particella è 1 Kg e la sua velocità finale è zero , con che velocità la particella è partita dall'origine delle coordinate ?

[ -45 J ; 9.5 m/s ]

8) Una bomba , di massa  $m = 10$  Kg , viene lanciata ( lasciata cadere ) da un aeroplano che vola a 270 Km/h. Se l'aereo è a 100 metri di quota , quale è la velocità della bomba quando giunge a terra?

[ 87 m/s ]

9) Il coefficiente d'attrito tra un corpo ed un piano inclinato di  $45^\circ$  con l'orizzontale vale 0.2. Al corpo , inizialmente fermo, viene impressa una velocità di 10 m/s diretta verso l'alto lungo il piano inclinato. Determinare con quale velocità il corpo ripassa per il punto di partenza.

[ 8.15 m/s ]

10) Un corpo di massa  $m = 0.5$  Kg , partendo da fermo , scivola per 3 metri lungo un piano inclinato di  $45^\circ$  , liscio ,urtando infine su una molla alla quale rimane attaccato. La costante della molla è  $K = 400$  N/m. Calcolare la massima deformazione della molla.

[ 24 cm ]

11) Determinare quanta energia è occorsa per porre in rotazione ( su un piano orizzontale liscio ) con frequenza di 100 giri/s , due masse eguali di 0.1 Kg , congiunte da una molla di costante elastica  $K = 6 \cdot 10^4$  N/m . In condizioni di riposo del sistema , la distanza tra le due masse è 10 cm.

[ 300 J ]

12) Un peso di 5 Kg è appeso ad una molla di costante elastica  $2 \cdot 10^3$  N/m. Se il corpo è accompagnato nella sua caduta , di quanto si allunga la molla? Se il corpo è lasciato cadere , trattenuto solo dalla molla, quale è l'allungamento massimo della molla? Quale è il moto successivo del corpo?

[ 2.5 cm ; 5 cm ]

## LAVORO ED ENERGIA 2

1) Un corpo di massa  $m$  scivola lungo un piano inclinato di un angolo  $\vartheta$  . Il coefficiente di attrito è  $\mu$  . Trovare la potenza dissipata ( in funzione del tempo ).

[  $-\mu m g^2 \cos \vartheta ( \sin \vartheta - \mu \cos \vartheta ) t$  ]

2) Un ragazzo è seduto in cima ad un cumulo semisferico di ghiaccio di raggio  $R$ . Se comincia a scivolare con velocità nulla , a quale quota si stacca dal cumulo? ( supporre nullo l'attrito )

[  $R / 3$  dal vertice del cumulo ]

3) Quale è la velocità minima che occorre imprimere ad un corpo di massa  $m$  per farlo sfuggire dalla terra ?

[  $1.1 \cdot 10^4$  m/s ]

4) Un modellino di razzo , di massa  $m = 500$  g , viene spinto da una forza di intensità costante, pari a 8 N, realizzata espellendo dei gas. Il razzo può muoversi lungo una rotaia

verticale circolare di raggio  $R = 1 \text{ m}$ , priva di attrito. Se il razzo parte da fermo dal punto di quota più bassa della rotaia, calcolare la velocità:

- quando ha percorso  $1/6$  della circonferenza;
  - quando è ritornato al punto di partenza dopo aver percorso un intero giro.
- [ 4.9 m/s ; 14.4 m/s ]

5) Un blocco del peso di 2 Kg è lasciato scendere dal punto A su di un tratto che è un quadrante di una guida circolare di raggio  $R = 4 \text{ m}$ . Il corpo scivola e raggiunge il punto B con una velocità di 8 m/s. Dal punto B esso scivola su una superficie piana e percorre una distanza di 10 m fino al punto C, dove si arresta.

- quale è il coefficiente di attrito dinamico sulla superficie orizzontale?
- quale lavoro è stato fatto dalle forze di attrito sul tratto circolare AB?

[ 0.32 ; 14.4 J ]

6) Un corpo 1 di massa  $m_1 = 1 \text{ Kg}$  è collegato da una parte ad una parete tramite una molla di costante  $K = 20 \text{ N/m}$  e dall'altra è collegato tramite una fune inestensibile, passante per la gola di una carrucola fissa, di dimensioni trascurabili, ad un corpo 2 di massa  $m_2 = 0.5 \text{ Kg}$ . Inizialmente il sistema dei due corpi è in quiete con la molla nelle condizioni di riposo ed il corpo 2 sostenuto da un appoggio A. Si leva quindi l'appoggio A lasciando i corpi liberi di muoversi.

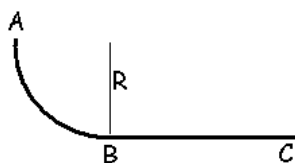
- trovare l'allungamento massimo della molla;
- trovare la tensione della fune nella posizione di cui sopra. Si trascurino gli attriti.

[ 0.5 m ; 6.5 N ]

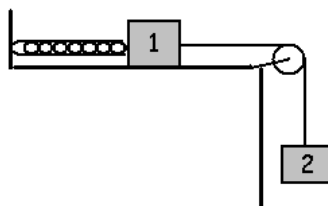
7) Una catena flessibile, lunga  $L = 1 \text{ m}$ , è inizialmente tenuta ferma su una superficie liscia ABC, nella posizione indicata in figura ( $a = 30 \text{ cm}$ ). Ad un certo istante, essa è lasciata libera di muoversi, senza imprimerle velocità iniziale. Si calcoli:

- l'accelerazione iniziale della catena;
- la sua velocità quando l'estremo sinistro passa per il punto B ( $a = 30^\circ$ )

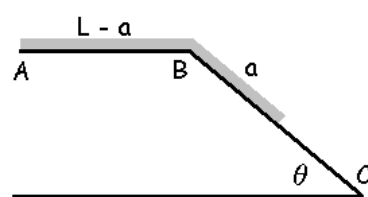
[ 1.47 m/s<sup>2</sup> ; 2.1 m/s ]



Prob. 5



Prob. 6



Prob. 7

### URTI 1

1) Un elettrone urta elasticamente e frontalmente un atomo di idrogeno inizialmente fermo. Quale frazione dell'energia cinetica iniziale dell'elettrone è fornita all'atomo di idrogeno?

[  $2.2 \cdot 10^{-3}$  ]

2) Due masse che si muovono in un piano orizzontale senza attrito collidono. I dati iniziali sono  $M_1 = 85 \text{ gr}$ ,  $M_2 = 200 \text{ gr}$ ,  $v_1 = 6.4 \text{ i cm/s}$ ,  $v_2 = -6.7 \text{ i} - 2 \text{ j cm/s}$ . Trovare :

a) la velocità del centro di massa ; b) la quantità di moto totale ; c) le velocità nel sistema di riferimento in cui il centro di massa è a riposo.

Dopo la collisione  $w_1 = 9.2 \text{ cm/s}$ ,  $w_2 = -4.4 \text{ i} + 1.9 \text{ j cm/s}$  ; d) quale è la direzione di  $w_1$  ? e ) quale è l'energia cinetica iniziale e finale nel sistema di laboratorio. La collisione è elastica o anelastica?

