

# Un'introduzione alla meccanica quantistica per le secondarie

Camillo Imbimbo

Genova, Gen-Feb, 2016

Progetto Lauree Scientifiche  
Dipartimento di Fisica dell'Università di Genova  
<https://www.ge.infn.it/imbimbo/PLS2016/>

- **Lezione 1:** La crisi della fisica classica
  - La stabilità dell'atomo
  - L'effetto fotoelettrico
  - L'effetto Compton
  - Gli spettri atomici
- **Lezione 2:** Il dualismo onda-particella
  - L'atomo di Bohr
  - La lunghezza d'onda di De Broglie
  - La diffrazione delle particelle
  - La regola di quantizzazione di Bohr-Sommerfeld
- **Lezione 3:** La Meccanica Statistica
  - La distribuzione di Boltzmann
  - Il teorema di equipartizione e i calori specifici
  - La meccanica statistica quantistica
  - Il corpo nero e la catastrofe ultravioletta
  - La distribuzione di Planck

- **Lezione 4:**
  - Il principio di indeterminazione
  - La funzione d'onda
  - L'equazione di Schrödinger

# Prima lezione

- Il concetto moderno di atomo e l'idea che ad ogni elemento chimico corrisponde un atomo furono originalmente introdotti per spiegare i fenomeni chimici.
- Fenomeni di natura fisica (la conduzione elettrica, l'emissione di luce dalla materia, l'elettrolisi, etc.) dimostrano che gli atomi, benché elettricamente **neutri**, contengono cariche **positive** e **negative**.

- Le cariche negative contenute negli atomi risultano essere tutte eguali tra loro. Sono chiamate **elettroni**.
- La loro massa e la loro carica furono misurate da **J.J. Thomson** (1897) e **R. Millikan** (1910):

$$e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 0.9 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

# Dimensioni dell'atomo

- Le masse atomiche sono molto più grandi. Per esempio, la massa  $m_H$  dell'idrogeno, l'elemento più leggero, vale

$$m_H = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 1836 m_e$$

- L'ordine di grandezza delle dimensioni atomiche risulta essere

$$r_0 \sim 10^{-10} \text{ m} = 1 \text{ \AA}$$

# Il modello di Rutherford

- Il modello atomico che si impose nella prima decade del XX secolo è dovuto a **Rutherford** (1911)<sup>1</sup>.
- Il modello di Rutherford per gli atomi è un modello di tipo planetario, con il **nucleo**, carico positivamente, molto più piccolo della dimensione atomica, al posto del sole, e gli elettroni al posto dei pianeti.
- Poiché la massa dei protoni e dei neutroni che compongono il nucleo è molto più grande di quella degli elettroni, possiamo, con buona **approssimazione**, pensare che il nucleo rimanga fermo e gli elettroni gli ruotino intorno.

---

<sup>1</sup>Un modello alternativo, formulato da Thomson, fu preso seriamente in considerazione nella prima decade del XX secolo. Esperimenti di diffusione di particelle alfa su fogli di oro invalidarono il modello di Thomson in favore di quello di Rutherford.



# Le orbite dell'atomo di H

- L'atomo più semplice, quello di idrogeno, ha un solo elettrone che ruota intorno ad un nucleo composto da un singolo protone.
- Le equazioni del moto, per orbite **circolari**, sono analoghe a quelle per il **sistema solare**

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} = \frac{m_e v^2}{r}$$

dove  $r$  è il raggio dell'orbita, e  $v$  la sua velocità.

Esiste quindi una relazione tra velocità e raggio per un elettrone dell' atomo di H

$$v^2 = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 m_e r}$$

# Energia e momento angolare

- Energia, momento angolare, velocità dell'elettrone sono determinati una volta noto il raggio dell'orbita.
- L'energia  $E$  dell'elettrone è

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} m_e v^2 = -\frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{2 r}$$

- Il (modulo del) momento angolare  $L$  è pure funzione di  $r$

$$L = r m_e v = \sqrt{\frac{e^2 m_e r}{4 \pi \epsilon_0}}$$

# Il primo problema: quale orbita?

- Ritroviamo così un fatto che conosciamo bene dalla discussione del moto dei pianeti:

Esistono un numero infinito di orbite (circolari) possibili, il cui raggio è determinato una volta assegnata l'energia, o il momento angolare.

- Questo fatto pone un problema molto serio per il modello di Rutherford.

