

Fisica applicata

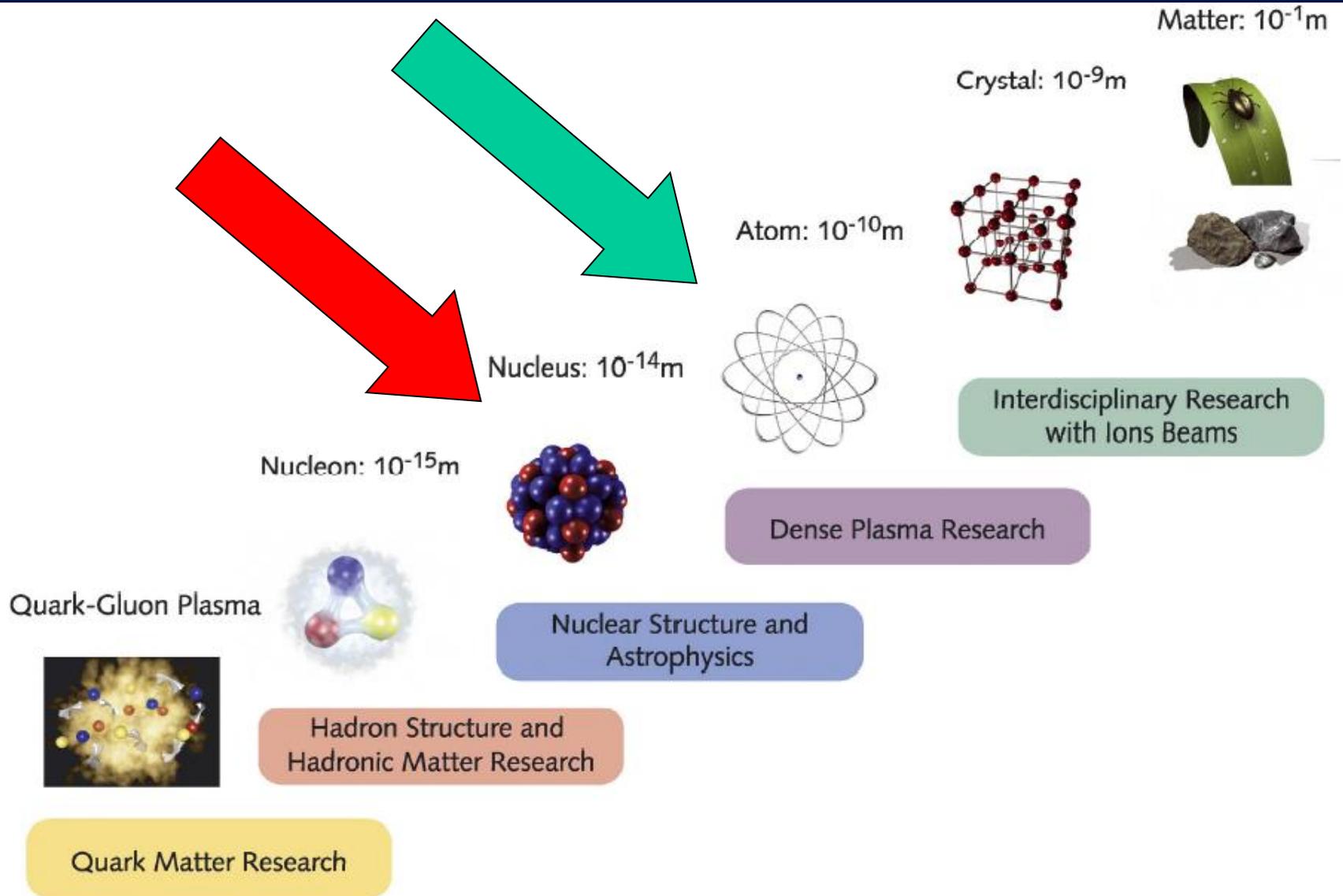
Laurea in Scienza dei Materiali

Il Nucleo atomico

Reazioni nucleari e Decadimento radioattivo

<http://www.ge.infn.it/~prati>

Di cosa ci occupiamo....