[  $-2.8 \text{ i} - 1.4 \text{ j cm/s}$  ;  $-796 \text{ i} - 400 \text{ j g cm / s}$  ;  $v_1' = 9.2 \text{ i} + 1.4 \text{ j cm/s}$  ,

$v_2' = -3.9 \text{ i} - 0.6 \text{ j cm/s}$  ;  $-84^\circ$  rispetto all'asse  $x$  ; anelastica ]

3) Una palla di  $1 \text{ Kg}$ , attaccata ad una fune lunga  $1.2 \text{ m}$  è lasciata andare quando la corda è orizzontale. Quando la fune è verticale la pallina urta elasticamente un corpo di  $5 \text{ Kg}$ , inizialmente fermo su un piano orizzontale liscio. Determinare la velocità del blocco e l'ampiezza dell'oscillazione dopo l'urto.

[  $1.61 \text{ m/s}$  ;  $56^\circ$  ]

4) In figura la massa  $m_1$  inizialmente comprime una molla di costante  $K$  di una quantità  $x_0$ . La massa è poi lasciata andare ed urta elasticamente  $m_2$  inizialmente a riposo ( il profilo è senza attrito). Quanto deve essere  $x_0$  perchè  $m_2$  raggiunga il punto R posto all'altezza  $h$  rispetto al piano di collisione con velocità nulla. Considerare il caso in cui  $m_1 = 1 \text{ Kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ Kg}$ ,  $K = 10^5 \text{ N/m}$ ,  $h = 1 \text{ m}$ .

[  $\approx 2.1 \text{ cm}$  ]

5) Una sferetta di massa  $M = 25 \text{ gr}$  è appoggiata su un piano orizzontale liscio ed è collegata a due molle identiche, aventi costante elastica  $K = 2.8 \text{ N/m}$  e lunghezza a riposo  $L_0 = 5 \text{ cm}$ . L'altro estremo delle molle è fisso ( v. figura). La sferetta  $M$ , inizialmente ferma, è colpita centralmente da un'altra sferetta di massa  $m = 6 \text{ gr}$  che si muove sul piano orizzontale con una velocità di  $1.5 \text{ m/s}$  nella direzione  $x$ ; dopo l'urto le due sferette procedono assieme.

a) determinare l'ampiezza massima dell'oscillazione delle due sferette;

b) scrivere l'espressione in funzione di  $x$  dell'accelerazione delle due sferette dopo l'urto. Il moto è armonico?

[  $5.1 \text{ cm}$  ; no ]

6) Un proiettile di massa  $50 \text{ gr}$ . viene sparato contro un blocco B. Il proiettile ha una velocità di  $600 \text{ m/s}$  prima di entrare nel blocco B e di  $400 \text{ m/s}$  quando esce dal blocco B. La massa del blocco B è  $5 \text{ Kg}$ , il coefficiente d'attrito tra blocco B e il piano orizzontale vale  $0.1$ . Determinare:

a) la velocità acquistata dal blocco B, dopo che è stato attraversato dal proiettile;

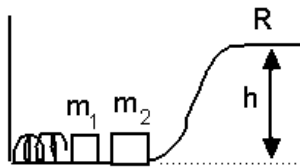
b) lo spazio percorso da B prima di fermarsi.

Supponiamo che la forza  $R$  che il blocco B esercita sul proiettile durante l'attraversamento sia costante e lo spessore attraversato dal proiettile sia  $0.1 \text{ m}$ . Calcolare :

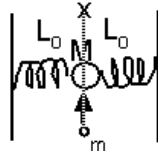
c) il modulo di  $R$ ;

d) lo spazio percorso da B durante l'attraversamento da parte del proiettile.

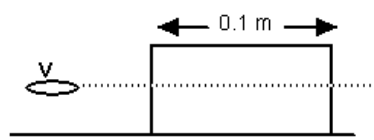
[  $2 \text{ m/s}$  ;  $2 \text{ m}$  ;  $5 \cdot 10^4 \text{ N}$  ;  $0.2 \text{ mm}$  ]



Prob. 4



Prob. 5



Prob. 6

### URTI E MOMENTO ANGOLARE

1) Calcolare il momento angolare orbitale della terra relativo al sole e quello intrinseco ( dovuto alla sua rotazione ) ( raggio orbita terrestre :  $1.5 \cdot 10^{11}$  m ; vedi foglio 1 per gli altri dati necessari ).

[  $2.6 \cdot 10^{40}$  joule s ;  $7 \cdot 10^{33}$  joule s ]

2) Una pallina è appesa ad un filo la cui lunghezza può essere variata, lentamente, di quanto si vuole; essa percorre una traiettoria circolare su un piano orizzontale, con frequenza 120 giri al minuto. Se si accorcia il filo in modo che il raggio della traiettoria risulti dimezzato, calcolare la nuova frequenza.

[ 480 giri / minuto ]

3) Una figura piana, libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse passante per il centro, inizialmente ferma, è colpita da un proiettile sparato ortogonalmente alla figura ad una distanza dall'asse pari a tre volte il raggio di girazione. Il proiettile resta infisso nella figura piana ed il sistema si mette a ruotare intorno all'asse verticale. Sapendo che la massa del proiettile è  $1/30$  della massa della figura piana, si calcoli la frazione dell'energia cinetica iniziale del proiettile trasformata in calore.

[ 77 % ]

4) Un disco circolare di raggio 0.2 m e di massa 1 Kg. ruota in un piano orizzontale intorno al proprio asse. Al disco è applicato un momento costante rispetto all'asse di rotazione pari a 0.1 N m. Ad una distanza dal centro pari a  $3/4$  del raggio, è posata sul disco una masserella di 0.1 Kg.

a) calcolare l'accelerazione angolare del disco;

b) calcolare per quale valore della velocità angolare la masserella comincia a scivolare sul piano del disco, sapendo che il coefficiente di attrito statico tra massa e disco è di 0.1;

c) calcolare l'accelerazione angolare del disco dopo che la masserella è uscita dal bordo.

[  $4.5 \text{ rad/s}^2$  ;  $2.5 \text{ rad/s}$  ;  $5 \text{ rad/s}^2$  ]

5) Una sferetta (  $r = 2$  cm ,  $m = 50$  gr ) viaggia con velocità  $v = 10$  m/s in modo che il suo baricentro percorre la retta  $x = 3$  cm ed urta elasticamente contro un'altra sfera (  $R = 4$  cm ,

$M = 200$  gr ) il cui baricentro è fermo nell'origine delle coordinate. Calcolare le velocità e gli angoli di deflessione delle due sfere dopo l'urto.

[  $6.7 \text{ m/s}$  ,  $117^\circ$  ;  $3.2 \text{ m/s}$  ,  $-30^\circ$  ]

6) Le collisioni tra particelle elementari , come il neutrone, ed i nuclei atomici sono di solito perfettamente elastiche. In un reattore nucleare, tali collisioni vengono usate per

rallentare i neutroni veloci, emessi nella fissione, facendoli passare attraverso un liquido od un solido detto "moderatore".