# Un' orbita "speciale"?

- Dalla chimica si sa che tutti gli atomi di un certo tipo — diciamo tutti gli atomi di idrogeno — nelle stesse condizioni di **temperatura**, **pressione** etc, sono uguali tra loro. In particolare sembrano avere tutti la stessa **dimensione**.
- Nel modello planetario questo implicherebbe che gli elettroni di tutti gli atomi di idrogeno ruotano intorno al nucleo su orbite con raggio ( o energia o momento angolare) fissato.
- Ma cosa determina questo raggio **"speciale"**?
- L'esistenza un raggio "speciale" certamente sembra qualcosa che non ha nessun equivalente nel caso delle orbite dei pianeti.

# Il secondo problema: la stabilità delle dimensioni atomiche

- Gli elettroni che ruotano intorno al nucleo sono accelerati, con accelerazione pari, in modulo, a

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 m_e r^2}$$

- L'elettromagnetismo prevede che una carica accelerata emette **radiazione elettromagnetica**<sup>2</sup>.
- Gli elettroni che ruotano intorno al nucleo dovrebbero **perdere energia** per radiazione.

---

<sup>2</sup>Discuteremo più avanti quanto questo fatto sia ragionevolmente giustificabile in un contesto liceale.

# Una stima della vita di un atomo classico

- Un calcolo <sup>3</sup> di elettromagnetismo dimostra che un elettrone che ruota su una orbita circolare di  $r_0 = 10^{-10} m$  dal nucleo cadrebbe sul nucleo in un tempo dell'ordine di  $\tau \sim 10^{-10} sec.$
- Ma questo non è quello che si osserva: gli atomi sembrano avere tutti le stesse dimensioni e queste dimensioni non descomponono col tempo.
- Perché?

---

<sup>3</sup>Discutiamo più avanti quanto questo calcolo sia ragionevolmente fattibile in un contesto liceale.

# Il modello dell'atomo classico è inconsistente

La soluzione di questo problema non avvenne in un singolo passo: fu piuttosto il lento risultato di un processo tortuoso in cui una serie di idee, proposte per spiegare un insieme di fenomeni apparentemente diversi tra loro, furono alla fine sintetizzate in un quadro concettuale coerente.



# Concetti coinvolti nella discussione precedente

- La legge della dinamica  $\vec{F} = m \vec{a}$ .
- Accelerazione centripeta per moto circolare uniforme  
 $|\vec{a}| = \frac{v^2}{r}$ .
- Le orbite (circolari) dei pianeti.
- Potenziale di Coulomb  $V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$ .
- Energia  $E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(r)$ .
- Momento angolare  $\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$ .
- Potenza irraggiata da una carica accelerata:  
 $\frac{dE}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} |\vec{a}|^2$ .

# Potenza irraggiata da una carica accelerata\*

- Uno studente del V anno delle secondarie è familiare col fatto che una carica elettrica **ferma** genera un campo **elettrostatico** di Coulomb.
- È anche familiare col fatto che un flusso di cariche che si muove con velocità **costante**, ovvero una corrente elettrica **stazionaria**, genera un campo **magnetostatico**.
- Il caso in cui le cariche sono **accelerate** fuoriesce dall'ambito dell'elettrostatica e della magnetostatica: la sua trattazione richiede l'uso delle equazioni di Maxwell dipendenti dal tempo.

# Il ricorso all'analisi dimensionale

- Benché una trattazione generale dell'irraggiamento non sia ragionevolmente accessibile nel contesto liceale, è possibile introdurre con metodi elementari, in situazioni particolarmente semplici, l'idea che correnti elettriche **dipendenti dal tempo** generano delle onde elettromagnetiche.
- Diventa quindi credibile **assumere** che una carica accelerata perda energia per irraggiamento.
- La formula che determina la potenza irraggiata da una carica accelerata è allora derivabile, a meno di una costante numerica, da considerazioni **dimensionali**.