Riferimenti Bibliografici

D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, *Fondamenti di fisica - fisica moderna*

(Ambrosiana Editrice, copie nella biblioteca DIFI)

W. R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*

(Springer-Verlag, copie nella biblioteca DIFI)

Dispense ex-corso di radioattività, LS in fisica (Prof. P. Corvisiero)

<http://www.ge.infn.it/~corvi/doc/didattica/radioattivita/dispense/>

Dlgs 230/95 e Dlgs 241/01

<http://www.ge.infn.it> - link a: segreteria di radioprotezione

Materiale informativo INFN

<http://www.ge.infn.it> - link a: segreteria di radioprotezione

1911: l'esperimento di Rutherford ed il nucleo atomico

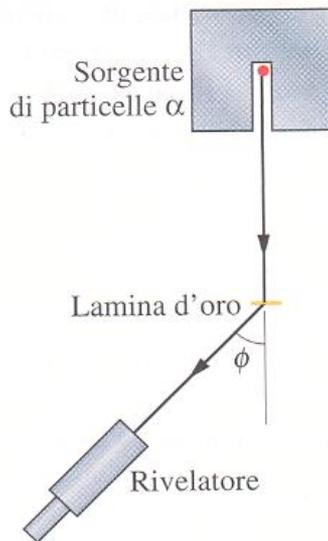
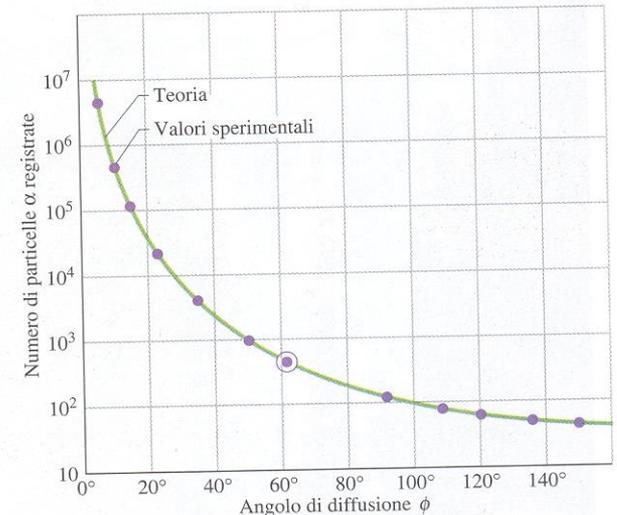


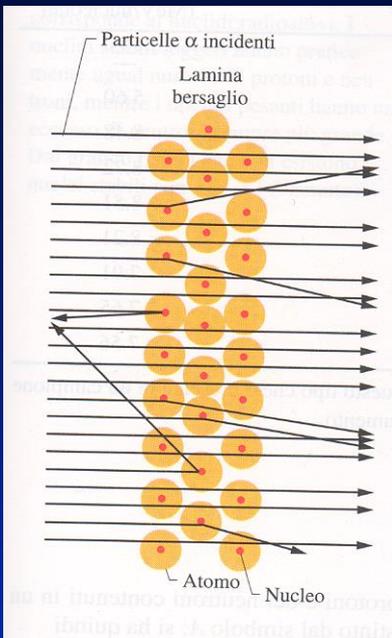
Figura 43.1 Disposizione (vista dall'alto) dell'apparecchiatura sperimentale usata nel laboratorio di Rutherford nel 1911-1913 per studiare la diffusione di particelle α da parte di fogli metallici sottili. Il rivelatore può essere orientato per diversi valori dell'angolo di diffusione ϕ . La sorgente di particelle alfa era il radon, un prodotto di decadimento del radio. Con questo semplice apparecchio «da tavolo» fu scoperto il nucleo.

Figura 43.2 I punti rappresentano i risultati degli esperimenti sulla diffusione di particelle α in un foglio d'oro ottenuti da Geiger e Marsden usando la strumentazione della figura 43.1. La curva continua rappresenta la previsione teorica, basata sull'ipotesi che l'atomo possiede un nucleo piccolo, compatto e carico positivamente. Si osservi che l'asse delle ordinate è a scala logaritmica, e copre sei ordini di grandezza. I dati sono stati aggiustati per seguire la curva teorica passante per il punto sperimentale circondato da un cerchio.



Il risultato dell'esperimento (ci sono α diffuse a grandi angoli) è incompatibile con il modello atomico di Thomson ("panettone con uvetta") mentre può essere spiegato ipotizzando la carica positiva circoscritta in un piccolo volume al centro dell'atomo (modello di Rutherford)

1911: l'esperimento di Rutherford ed il nucleo atomico



Una stima della dimensione del nucleo può essere ricavata dal seguente ragionamento. Il minimo parametro d'urto è dell'ordine delle dimensioni del nucleo e, se sono possibili deflessioni delle particelle α a grandi angoli, significa che vi può essere una quasi totale trasformazione dell'energia cinetica incidente in energia potenziale (per grandi angoli, nel limite di una retrodiffusione a 180° , la particella si ferma per un istante alla minima distanza dal centro del potenziale). Quindi:

$$\Delta E_\alpha = -E_\alpha = V(R_N) = -\frac{2Z_{Au}e^2}{R_N}$$

$$R_N = \frac{2Z_{Au}e^2}{E_\alpha}$$

Poiché $e^2 = 1.44 \text{ MeV}\cdot\text{fm}$, e per $Z_{Au} \approx 80$ ed $E_\alpha \approx 5 \text{ MeV}$, si ricava appunto che il raggio nucleare vale $R_N \approx 5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$ ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).