Come moderatori sono usati sia nuclei di idrogeno pesante ( contenuti nell' acqua pesante ) sia nuclei di carbone ( contenuti nella grafite).

Mostrare che nella collisione con un nucleo di idrogeno pesante ( la cui massa è doppia di quella del neutrone ) i neutroni perdono  $8/9$  della loro energia cinetica. Si calcoli poi la frazione di energia cinetica persa nell'urto con un nucleo di carbone, che ha massa 12 volte maggiore di quella neutronica.

$$[\Delta K / K_{iniz} \approx 28\% ]$$

7) Una zattera, di massa  $M = 500 \text{ Kg.}$ , è ferma in mare calmo. Su un suo estremo è fissato un cannoncino, mentre sull'altro estremo c'è un blocco di cemento. Entrambi hanno la stessa massa  $m = 250 \text{ Kg.}$  Ad un certo istante, il cannoncino spara un proiettile di massa  $m' = 10 \text{ Kg.}$  la cui velocità relativa all'acqua è  $u = 400 \text{ m/s.}$  Si calcoli :

a) quale è la velocità del battello durante il tempo in cui il proiettile resta in aria;

b) lo spostamento del battello e quello del proiettile rispetto all'acqua, tra l'istante dello sparo e quello in cui il proiettile è assorbito dal blocco, se la distanza cannone-blocco è  $l = 20 \text{ m.}$  [4 m/s; circa 20 cm; 20 m]



## DINAMICA DEI CORPI RIGIDI

1) Un disco di rame di spessore uniforme, di raggio  $R = 30 \text{ cm}$  e di massa  $M = 5 \text{ Kg}$ , gira intorno ad un asse baricentrico perpendicolare al suo piano con velocità angolare pari a  $\omega_0 = 80 \text{ rad/s}$ . Quanto valgono la quantità di moto, il momento della quantità di moto e la energia cinetica?

Si immagina ora di fermare il disco facendone strofinare il bordo contro un blocchetto frenante, mantenuto fermo da un opportuno supporto. Se il disco si arresta in 100 secondi con decelerazione costante, quale è la forza (tangenziale al disco) che il blocchetto frenante esercita sul disco?

[  $P = 0$  ;  $L = 112 \text{ joule s}$  ;  $T = 2.8 \cdot 10^4 \text{ joule}$  ;  $F = 3.75 \text{ N}$  ]

2) Due pulegge, una di massa  $M = 30 \text{ Kg}$  e raggio  $R = 30 \text{ cm}$  e l'altra di massa  $m = 5 \text{ Kg}$  e raggio  $r = 5 \text{ cm}$ , sono coassiali. Alla puleggia di massa  $M$  è sospesa mediante un filo inestensibile una massa  $m_1 = 1000 \text{ gr}$ . Si chiede:

- quale massa  $m_2$  deve essere sospesa all'altra puleggia affinché il sistema sia in equilibrio;
- se si aumenta la massa  $m_2$  di  $1 \text{ Kg}$ , determinare la velocità di tale massa dopo un percorso di  $100 \text{ cm}$  (la massa dei fili e quella dell'asse delle due pulegge sono supposte trascurabili).

[  $m_2 = 6 \text{ Kg}$  ;  $v = 18.3 \text{ cm/s}$  ]

3) Un proiettile di massa  $m = 50 \text{ gr}$  viene sparato, con una velocità di  $500 \text{ m/s}$  contro una sbarra omogenea di sezione costante, di massa  $M = 10 \text{ Kg}$ , incernierata in  $O$  (v. figura).

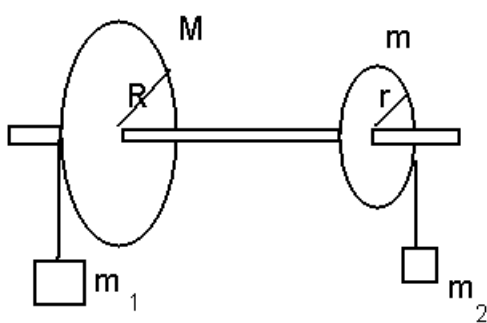
Il proiettile si ferma all'interno della sbarra. Determinare :

- la velocità angolare della sbarra subito dopo che il proiettile si è arrestato in essa;
- lo spostamento angolare massimo della sbarra.

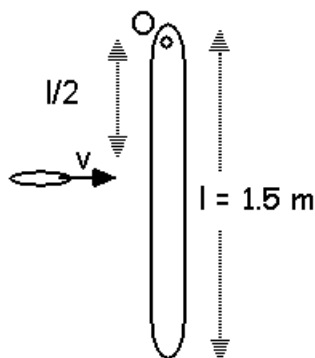
[  $\omega = 2.5 \text{ rad/s}$  ;  $\vartheta = 47^\circ$  ]

4) Un proiettile di massa  $m = 30 \text{ gr}$  viene sparato orizzontalmente con una velocità  $v = 400 \text{ m/s}$  contro un'asta omogenea, di massa  $M = 300 \text{ gr}$ , imperniata in un estremo  $O$ . L'asta è lunga  $L$ . Il proiettile colpisce l'asta ad una distanza  $d = \frac{2}{3} L$  dall'estremo  $O$ , ed esce con velocità  $v/2$ . Calcolare l'energia meccanica dissipata durante l'urto e l'attraversamento dell'asta.

[  $E_{\text{persa}} \approx 1720 \text{ joule}$  ]



Prob. 2



Prob. 3

5) Un'asta omogenea, lunga 1 m e pesante 5 Kg, viene lasciata cadere, partendo da ferma, in posizione verticale. Dopo 2 secondi, l'asta viene colpita, a 0.2 m dall'estremo superiore, con un impulso orizzontale di 100 Nt s.

Si calcolino la velocità del baricentro e la velocità angolare dell'asta attorno al baricentro subito dopo l'urto.

Si calcolino le stesse quantità se lo stesso impulso orizzontale venisse dato nel punto di mezzo dell'asta.

$$[v_{CM} \approx 28 \text{ m/s} ; \omega \approx 72 \text{ rad/s} ; v'_{CM} = v_{CM} ; \omega' = 0 ]$$

## DINAMICA DEI SISTEMI 1

1) Una sbarra omogenea, di sezione costante, di lunghezza 0.5 m e peso 3 Kg, è incernierata in A. La sbarretta è portata in posizione orizzontale e poi lasciata libera senza velocità iniziale. Raggiunta la posizione verticale, la sbarra urta elasticamente in C una sfera di peso 0.5 Kg. Determinare :

a) la velocità angolare della sbarra prima dell'urto;

b) la velocità angolare della sbarra dopo l'urto;

c) la velocità acquistata dalla sfera in seguito all'urto. ( Si trascurino gli attriti)

$$[ 7.7 \text{ rad/s} ; 2.6 \text{ rad/s} ; 5.1 \text{ m/s} ]$$

2) Una sbarretta sottile omogenea AB di massa  $m = 200 \text{ gr}$  e lunghezza  $l = 30 \text{ cm}$ , è incernierata in A. Se la sbarra viene lasciata cadere a partire dalla posizione verticale senza alcuna velocità iniziale, quale sarà la sua velocità angolare quando urta il pavimento? Determinare inoltre la componente orizzontale e la componente verticale della forza che la cerniera esercita sulla sbarretta subito prima che questa urti contro il pavimento.