- La potenza irradiata deve essere proporzionale ad una potenza della carica e ad una potenza dell'accelerazione; può in linea di principio dipendere anche da  $c$ :

$$W = \frac{dE}{dt} = K a^\alpha \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^\beta c^\gamma$$

$$[m][L]^2[t]^{-3} = [L]^\alpha [t]^{-2\alpha} ([m][L]^3[t]^{-2})^\beta [L]^\gamma [t]^{-\gamma}$$

$$[m][L]^2[t]^{-3} = [L]^{\alpha+3\beta+\gamma} [t]^{-2\alpha-2\beta-\gamma} [m]^\beta$$

- Otteniamo quindi il sistema

$$\alpha + 3\beta + \gamma = 2$$

$$2\alpha + 2\beta + \gamma = 3$$

$$\beta = 1$$

la cui soluzione è

$$\alpha = 2 \quad \beta = 1 \quad \gamma = -3$$

- In definitiva la formula per l'irraggiamento è determinata da argomentazioni dimensionali a meno di una costante (negativa) numerica

$$W = \frac{dE}{dt} = K a^2 \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3}$$

- $K$  è fissata dalle equazioni di Maxwell essere  $K = -\frac{2}{3}$

# Problemi per l'autovalutazione

- **Problema 1.** Si dimostri che non è possibile costruire una lunghezza a partire da  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$  e  $m_e$ .
- **Problema 2.** Si dimostri che il tempo  $\tau$  nel quale elettrone che parte da un'orbita circolare di raggio  $r_0$  cade sul nucleo per effetto dell'irraggiamento è

$$\tau = \frac{1}{4} \frac{(m c^2)^2}{\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0}\right)^2} \frac{r_0}{c}$$

Si calcoli  $\tau$  per  $r_0 = 10^{-10} m$ .

- L'effetto fotoelettrico fu osservato per la prima volta da **H. Hertz** nel 1887 e studiato in seguito da molti fisici sperimentali negli anni seguenti, tra cui **J.J. Thomson** nel 1899, **P. Lennard** nel 1900.
- L'effetto consiste in questo: Alcuni materiali (solidi metallici e non-metallici, liquidi, gas) emettono degli elettroni in seguito all'assorbimento di radiazione elettromagnetica incidente di frequenza corrispondente allo spettro visibile o ultra-violetto.

# Caratteristiche sperimentali dell'effetto fotoelettrico

Sperimentalmente il fenomeno ha le seguenti caratteristiche:

- L'effetto si manifesta solo quando la frequenza  $\nu$  della radiazione incidente è più alta di una **frequenza di soglia**  $\nu_0$  che **dipende** dal materiale.
- Il numero di elettroni emesso per unità di tempo è proporzionale all'intensità della radiazione incidente.
- L'energia cinetica massima  $T_{max}$  degli elettroni emessi soddisfa la relazione

$$T_{max} = h(\nu - \nu_0) \quad h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \times \text{sec}$$

dove  $h$  è una costante **indipendente** dal materiale.



- Il fatto che la radiazione elettromagnetica sia in grado di “strappare” degli elettroni dai loro atomi non è, di per sé, in contraddizione con i principi dell'elettromagnetismo.
- È difficile però spiegare, in un modello classico, le caratteristiche qualitative e quantitative osservate dell'effetto fotoelettrico. Vediamo perché.

- Le frequenze delle onde elettromagnetiche per le quali si manifesta l'effetto sono quelle dello spettro visibile:

$$\nu_{\text{visibile}} \approx (0.40 - 0.750) \times 10^{15} \text{ Hz}$$

- Le energie dei foto-elettroni emessi sono dell'ordine di grandezza dell'elettron-volt:

$$E_{\text{elettrone}} \sim h\nu_0 \sim (1 - 10) \times 10^{-19} \text{ J}$$

- L'intensità  $\Phi$  — ovvero il flusso di energia per unità di tempo e di superficie — della radiazione incidente che dà origine a effetti misurabili è dell'ordine di grandezza

$$\Phi \sim (10 - 10^2) \text{ watt/m}^2$$

- Il tempo  $\tau$  entro il quale l'effetto si manifesta è piccolo:

$$\tau \sim 10^{-8} \text{ sec}$$

# Un problema di numeri

- Sappiamo che gli elettroni sono legati ad atomi la cui dimensione  $r_0 \sim 10^{-10} m$ .
- La potenza energetica che colpisce una superficie di dimensione atomiche posta ortogonalmente al flusso è pertanto

$$W \sim \Phi \times r_0^2 \sim 10^{-19} \text{ watt}$$

- Conseguentemente l'energia totale che irradia un singolo atomo durante il tempo  $\tau$ , tempo entro il quale l'effetto si manifesta, è dell'ordine di

$$\tau \times W \sim 10^{-27} J$$

# Il primo puzzle

Le energie **misurate**  $E_{\text{elettrone}} \sim (1 - 10) \times 10^{-19} \text{ J}$  dei fotonelettroni emessi sono 7-8 ordini di grandezza superiori all'energia elettromagnetica trasportata dalla radiazione  $\tau \times W \sim 10^{-27} \text{ J}$  che colpisce un atomo nel tempo rilevante  $\tau$ .