Il risultato è quasi giusto, solitamente $R_N \sim 1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm}$. Oggi sappiamo che nel nucleo atomico sono presenti protoni e neutroni (scoperti da Chadwick nel 1932).

Particella	Massa	Carica elettrica
Neutrone	$1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	—
Protone	$1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$+1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elettrone	$9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	$-1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Un territorio strano...

Per capire che si tratta di qualcosa di "strano" si può, ad esempio, calcolare la densità della materia nucleare:

$$\text{Densità} = \rho = M/V \quad (\rho_{\text{acqua}} = 1 \text{ g/cm}^3; \rho_{\text{oro}} = 19.32 \text{ g/cm}^3)$$

$$\text{Il nucleo di Au: Massa} \sim A M_{p/n} \sim 197 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \sim 3 \cdot 10^{-22} \text{ g}$$

$$\text{Volume} \sim \frac{4}{3}\pi R_{\text{Au}}^3 \sim \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot (7.2 \cdot 10^{-13})^3 \sim 1.6 \cdot 10^{-36} \text{ cm}^3$$

Quindi:

$$\rho_{\text{nucleo}} \sim 3 \cdot 10^{-22} / 1.6 \cdot 10^{-36} \sim 2 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

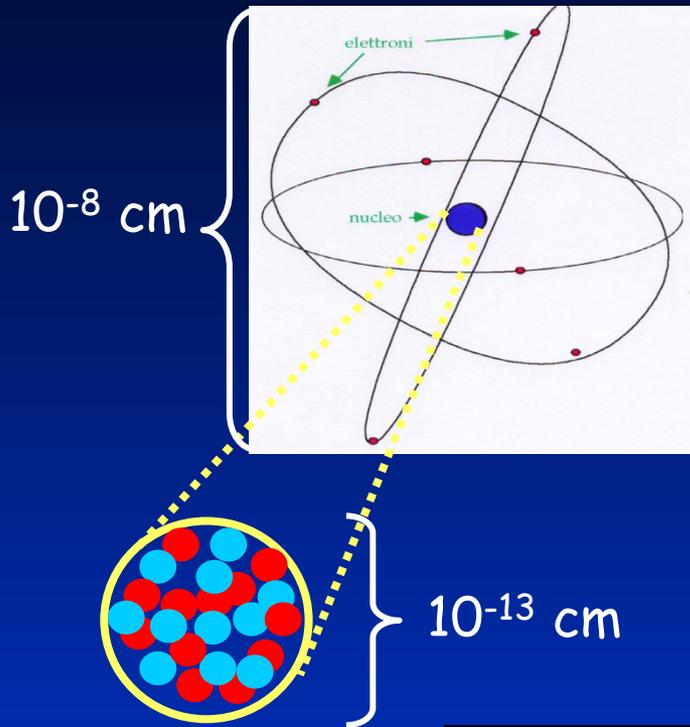
Un valore enorme !!!

Un calcolo più accurato fornisce un risultato molto simile e praticamente costante qualunque sia il nucleo considerato

Nota: $R(A) = R_0 A^{1/3}$ con $R_0 = 1.2 \text{ fm}$ e $A = \text{Peso Atomico}$

$V(A) \propto A - M(A) \propto A \quad \longrightarrow \quad \rho \text{ materia nucleare costante}$

Altre stranezze



Se $V(A) \propto A$ allora protoni e neutroni sostanzialmente si comportano come sfere incompressibili in contatto l'una all'altra \rightarrow evidentemente agisce una forza attrattiva molto piú intensa della repulsione coulombiana.

$$\alpha_F / \alpha_{em} \sim 100$$

F_N solo di contatto



Intrinseca instabilità

Interazione	Mediatore	Magnitudine relativa	Andamento asintotico	Raggio d'azione
<u>Interazione forte</u>	<u>gluone</u>	10^{38}	r^0	$1.4 \cdot 10^{-15}$ m
<u>Interazione elettromagnetica</u>	<u>fotone</u>	10^{36}	$1/r^2$	∞
<u>Interazione debole</u>	<u>Bosoni Z, W+ e W-</u>	10^{25}	e^{-Mr}/r	10^{-18} m
<u>Interazione gravitazionale</u>	<u>gravitone</u>	10^0	$1/r^2$	∞

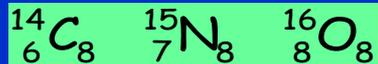
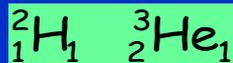
Alcune definizioni...