$$[ 9.9 \text{ rad/s} ; 2.9 \text{ N} ; 0.49 \text{ N} ]$$

3) Una sbarra uniforme, lunga  $L = 1 \text{ m}$ , viene lasciata cadere da un angolo  $q = 30^\circ$  con la verticale, senza imprimerle alcuna rotazione. Immediatamente prima che l'estremo A tocchi il tavolo, dove subisce un urto perfettamente anelastico, entrambi gli estremi hanno velocità  $v = 1.5 \text{ m/s}$ . Si calcoli la velocità del punto B quando la sbarra passa per la posizione orizzontale. Come test delle formule ottenute, si considerino e si discutano i tre casi limite :

a)  $v = 0$  ,  $q = 30^\circ$ ; b)  $v = 1.5 \text{ m/s}$  ,  $q = 0^\circ$  ; c)  $v = 0$  ,  $q = 0^\circ$ .

$$[ \approx 5.1 \text{ m/s} ]$$

4) Un asse omogeneo, di spessore trascurabile, lungo 2 m e di massa  $M = 10 \text{ Kg}$ , è appoggiato in equilibrio sullo spigolo di un cuneo. Una palla di massa  $m = 1 \text{ Kg}$ , cade sull'estremità dell'asse dall'altezza di un metro e rimbalza elasticamente.

a) a quale altezza torna indietro la palla?

b) determinare la condizione cui deve soddisfare il rapporto  $m/M$  affinché la palla rimbalzi.

$$[ 0.28 \text{ m} ; m / M < 1/3 ]$$

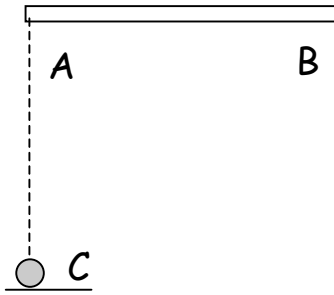
5) Una pedana a forma di disco circolare, di massa  $M = 250 \text{ kg}$  e raggio  $R = 10 \text{ m}$ , ruota senza attrito in un piano orizzontale intorno ad un asse che passa per il centro, con velocità angolare costante  $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$ . Un uomo che si trova in A al di fuori della pedana salta sul bordo di essa nella direzione AO senza scivolare. Cammina poi senza scivolare fino a raggiungere il centro O. La massa dell'uomo sia  $m = 75 \text{ Kg}$ . Calcolare :

a) la velocità angolare della pedana quando l'uomo si trova sul bordo;

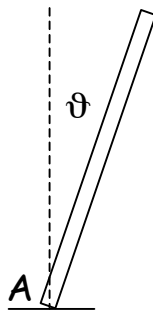
b) il lavoro fatto dall'uomo per portarsi dal bordo a  $O$ .

Si trascuri il momento di inerzia dell'uomo attorno al suo asse baricentrico verticale.

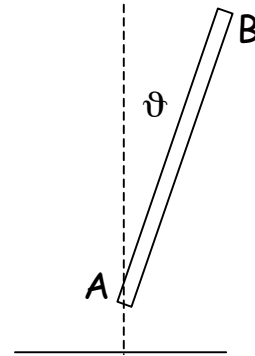
[ 0.062 rad/s ; 23 joule ]



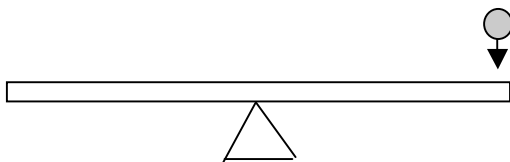
Probl 1



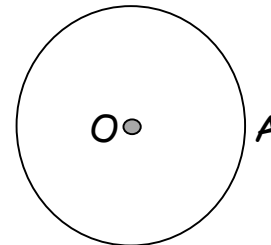
Probl 2



Probl 3



Probl 4



Probl 5

## DINAMICA DEI SISTEMI 2

1) Due dischi di massa  $M = 5 \text{ Kg}$  e raggio  $R = 10 \text{ cm}$  sono collegati rigidamente da una sbarra cilindrica coassiale con essi, di massa  $m = 1 \text{ Kg}$  e raggio  $r = 2 \text{ cm}$ .

Il sistema rotola senza strisciare su un piano inclinato, in modo che solo la sbarra cilindrica sia a contatto col piano stesso. Quale è la velocità di traslazione del sistema un istante prima che i due dischi tocchino il piano orizzontale, supponendo che il sistema sia partito da fermo dal bordo superiore del piano inclinato alto  $h = 108 \text{ cm}$ ?

[ 1.3 m/s ]

2) Un cilindro omogeneo A di raggio  $r = 2 \text{ cm}$  e massa  $m = 1 \text{ Kg}$  è posato sopra un secondo cilindro B di raggio  $R = 10 \text{ cm}$ , tenuto fisso. Il cilindro A viene lasciato cadere da una posizione molto vicina al punto di quota più elevata  $O$ , senza che gli venga impressa alcuna velocità iniziale. Gli attriti sono tali da impedire ad A di scivolare. Calcolare :

a) la velocità di rotazione attorno al baricentro e la velocità di traslazione del baricentro quando la retta passante per gli assi dei cilindri ed ad essi perpendicolare forma un angolo  $q = 45^\circ$  con la verticale;

b) per lo stesso valore di  $q$ , la forza di attrito tra i due cilindri;

c) per quale valore di  $q$  il cilindro A si stacca dal cilindro B.

[ 0.67 m/s ; 2.3 N ;  $55^\circ 9'$  ]

3) Un cilindro omogeneo, di massa  $M = 1 \text{ Kg}$  e raggio  $R = 10 \text{ cm}$ , scende lungo un piano inclinato di  $10^\circ$  sull'orizzontale mantenendosi con l'asse  $yy'$  orizzontale.

Si constata che il cilindro, partendo da fermo, impiega  $t = 2.6 \text{ s}$  a discendere il piano inclinato lungo  $5 \text{ m}$ .

a) Calcolare l'accelerazione del baricentro del cilindro e precisare se il cilindro scende rotolando, strisciando o striscia e rotola contemporaneamente;

b) con quale energia cinetica totale, e come ripartita ( traslazionale e rotazionale ) giunge in fondo al piano inclinato?