Come fa l'elettrone ad acquistare così tanta energia in così poco tempo  $\tau$  mentre si muove in una regione così piccola  $r_0^2$ ?

- Gli elettroni atomici investiti dall'onda elettromagnetica sono sottoposti ad una forza proporzionale al campo elettrico  $\vec{E}$  dell'onda.
- Tanto maggiore sarà  $\vec{E}$  tanto più facile dovrebbe essere per l'onda "liberare" l'elettrone dall'attrazione atomica.
- In particolare, ci aspetteremmo che per  $|\vec{E}|$  troppo piccolo l'effetto non si manifesti.
- E che l'effetto diventi possibile  $\vec{E}$  sufficientemente grande.
- Inoltre, l'energia acquisita dall'elettrone strappato dovrebbe crescere all'aumentare di  $\vec{E}$ .

- Il flusso energetico dell'onda elettromagnetica dipende **quadraticamente** dal modulo del campo elettrico:

$$\Phi = c \epsilon_0 |\vec{E}|^2$$

- Quindi i modelli classici prevedono l'esistenza di una soglia nell' **intensità**  $\Phi$  della radiazione elettrica.
- Inoltre i foto-elettroni emessi dovrebbero avere **energie** maggiori al crescere di  $\Phi$ .

# Il conflitto con l'esperimento

- Ambedue le predizioni sono in contrasto con l'esperimento: sperimentalmente esiste una **soglia** nella frequenza ma non nell'intensità. E l'**energia massima misurata** dei foto-elettroni, non dipende dalla intensità ma dalla frequenza.
- Inoltre, le energie osservate dei foto-elettroni emessi sono di molti ordini di grandezza più grandi di quelle che sarebbe ragionevole attendersi classicamente.

# Il modello di Einstein

- La proposta di **A. Einstein** (1879-1955) fu quella di ipotizzare che la radiazione elettromagnetica ceda energia agli elettroni in “**pacchetti**”, o **quanti**, ognuno della stessa energia  $E_\nu$ , legata alla frequenza della luce dalla relazione

$$E_\nu = h\nu$$

- Denotando con  $W$  l'energia necessaria per strappare l'elettrone dal metallo, si deduce che l'energia cinetica **massima** dei foto-elettroni emessi è

$$T_{\max} = h\nu - W = h\left(\nu - \frac{W}{h}\right)$$

- Questa relazione coincide con quella sperimentale ponendo  $\nu_0 = \frac{W}{h}$ .



- Il modello di Einstein spiega anche la proporzionalità del numero dei foto-elettroni emessi con l'intensità della radiazione, in quanto questa è proporzionale al flusso dei “pacchetti” elettromagnetici che colpiscono il materiale.
- A questi pacchetti venne dato il nome di **fotoni**.
- La costante  $h$  che appare nella relazione di Einstein ha le dimensioni di un **momento angolare**.
- Essa risulta coincidere numericamente con una costante, oggi nota come costante di Planck, che era già apparsa nella **formula di Planck** per lo spettro della radiazione di **corpo nero**.

- Se si supponesse, secondo il modello classico, che l'energia dell' **onda** elettromagnetica sia uniformemente “dispersa” nello spazio, essa non sarebbe sufficiente, per le intensità luminose per le quali l'effetto è osservabile, a strappare elettroni dagli atomi.
- Nel modello **corpuscolare**, invece, gran parte degli elettroni non vengono colpiti dai fotoni, ma quelli che vengono colpiti acquistano l'energia necessaria per fuoriscire dal materiale — se l'energia di ciascun fotone, e quindi la sua frequenza, è sufficientemente alta.
- In definitiva il puzzle delle grandi energie dei foto-elettroni emessi è risolto da Einstein assumendo che l'energia della radiazione luminosa sia “concentrata” nei fotoni.

- Concetti di **ampiezza** e **frequenza** di un'onda.
- Relazione tra frequenza e **lunghezza d'onda**.
- **Flusso** di energia trasportato da un'onda: relazione con ampiezza del campo elettrico.
- Conservazione dell'energia: **barriera** di potenziale.