Nuclide: ben definito nucleo costituito da un determinato numero di protoni e di neutroni. Esso viene indicato come:

${}^A_Z X_N$ o spesso più semplicemente ${}^A_Z X$ dove:

- **X** indica l'elemento chimico;
- **Z** : numero atomico dell'elemento = numero di protoni nel nucleo (\equiv numero di elettroni atomici);
- **A** : numero di massa del nucleo, cioè il numero totale di protoni (Z) e neutroni (N) $\rightarrow A=Z+N$.

I protoni ed i neutroni sono chiamati genericamente nucleoni. Ne risulta ovviamente che **$N=A-Z$**



isotoni



isotopi



isobari

...ed unità di misura

Definizione: Unita di massa atomica a.m.u. = 1/12 massa dell'atomo di ^{12}C

$$1 \text{ amu} = 1.661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

m_p (amu)	m_n (amu)	$m_{^{197}\text{Au}}$ (amu)
1.00759	1.00898	196.966573

Nota: $A \sim$ massa in amu arrotondata all'intero piú vicino

In fisica nucleare si utilizza molto spesso la famosa relazione $E = mc^2$ e l'energia si misura in multipli dell' eV $\rightarrow 1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Ne segue che $c^2 = E/m = 931.5 \text{ MeV/amu}$ ma soprattutto che

m_e (MeV/c ²)	m_p (MeV/c ²)	m_n (MeV/c ²)	$m_{^{197}\text{Au}}$ (MeV/c ²)
0.511	938.25	939.50	1559401.625

(tabella completa sul sito)

Il sistema $c=1$

Per semplificare i calcoli, soprattutto quando si devono tenere conto di effetti relativistici, si introduce una semplificazione e cioè si impone che la velocità sia **ADIMENSIONALE** e che $c=1$.

Conseguenze:

- Massa ed energia hanno le stesse dimensioni; si sceglie solitamente di usare l'eV come unità di misura: e.g. $m_e = 0.511 \text{ MeV}$, $m_p = 938.25 \text{ MeV}$, etc.
- $[p] = [E] \rightarrow$ la quantità di moto si misura in eV
- $[t] = [l]$
- Costante di struttura fine: $\alpha = 2\pi e^2/hc = 1/137$, adimensionale $\rightarrow [q^2] = [h]$ ma: $h/2\pi \sim 198 \text{ MeV fm} \rightarrow e^2 = 1.44 \text{ MeV fm}$
- Potenziale di ionizzazione dell'idrogeno, E_i : dal modello di Bohr:

$$E_i = m_e^4/2(h/2\pi)^2 = m_e^4 c^2/2(hc/2\pi)^2 = 0.511 \cdot (1.44)^2/2(198)^2 \sim 13 \text{ eV}$$

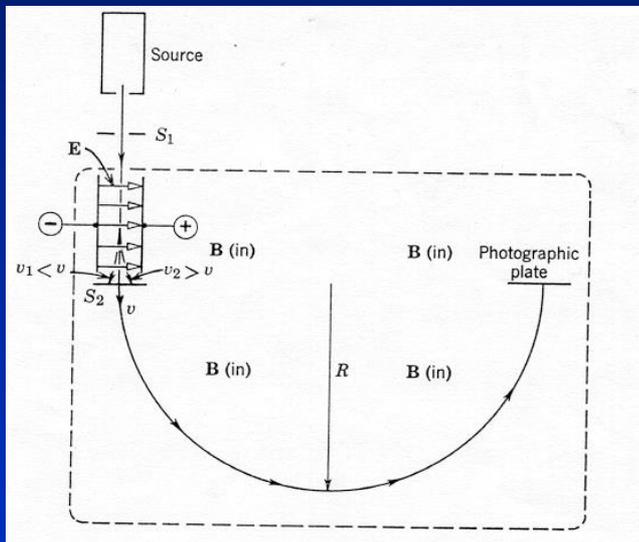
Esercizio: calcolare, sfruttando il sistema $c=1$, la lunghezza d'onda di De Broglie $= h/(2\pi p)$ di un elettrone di energia cinetica $T = 10^{-2} \text{ MeV}$ [Ris. $\sim 1980 \text{ fm}$]

Pausa: come si misurano le masse (atomiche) ?

e in subordine: come si fa a capire che esistono isotopi di uno stesso elemento chimico?