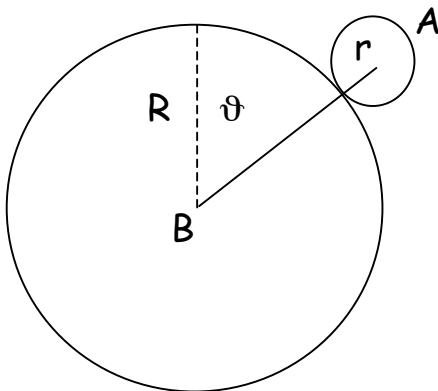
[  $1.48 \text{ m/s}^2$  ; il cilindro rotola e striscia;  $T_{\text{tras}} = 7.4 \text{ joule}$ ;  $T_{\text{rot}} = 0.33 \text{ joule}$  ]

4) Una sbarretta di lunghezza  $l = 20 \text{ cm}$  e massa  $m = 100 \text{ gr}$ , girevole intorno al punto  $A$ , è disposta su un piano orizzontale liscio e viene colpita in  $C$  ( $AC = d = 15 \text{ cm}$ ) da un proiettile di massa  $m_1 = 20 \text{ gr}$  sparato da  $D$  con velocità  $v_1 = 50 \text{ m/s}$ . L'angolo  $\alpha = \angle ADC = 30^\circ$ .

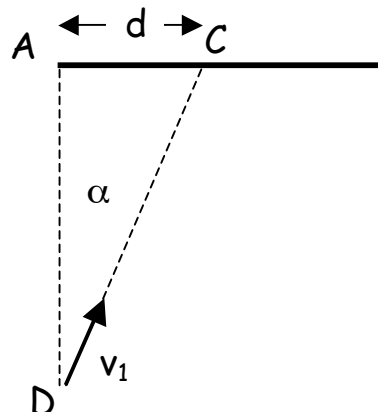
Contemporaneamente viene sparato da  $D$  un secondo proiettile. Calcolare la velocità e la massa che deve avere il secondo proiettile perchè esso colpisca di nuovo la sbarretta nel punto  $C$ , dopo che la sbarretta è ruotata di  $180^\circ$ , fermandola.

Si suppongano gli urti totalmente anelastici e si trascurino gli attriti.

[  $7 \text{ m/s}$  ;  $142 \text{ gr}$  ]



Probl 2



Probl 4

### DINAMICA DEI SISTEMI 3

1) Un sottile bastone omogeneo lungo  $1 \text{ m}$  viene lanciato verso l'alto ( non necessariamente verso la verticale). Al tempo  $t = 0$  la posizione e la velocità dei suoi estremi sono, rispetto ad una terna cartesiana avente l'asse  $z$  lungo la verticale verso l'alto :

$$x^A = 0, y^A = 0, z^A = 0 \quad v_x^A = 0, v_y^A = 0, v_z^A = 0$$

$$x^B = 0, y^B = \sqrt{2}/2 \text{ m}, z^B = \sqrt{2}/2 \text{ m} \quad v_x^B = 0, v_y^B = -20 \text{ m/s}, v_z^B = 20 \text{ m/s}$$

a) quale è al tempo  $t = 0$  la posizione e la velocità del baricentro del bastone?

b) quale è la posizione più alta che verrà raggiunta dal baricentro? Quanto tempo impiegherà a raggiungerla?

c) quale sarà l'orientamento del bastone a quell'istante?

Si ignorino effetti di attrito.

[a)  $0, \sqrt{2}/4 \text{ m}, \sqrt{2}/4 \text{ m}$    b)  $0, -9.7 \text{ m}, 5.3 \text{ m}, t = 1.02 \text{ s}$    c)  $255 \text{ gradi}$  ]

2) Un cilindro di massa  $M$  è sospeso mediante un filo inestensibile avvolto in una gola di raggio  $r$ . Il filo è collegato ad un blocco di massa  $m$ , poggiato su un piano orizzontale liscio. Il cilindro poggia a sua volta su un piano verticale privo di attrito ( il piano di appoggio verticale assicura la verticalità del filo ). Si indichi con  $I$  il momento d'inerzia del cilindro rispetto al suo asse. Determinare l'accelerazione del centro di massa del cilindro nei due casi :

a) il blocco  $m$  è tenuto fisso;

b) il blocco  $m$  è libero di scivolare sul piano.

( dati numerici :  $r = 10 \text{ cm}, M = 10 \text{ Kg}, m = 5 \text{ Kg}, I = 10^{-1} \text{ Kg m}^2$  )

[  $4.9 \text{ m/s}^2 ; 7.35 \text{ m/s}^2$  ]

3) Una piattaforma spaziale di massa  $m$  ( massa della piattaforma + oggetto di massa  $m_1$  ) si muove di moto circolare ( orbita  $C$  ) intorno ad un pianeta di massa  $M$ .

Sia  $R$  il raggio dell'orbita  $C$ . Il pilota vuole ispezionare la superficie del pianeta e perciò decide di portarsi su una orbita ellittica  $E$ . Per fare ciò, egli spara lungo la sua direzione di moto, in avanti, un oggetto di massa  $m_1$  mentre si trova nel punto  $P$  della traiettoria. Si indichi con  $v_1$  la velocità ( relativa alla piattaforma ) impressa al proiettile.

a) esprimere la velocità  $v_i$  della piattaforma prima del cambiamento di orbita;

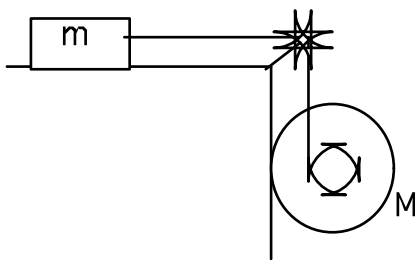
b) esprimere la velocità  $v_f$  della piattaforma subito dopo che è stata espulsa la massa  $m_1$ ;

c) esprimere la distanza minima  $d$  della piattaforma dal centro del pianeta quando la piattaforma percorre l'orbita  $E$ .

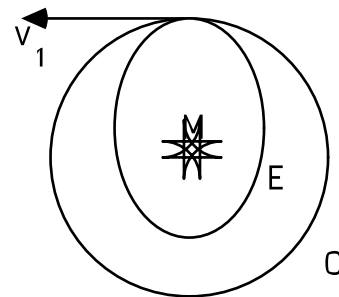
( ipotesi :  $d \ll R$  ; si consideri inerziale il sistema di riferimento solidale con  $M$  ).

Dati numerici :  $M = 0.74 \cdot 10^{26} \text{ gr}; R = 10^5 \text{ Km}; m = 1.1 \text{ tonn}; m_1 = 100 \text{ Kg}; v_1 = 1780 \text{ m/s}$ .

[  $222 \text{ m/s}; 60 \text{ m/s}; 3600 \text{ Km}$  ]



Prob. 2



Prob. 3

### STATICA DEI CORPI RIGIDI

1) Ad un quadrato di lato  $2a$  vengono applicate cinque forze come indicato in figura. Trovare la grandezza e la direzione della forza necessaria per raggiungere l'equilibrio, ed a quale distanza deve giacere la sua retta d'applicazione dal centro del quadrato.

[  $F_x = -1 \text{ N}, F_y = -1 \text{ N}$ , applicata nel centro del quadrato ]

2) Una trave lunga 6 m è portata da tre uomini. Il primo la sostiene ad una estremità, gli altri due mediante una traversa disposta in un punto della trave in modo che il peso sopportato dai tre uomini sia eguale. Trovare dove deve essere posta la traversa.