# Problemi per l' autovalutazione

- 1. Si calcoli l'energia dei fotoni per luce nello spettro visibile.
- 2. Si determini il numero di fotoni  $N$  per unità di superficie per unità di tempo corrispondente ad una radiazione di intensità a  $\Phi = 1 \text{ W/m}^2$  e di frequenza di  $\nu = 0.5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ .
- 3. Per avere un'idea delle intensità luminose necessarie per estrarre un elettrone da un atomo in un modello classico si consideri il seguente problema: Si consideri un elettrone sottoposto ad campo elettrico uniforme  $E$  che si muove per una distanza  $r = 10^{-10} \text{ m}$ : si calcoli che campo  $E_0$  è necessario affinché l'elettrone acquisti un' energia  $W = 1 \text{ eV}$ . Si determini l'intensità luminosa di un'onda elettromagnetica di ampiezza  $E_0$ .

- 1.  $E_{visibile} \approx (2.6 - 5.0) \times 10^{-19} J \approx (1.6 - 3) eV$
- 2.  $E_{fotone} = 6.6 \cdot 10^{-34} \times 0.5 \cdot 10^{15} J = 3.3 \cdot 10^{-19} J$   
 $N = \frac{\Phi}{E_{fotone}} = \frac{1}{3.3 \cdot 10^{-19}} m^{-2} s^{-1} = 0.3 \cdot 10^{19} m^{-2} s^{-1}$
- 3.  $e E_0 r = W \Rightarrow E_0 = \frac{1 eV}{1 e \cdot 10^{-10} m} = 10^{10} V/m$   
 $\Phi = c \epsilon_0 |\vec{E}|^2 = 3 \cdot 10^8 \times 8.8 \cdot 10^{-12} \times 10^{20} W/m^2 =$   
 $= 2.6 \cdot 10^{17} W/m^2$

- L'aspetto “corpuscolare” della radiazione elettromagnetica che emerge dalla descrizione di Einstein dell'effetto fotoelettrico fornisce una spiegazione molto semplice dell'**effetto (o spostamento) Compton**, un fenomeno osservato da **A. H. Compton** (1923) studiando la diffusione di radiazione elettromagnetica di alta frequenza (raggi X o raggi gamma) su elettroni.

# Il processo fisico

- Un elettrone a riposo, colpito da radiazione di frequenza  $\nu$ .
- Nell'ipotesi fotonica, il processo è descritto dall'urto elastico di un fotone incidente di energia  $E$  ed impulso  $\vec{p}$  con l'elettrone a riposo.

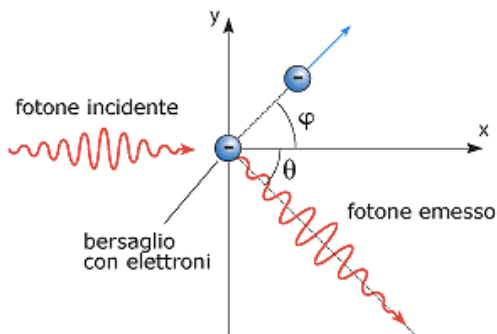


Figura 1: Effetto Compton.

# Energia ed impulso del fotone

- La relazione tra energia ed impulso di una particella di massa  $M$  in meccanica relativistica

$$E = c \sqrt{\vec{p}^2 + M^2 c^2}$$

- Per un fotone,  $M = 0$ , e quindi la relazione tra impulso ed energia diventa

$$E = c |\vec{p}|$$

- Si noti che questa relazione tra energia e impulso è anche quella, classica, tra **densità** di energia e **densità** di impulso trasportato da un'onda elettromagnetica<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup>Questo fatto è in linea teorica accessibile in una trattazione dell'elettromagnetismo delle secondarie



- Denotiamo con  $\vec{p}'$  and  $E'$  momento e energia del fotone **diffuso**.
- Denotiamo con  $\vec{P}$  il momento dell'elettrone **dopo** il processo di diffusione e con  $m_e$  la sua massa.
- L'energia dell'elettrone **prima** della diffusione è  $E_{el} = m_e c^2$
- L'energia dell'elettrone **dopo** della diffusione è

$$E'_{el} = c \sqrt{\vec{P}^2 + m_e^2 c^2}$$

- $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P} \Rightarrow \vec{P} = \vec{p} - \vec{p}'$  conservazione del momento;
- $E + m_e c^2 = E' + c \sqrt{\vec{P}^2 + m_e^2 c^2}$  conservazione dell'energia;
- $(E - E' + m_e c^2)^2 = m_e^2 c^4 + c^2 (\vec{p}^2 + \vec{p}'^2 - 2 \vec{p} \cdot \vec{p}')$   
 $= m_e^2 c^4 + E^2 + (E')^2 - 2 E E' \cos \theta$
- $(E - E') m_e c^2 = E E' (1 - \cos \theta)$
- $E = \frac{ch}{\lambda} \quad E' = \frac{ch}{\lambda'}$  la relazione di Einstein