Usando uno **SPETTROMETRO DI MASSA**

Spettrometro di **Bainbridge**



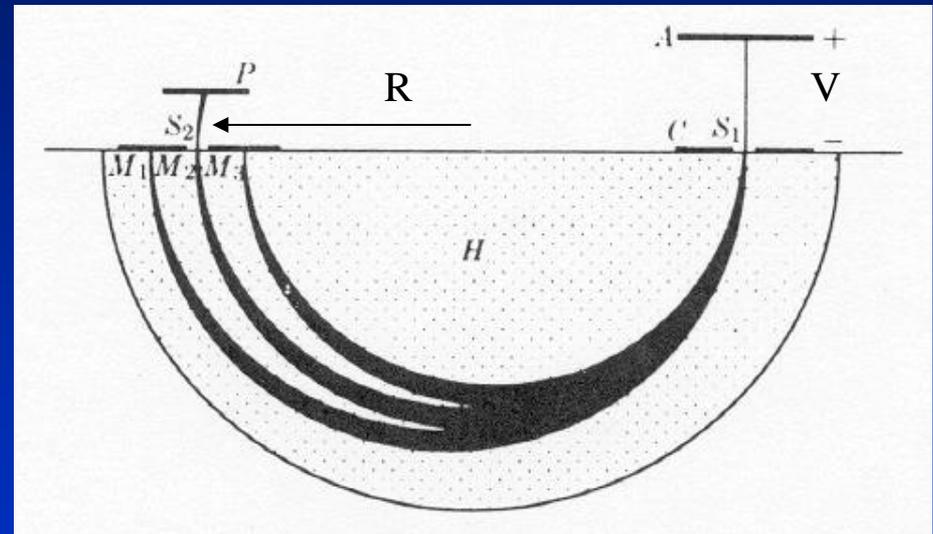
La sorgente produce ioni con carica ne ($n=1,2$)

Condizione di moto rettilineo: $neE = nevB \rightarrow v = E/B$

Nel campo B uniforme: $evB = Mv^2/R$ (Hp: $n=1$)

$$M = eB^2R/E$$

Spettrometro di **Dempster**



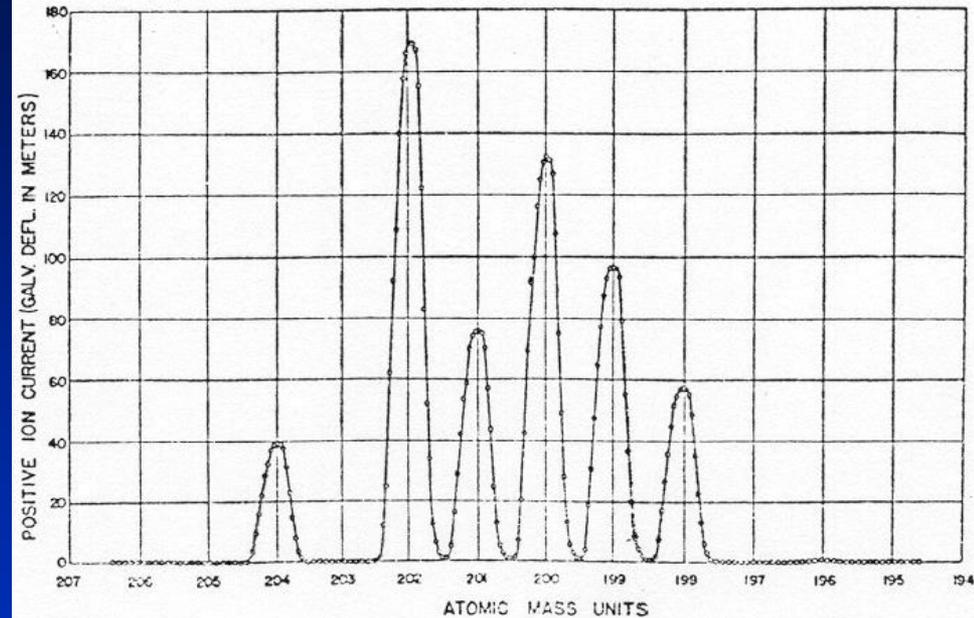
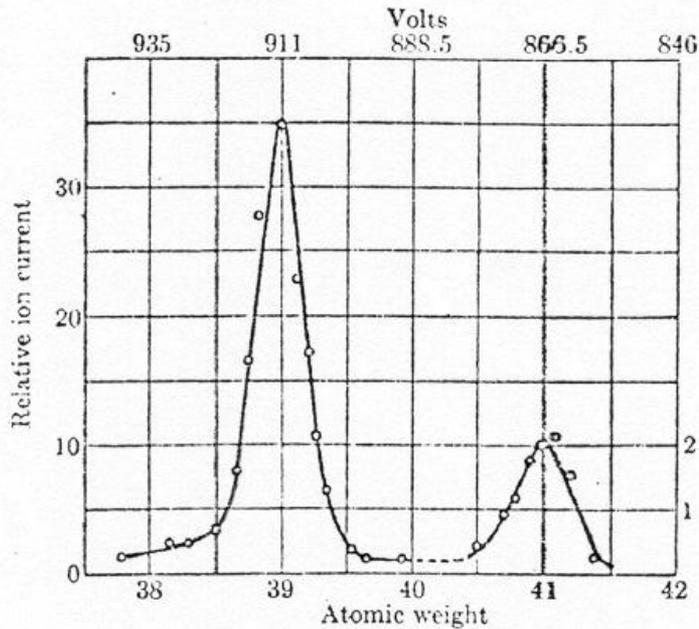
La sorgente produce ioni con carica ne ($n=1,2$)