[ 4.5 m ]

3) Un cancello rettangolare ABCD è incernierato ed appoggiato nel cardine A, mentre il secondo cardine B è posto verticalmente sopra A e non fornisce alcun appoggio, limitando soltanto le rotazioni possibili a quelle intorno all'asse AB. Sapendo che  $AB = 3\text{ m}$ ,  $BC = 2\text{ m}$ , che il peso del cancello è di 100 Kg e che il suo baricentro coincide col centro del rettangolo, si calcolino le reazioni in A ed in B.

[ in A  $F_x = 323\text{ N}$ ,  $F_y = 980\text{ N}$  ; in B  $F = F_x = -323\text{ N}$  ]

4) Un peso di 50 Kg poggia su un piano inclinato con coefficiente di attrito  $\mu = 0.12$  ed inclinazione di  $30^\circ$ . Ad esso è fissato un capo di una cordicella ( di peso trascurabile ) che passa poi su una carrucola in cima al piano e porta, all'altro capo, un peso P. Entro quali limiti può variare P per l'equilibrio?

[  $194\text{ N} \leq P \leq 296$  ]

5) Un anello di peso P è vincolato ad una guida liscia a forma di semicirconferenza di raggio R posta in un piano verticale. L'anello è inoltre collegato agli estremi A e B della guida da due molle di costante elastica rispettivamente  $K_1$  e  $K_2$ . Trovare la posizione di equilibrio dell'anello. Risolvere l'esercizio sia con le equazioni di equilibrio delle forze che con considerazioni energetiche. Si consideri nulla la lunghezza a riposo delle molle.

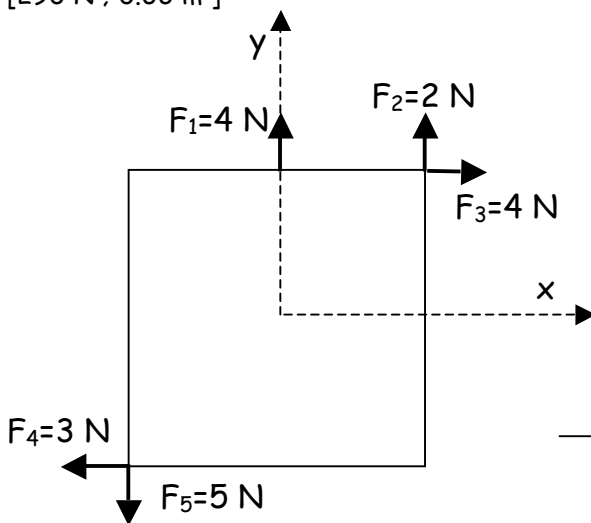
[  $\text{tg } \alpha = P / R ( K_1 - K_2 )$  ]

6) Un blocco parallelepipedo omogeneo di massa  $m = 80\text{ Kg}$  è trascinato lungo un piano orizzontale scabro ( coefficiente di attrito dinamico  $\mu = 0.4$  ) mediante una fune inclinata di un angolo  $\alpha = 20^\circ$  rispetto al piano ( v. figura ) ( la fune giace nel piano verticale che divide a metà il blocco ). Sapendo che il blocco trasla a velocità costante, si calcoli :

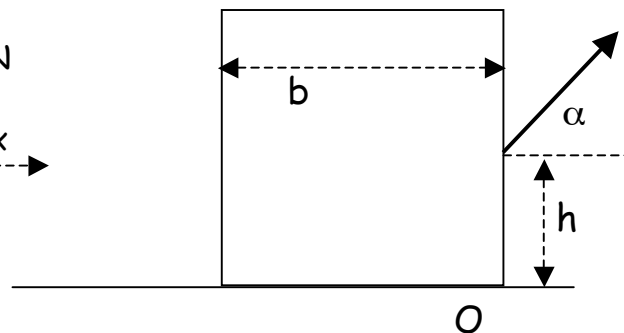
a) l'intensità della forza F con la quale la fune trascina il blocco;

b) quale è la quota massima ( h in figura ) del punto di applicazione della forza F affinché il blocco non ribalti intorno allo spigolo O ( larghezza della cassa:  $b = 0.46\text{ m}$  ).

[  $290\text{ N}$  ;  $0.66\text{ m}$  ]



Prob 1



Prob 6

## GRAVITAZIONE

1) Dimostrare che la forza gravitazionale subita da un corpo all'interno della terra, a distanza  $r$  dal centro, è  $f = m g r / R$ , dove  $R$  è il raggio terrestre.

2) Determinare la distanza  $D$  di un pianeta dal sole, se la massa del sole è  $M$ , il periodo di rivoluzione del pianeta attorno al sole è  $T$  e  $G$  è la costante gravitazionale ( si consideri circolare l'orbita )

$$[ D = ( G M T^2 / 4 \pi^2 )^{1/3} ]$$

3) Due satelliti sono lanciati in orbite ellittiche da un punto dell'equatore : il primo, nel verso di rotazione della terra, l'altro nella direzione opposta. Determinare quali sono le massime distanze  $R_1$  ed  $R_2$  dei satelliti dal centro della terra, se le loro velocità orizzontali rispetto alla terra sono entrambe  $V_0 = 10$  Km/s. Si esprimano le distanze  $R_1$  ed  $R_2$  in funzione del raggio della terra  $R_0$  ( si faccia l'ipotesi che il sistema solidale con la terra sia inerziale ; si considerino le due velocità completamente orizzontali ).

$$[ R_1 \approx 7 R_0 ; R_2 \approx 2.5 R_0 ]$$

4) A che altezza bisogna andare dalla superficie della terra per avere una variazione di peso dell' 1%, oppure a che profondità occorre penetrare dentro la superficie terrestre per avere la stessa diminuzione di peso? ( raggio terrestre = 6400 Km).

$$[ 32 \text{ Km} ; 64 \text{ Km} ]$$

5) Un satellite televisivo appare stazionario per un osservatore a terra. Usando come dati numerici solo il valore della accelerazione di gravità sulla superficie terrestre  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup> ed il raggio della terra  $R = 6400$  Km, si calcoli a che altezza sul livello del mare si trova il satellite televisivo.

Immaginando che si possa considerare perduto un tale satellite quando il suo spostamento angolare dalla verticale sul punto in cui era stato posto è di  $10^\circ$ , e volendolo progettare con una vita di almeno 10 anni, calcolare con quanta indeterminazione si deve conoscere la sua orbita.

$$[ 3.6 \cdot 10^7 \text{ m} ; 200 \text{ m} ]$$

6) La stella più densa che si conosca attualmente è la stella di Plaskett. È una stella doppia, cioè formata da due stelle tenute assieme dalla gravità . Da misure spettroscopiche si sa che :

a) il periodo di rivoluzione attorno al loro centro di massa è di 14.4 giorni;

b) la velocità di ogni componente è 220 Km/s. Poichè le due componenti hanno velocità quasi eguali ma opposte, possiamo dedurre che sono quasi equidistanti dal C.M. e quindi che le loro masse sono quasi eguali;

c) l'orbita è quasi circolare.