In definitiva

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

La radiazione diffusa in avanti a  $\theta = 0$  ha la stessa lunghezza d'onda della radiazione incidente. Ma la lunghezza d'onda della radiazione che è diffusa ad un angolo  $\theta \neq 0$  differisce dalla lunghezza d'onda della radiazione incidente di una quantità proporzionale alla cosiddetta **lunghezza di Compton** dell'elettrone

$$\lambda_{Compton} \equiv \frac{h}{m_e c} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$$

# La diffusione classica e quella quantistica

- Classicamente, la radiazione diffusa dovrebbe invece avere la stessa frequenza di quella incidente<sup>5</sup>.
- Lo **spostamento di Compton** mostra che possiamo consistentemente attribuire ai fotone non solo energia ma anche momento e che ambedue sono conservati nei processi di diffusione.
- In definitiva l'effetto Compton fornisce una importante conferma della relazione di Einstein per l'energia dei fotoni e dell'ipotesi "corpuscolare" della luce.

---

<sup>5</sup>Come discusso precedentemente, questo è un fatto derivabile dall'elettromagnetismo in un contesto liceale al prezzo di qualche sforzo.

- Conservazione dell'energia e dell'impulso negli urti elastici.
- Relazione tra energia ed impulso per particelle relativistiche.
- Relazione di Einstein tra energia e frequenza dei fotoni.

- **Problema 1.** Perché l'effetto Compton per gli elettroni è osservabile per raggi X e non per luce visibile?
- **Problema 2.** Determinare la lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica necessaria per osservare l'effetto Compton usando protoni al posto di elettroni.
- **Problema 3.** Discutere l'urto elastico del fotone con l'elettrone a riposo nel limite in cui l'elettrone può essere considerato non-relativistico. Quali sono le condizioni di validità di questa approssimazione?

- Un ingrediente essenziale nel processo che portò alla scoperta della meccanica quantistica fu l'osservazione sperimentale che gli atomi non **emettono** o **assorbono** luce di frequenza arbitraria, ma solo in corrispondenza a certe frequenze **discrete**.
- Nel caso dell'idrogeno, **J. Rydberg** osservò nel 1888 che tutte le frequenze  $\nu_{n,m}$  della luce assorbita o emessa erano descritte dalla formula,

$$\frac{\nu_{n,m}}{c} = \frac{1}{\lambda_{n,m}} = R_H \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad n, m = 1, 2, 3, \dots$$

# La formula di Rydberg

- Questa formula fu derivata da Rydberg in maniera completamente empirica, cercando di fittare gli spettri dell'idrogeno misurati.
- Il passaggio fondamentale fu esprimere i risultati in termini del **numero d'onda**, ovvero l'inverso della lunghezza d'onda.
- $R_H$  è la **costante di Rydberg** per l'idrogeno, una grandezza fisica che è possibile misurare con notevole precisione

$$R_H = 1.0967760 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



# L'importanza della precisione delle misure spettroscopiche

- $R_H$  rappresenta il valore del **massimo numero d'onda** del fotone che può essere emesso da un atomo di idrogeno.
- Il fatto che questa grandezza fosse misurabile con grande precisione già all'epoca di Bohr è stato determinante per la scoperta della meccanica quantistica.

# Il principio di combinazione di Rydberg-Ritz

- Formule analoghe furono trovate per gli spettri di altri elementi chimici, anche se non così semplici e così accurate come quella per l'idrogeno.
- Queste osservazioni portarono al principio, formulato da **Ritz** nel 1908, senza alcuna base teorica, che le righe spettrali di ogni elemento includono frequenze che sono o la somma o la differenza di frequenze di due altre righe.
- Equivalentemente il principio affermava che valeva una generalizzazione della formula di Rydberg per elementi diversi dell'idrogeno della forma

$$\nu_{n,m} = c (T_n - T_m) \quad n, m = 1, 2, 3, \dots$$

Fine della prima lezione