In S_1 : $eV = 1/2 Mv^2$ (Hp: $n=1$)

Nel campo B uniforme: $evB = Mv^2/R$ (Hp: $n=1$)

$$\text{In } S_2 \quad M = eB^2R^2/2V$$

Esempi di spettri di massa



K: $Z = 19$

$$M_a(^{39}\text{K}) = 36294.61 \text{ MeV}$$

$$M_n(^{39}\text{K}) = 36284.75 \text{ MeV}$$

$Z \sim N$

Hg: $Z = 80$

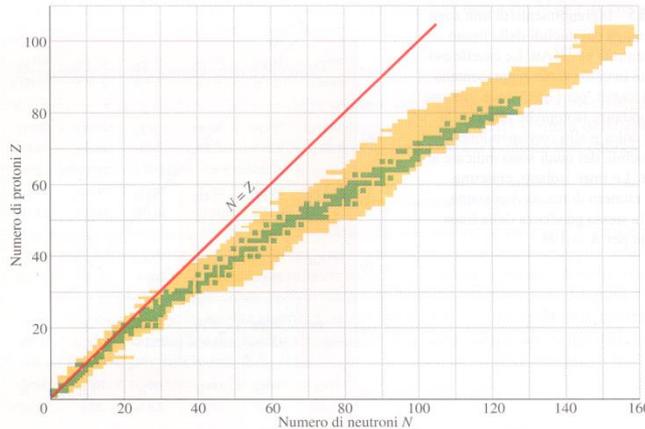
$$M_a(^{202}\text{Hg}) = 188134.438 \text{ MeV}$$

$$M_n(^{202}\text{Hg}) = 188093.566 \text{ MeV}$$

$Z < N$

I nuclei presenti in natura

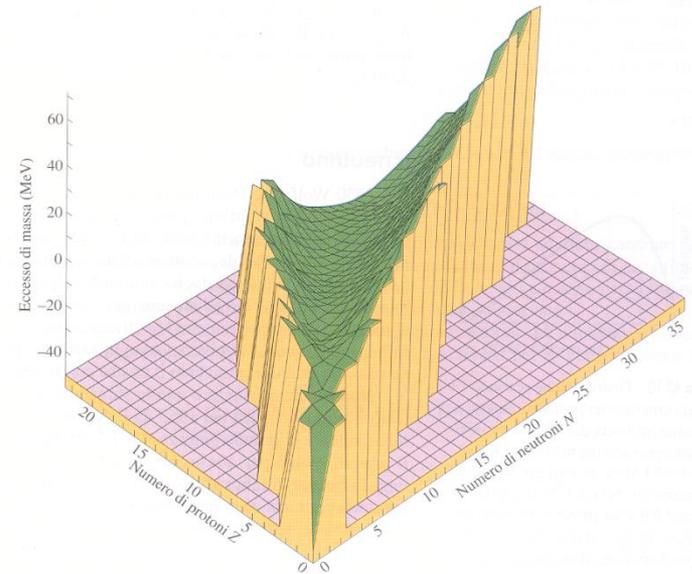
Figura 43.4 Diagramma dei nuclidi noti. Il colore verde identifica la fascia dei nuclidi stabili, mentre il color giallo corrisponde ai nuclidi radioattivi. I nuclidi stabili leggeri hanno praticamente uguale numero di protoni e neutroni, mentre i nuclidi pesanti hanno un eccesso di neutroni sempre più grande. Dal grafico risulta che non esistono nuclei stabili con $Z > 83$ (bismuto).