Da questi dati si calcoli la massa di ogni stella e la loro separazione. Per avere un'idea della loro densità, si confronti la densità media di ogni stella con quella del sole, sapendo che il loro raggio è  $5 \cdot 10^7$  m.

$$[ 1.25 \cdot 10^{32} \text{ Kg} ; 8.4 \cdot 10^{10} \text{ m} ; \text{circa } 170.000 \text{ volte più densa del nostro sole! } ]$$

7) Un satellite artificiale, di massa  $m = 200$  Kg, viene messo in una orbita circolare di raggio

$r = 7500$  Km attorno alla terra. Usando come soli dati aggiuntivi il raggio terrestre  $R = 6400$  Km e l'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre, si calcoli :

a) la velocità del satellite ed il suo momento angolare rispetto al centro della terra.

Supponiamo ora che la resistenza dell'aria a tale altezza sia schematizzabile con una forza di

$10^{-9}$  N in direzione opposta al moto. Tale forza causa una graduale diminuzione dell'orbita da 7500 Km a 7450 Km, ma la variazione è così graduale che, con buona approssimazione, l'orbita si può considerare sempre circolare ai fini del calcolo. Si calcoli, in valore assoluto e segno, la variazione di velocità e di momento angolare che si hanno passando da una orbita all'altra, e si dia una stima del tempo in cui questo passaggio avviene.

[  $7.3 \cdot 10^3$  m/s ;  $1.1 \cdot 10^7$  Kg m<sup>2</sup>/s ;  $Dv \approx 24$  m/s ;  $DI \approx -3.7 \cdot 10^4$  Kg m<sup>2</sup>/s ;  $Dt \approx 5 \cdot 10^6$  s ]

### MOTI ARMONICI

1) Una sfera omogenea, di raggio  $r = 10$  cm, rotola senza strisciare su un profilo cilindrico ( la cui sezione è in figura ) di raggio  $R = 1$  m. Nell'ipotesi di piccole oscillazioni della sfera attorno alla posizione di equilibrio, e sapendo che essa viene lasciata libera da una posizione iniziale

$q_0 = 5 \cdot 10^{-2}$  rad, determinare il periodo del moto e la velocità del baricentro ed angolare attorno al baricentro quando la sfera attraversa la posizione di equilibrio.

[ 2.25 s ; 12 cm/s ; 1.25 rad/s ]

2) Un disco circolare omogeneo sospeso per il suo centro compie oscillazioni torsionali tali che il suo angolo di rotazione, misurato a partire dalla posizione di equilibrio, varia con il tempo secondo l'equazione  $q = q_0 \cos(pt)$ .

Trovare le espressioni generali della componente radiale e tangenziale della accelerazione di un punto alla periferia del disco. Determinare i massimi valori di queste componenti sapendo che il disco compie due oscillazioni al secondo, ha un raggio  $r = 5$  cm e che la massima velocità angolare è  $2p$  rad/s.

[  $a_R = q_0^2 p^2 r \sin^2 pt$  ;  $a_T = -r q_0 p^2 \cos pt$  ;  $20 p^2$  cm/s<sup>2</sup> ;  $40 p^2$  cm/s<sup>2</sup> ]

3) Una molla subisce un allungamento di 1.2 cm quando si attacca al suo estremo libero un piatto di massa 0.2 Kg ( in fig. è disegnato il sistema nella posizione di equilibrio).

a) il piatto è posto in oscillazione ; l'energia di tale oscillazione è  $3.2 \cdot 10^{-2}$  joule. Determinare il periodo e l'ampiezza delle oscillazioni.

b) si pone una pallina al centro del piatto quando si trova nella posizione più bassa ( $x = -A$ ). Determinare a quale quota la pallina si distacca dal piatto. ( considerare la massa della pallina trascurabile rispetto alla massa del piatto ).

[ 0.22 s ; 2 cm ; 1.2 cm ]

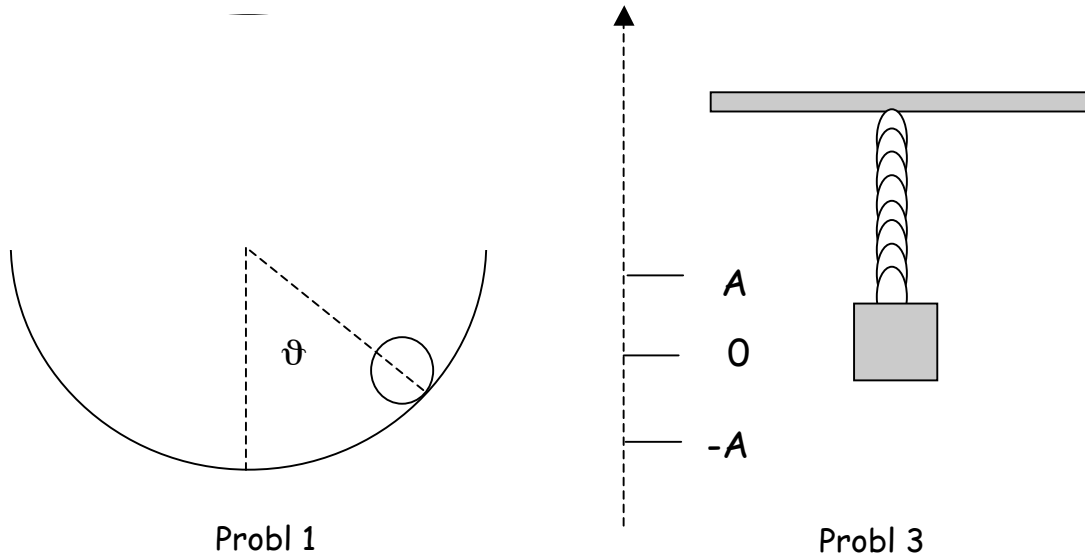
4) Una pallina di massa  $m$  scivola avanti ed indietro lungo due piani inclinati senza attrito ( v. figura ).

Trovare il periodo del moto, sapendo che la pallina parte da una altezza  $h$ . Si tratta di moto armonico?

[  $T = 4/\sin \alpha \sqrt{2h/g}$  ; no ]



5) Una sbarra prismatica omogenea di peso  $P$  è appoggiata su due dischi identici che ruotano con velocità angolare eguale ed opposta. Inizialmente il baricentro della sbarra viene spostato dal piano di simmetria e la sbarra viene lasciata poi libera di muoversi. Se la distanza tra i centri dei due dischi è di 1 m e se  $m = 0.45$  è il coefficiente di attrito cinetico tra la sbarra ed i dischi, si chiede quale sarà il periodo del moto della sbarra.  
 [ 2 s ]



### STATICA E DINAMICA DEI FLUIDI

1) Un cubo di metallo ( $\rho = 7.5 \text{ gr/cm}^3$ ) di spigolo 10 cm, galleggia in un recipiente contenente mercurio, con la faccia superiore perfettamente orizzontale. Quale è l'altezza dell'acqua che bisogna aggiungere nel recipiente contenente mercurio affinché il cubo sia completamente sommerso?