I nuclei in natura, stabili e instabili, mostrano un rapporto N/Z che cresce con $Z \rightarrow$ effetto della saturazione delle forze nucleari

La carta dei nuclidi forma una "valle di stabilità" con al fondo gli isotopi più stabili.

Figura 43.12 Vista parziale, in prospettiva, della valle dei nuclidi, limitata ai nuclidi più leggeri. Il deuterio, il tritio e l'elio giacciono all'estremità più vicina del grafico, con l'elio nel punto più alto. La valle si estende allontanandosi dall'osservatore, ma qui il grafico si interrompe a $Z = 22$ e $N = 35$. I nuclidi con valori di A maggiori, che dovrebbero essere disegnati ben oltre la valle qui visibile, possono decadere nella valle per successive emissioni alfa e per fissione (spaccatura di un nuclide).



Energia di legame e difetto di massa

Consideriamo la reazione di sintesi dell'anidride carbonica:



e le conseguenze di $E = mc^2$: la reazione è esotermica e poichè (nel sistema $c=1$) massa ed energia coincidono:

$$M(CO_2) + 100 \text{ kcal/mole} = M(C) + M(O_2) \rightarrow \Delta m = [M(C) + M(O_2)] - M(CO_2) = 100 \text{ kcal/mole}$$

La molecola ("sistema") CO_2 è un sistema legato e " **l'Energia di legame** " è pari al lavoro necessario per separare C e O_2 . E' una energia negativa ed è anche pari all'energia liberata nell'ambiente nel passaggio dal sistema meno legato ($C + O_2$) a quello più legato (CO_2) → quindi la massa del sistema legato è inferiore a quella della somma dei suoi componenti.

Ma è vero ???

$$100 \text{ kcal/mole} = 4.2 \cdot 10^{12} \text{ erg/mole} \rightarrow \Delta M = \Delta E/c^2 = 4.2 \cdot 10^{12} / 9 \cdot 10^{20} = 0.5 \cdot 10^{-8} \text{ g/mole}$$

$$1 \text{ mole } CO_2 = 44 \text{ g} \rightarrow \Delta M/M = 0.5 \cdot 10^{-8} / 44 \sim 10^{-10} \text{ **IMMISURABILE !!!**}$$

Lo stesso fenomeno su scala nucleare....

Le forze che tengono legati i nuclei sono molto più intense di quelle che intervengono nei legami molecolari, tipicamente le energie di legame nucleari sono 10^6 volte più elevate di quelle molecolari. Forse c'è modo di verificare se il modello funziona, riprendiamo i dati alla slide 11

$$\Delta E = \Delta M = \sum M(\text{componenti}) - M(\text{sistema legato})$$

In un nucleo ci aspettiamo: $\Delta M = (ZM_p + NM_n) - M_{\text{nucleo}} > 0$

$${}^{39}\text{K} \rightarrow \Delta M = 19 \cdot 938.25 + 20 \cdot 939.50 - 36284.75 = 332 \text{ MeV} \quad (\Delta M/M \sim 0.9\%)$$

$${}^{202}\text{Hg} \rightarrow \Delta M = 80 \cdot 938.25 + 122 \cdot 939.50 - 188093.566 = 1585.434 \text{ MeV} \quad (\Delta M/M \sim 0.8\%)$$

Si tratta di variazioni misurabili che sono state effettivamente osservate !!

$\Delta M = \Delta E =$ Energia di legame è espressione del legame collettivo di tutti i nucleoni ed aumenta nei nuclei più pesanti ma:

$\Delta E/A = 8.5 \text{ MeV/nucleone } ({}^{39}\text{K}) ; 7.8 \text{ MeV/nucleone } ({}^{202}\text{Hg}) \rightarrow$ L'energia di legame per singolo nucleone è quasi costante (o poco variabile) e questa è un altro effetto della saturazione delle forze nucleari.