(densità del mercurio  $\rho_{\text{Hg}} = 13.5 \text{ gr/cm}^3$ ). Ritenere costante il livello dell'Hg.

[ 4.8 cm ]

2) Un cubo galleggia sull'acqua. Si osserva che, spostato leggermente dalla posizione di equilibrio, compie oscillazioni verticali con una frequenza di 5 Hz. Si attacca sulla faccia superiore del cubo una massa di 10 gr e si osserva che le oscillazioni avvengono ora con una frequenza di 4 Hz. Quale è la massa del cubo?

[ 18 gr ]

3) Una sbarretta sottile è incernierata in un estremo alla parete di un recipiente, l'altro capo è immerso in acqua. La sbarra può ruotare liberamente attorno ad un asse passante per A e perpendicolare al piano del disegno. Trovare la densità della sbarra se, all'equilibrio, 1/3 della sbarretta non è sommersa.

[ 8/9  $\rho$  ( $H_2O$ ) ]

4) Calcolare il lavoro necessario per affondare in acqua un cono di legno, immergendolo per il vertice, dal pelo del liquido fino ad una profondità  $s = 0.5$  m. L'altezza del cono è  $h_0 = 10$  cm ed il raggio di base è uguale all'altezza, la densità del legno è  $\rho = 0.6$  gr/cm<sup>3</sup>.

[ -1.28 joule ]

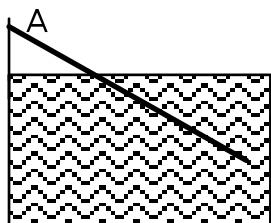
5) Trovare come dipende dal tempo la forza  $F$  che si esercita sul fondo, area  $S$ , di un bicchiere cilindrico in cui viene versata acqua da un tubo ( v. figura) sapendo che viene versata una quantità costante di acqua al secondo  $Q$ .

[  $F = Q \rho ( g t + \sqrt{2 g ( H - Q t/S)} )$  ]

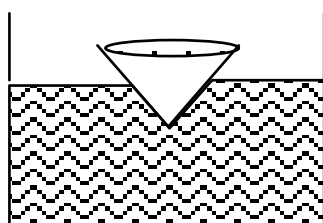
6) Una vasca cilindrica di 1 m di raggio è riempita d'acqua fino al livello di 1 m. Tale vasca è munita di un tappo di 2 cm di raggio posto a 50 cm di altezza dal fondo. Quale forza il liquido esercita sul tappo?

Se si monta la vasca su un carrello che possa scorrere senza attrito sul pavimento e si toglie il tappo, quale forza occorre applicare al carrello per mantenerlo in equilibrio all'istante iniziale? Quale forza occorre applicare dopo un minuto?

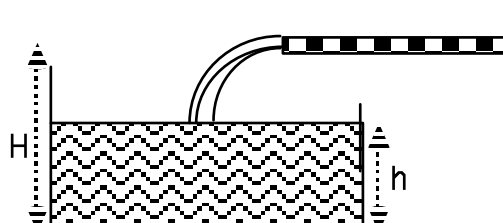
[  $F_1 = 6.15$  N ;  $F_2 = 12.3$  N ;  $F_3 = 10.6$  N ]



Prob. 3



Pr ob. 4



Prob. 5

7) Un cilindro pieno d'acqua di sezione  $S$  e lunghezza  $L$  è solidale con un carrello che si muove con accelerazione costante  $a$  ( v. figura). Sulla parte superiore del cilindro, a distanza  $d$  dalla base anteriore, è posto un tappo a sezione circolare di raggio  $r$ . Esprimere la forza totale che si esercita sul tappo, assumendo che  $r$  sia molto piccolo rispetto a  $R$ .

[  $F = \rho a d p r^2$  ]

8) Lungo una condotta orizzontale di sezione  $A = 6 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup>, della portata di  $Q = 10^3$  litri/s, scorre dell'acqua. Un manometro, applicato alla condotta, indica una pressione  $p_0 = 4$  atm. Successivamente viene aperta, a monte del punto in cui è applicato il manometro, una condotta secondaria orizzontale. Il manometro indica ora una pressione  $p_1 = 5$  atm. Calcolare la sezione della condotta secondaria.

[  $5.3 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup> ]

9) Un arganetto idraulico è costituito da un tubo che può ruotare intorno ad un asse verticale passante per il suo punto centrale. Il liquido ( acqua ), mantenuto a livello costante in un recipiente  $R$ , esce dagli ugelli mettendo in rotazione il sistema.

Trascurando gli attriti, trovare il momento della coppia applicata all'argano quando la velocità angolare  $\omega$  vale 1 rad/s. (  $h = 1$  m ;  $L = 1$  m ; raggio ugello = 1 cm )

[ 9.2 Nt m ]

10) Un serbatoio cilindrico posto su un piano orizzontale contiene acqua fino ad una altezza di 2 metri. A quale altezza occorre praticare un foro in modo tale che il getto d'acqua abbia gittata massima?

[ 1 m ]

11) Un canale è sbarrato da una chiusa costituita da una lastra metallica rettangolare che può ruotare intorno alla base inferiore. Le dimensioni della lastra sono : base  $b = 4$  m , altezza  $h = 5$  m. Il livello dell'acqua è ad 1 metro dal bordo superiore della lastra:

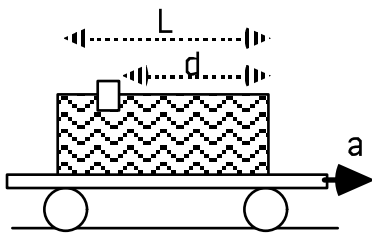
a) calcolare la spinta esercitata dall'acqua sulla lastra;

b) calcolare la forza che deve essere applicata in A per tenere in equilibrio la lastra e la reazione in B;

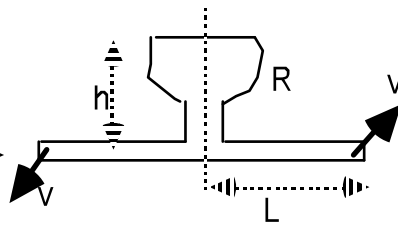
c) al livello di B si innesta una breve condotta orizzontale in cui l'acqua fluisce liberamente; il getto d'acqua aziona una piccola turbina che ha rendimento meccanico del 75%.

Quale deve essere la sezione del getto perchè la turbina abbia una potenza di 5 kW?

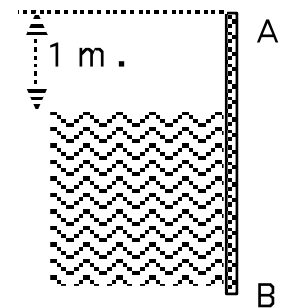
[  $3.2 \cdot 10^5$  N ;  $8.5 \cdot 10^4$  N ,  $2.35 \cdot 10^5$  N ;  $1.90 \cdot 10^{-2}$  m<sup>2</sup> ]



Prob. 1



Prob. 3



Prob. 5