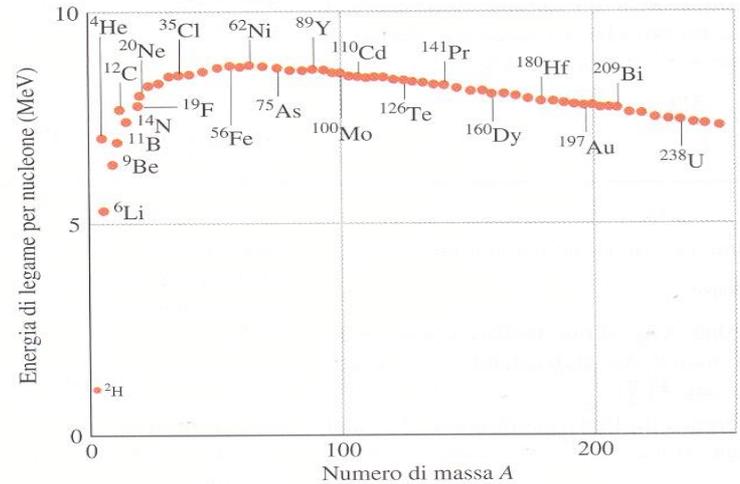
L'andamento della Energia di legame per nucleone

L'energia di legame per nucleone corrisponde al lavoro che deve essere fatto per strappare un nucleone dal nucleo.

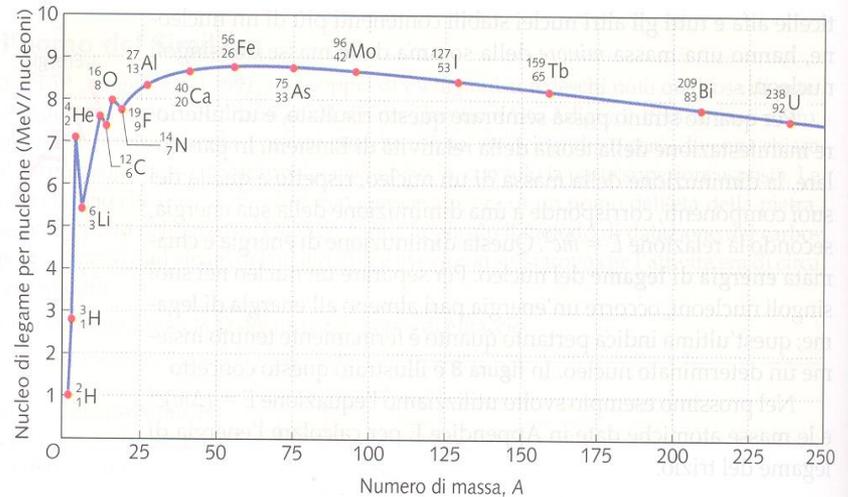
I nuclei più leggeri hanno $\Delta E/A$ più bassa perchè le forze nucleari, con pochi nucleoni non saturano. Il nucleo più legato (e quindi stabile è il ^{62}Ni , poi $\Delta E/A$ diminuisce gradatamente per effetto dell'azione disgregante della repulsione coulombiana

Esercizio: calcolare $\Delta E/A$ per ^3H , ^{56}Fe , ^{238}U usando le masse atomiche

Figura 43.6 Energia di legame per nucleone di alcuni dei nuclidi più significativi. Il nuclide ^{62}Ni possiede l'energia di legame per nucleone (8.79460 ± 0.00003 MeV/nucleone) maggiore di tutti gli altri nuclidi stabili conosciuti. La fissione può aver luogo per i nuclei più pesanti, e la fusione per i più leggeri. Si noti che la particella α (^4He) è situata nettamente al disopra della curva dell'energia di legame, ed è perciò particolarmente stabile.



► Figura 9. La curva dell'energia di legame. Questo grafico mostra l'energia di legame per nucleone per un certo numero di nuclei. Osserviamo che per il trizio tale valore è approssimativamente di 2,8 MeV, in accordo con il risultato dell'esempio svolto 12.



Struttura del nucleo e livelli nucleari - 1

L'osservazione delle proprietà del nucleo ha portato all'elaborazione di diversi modelli che, ad oggi, non hanno ancora trovato una sistemazione definitiva: ogni modello riesce a spiegare alcune delle caratteristiche osservate ma non tutte...a volta le ipotesi alla base dei modelli sono in contraddizione:

1. Saturazione delle forze nucleari (incompressibilità della materia nucleare, nucleoni fortemente interagenti tra loro) → ci sono analogie con il comportamento dei liquidi → **MODELLO A GOCCIA** (*Il nucleo è trattato come una goccia di "fluido" nucleare, superdenso ed incompressibile*).

Con questa analogia si (quasi) deduce una importante formula semiempirica per l'andamento dell'Energia di legame, ΔE (formula di Weizsäcker)

$$\Delta E(A, Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \xi \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}$$

I valori numerici dei parametri si ottengono riproducendo/interpolando l'andamento di $\Delta E/A$ vs A , tipicamente: $\alpha = 15.7 \text{ MeV}$, $\beta = 17.8 \text{ MeV}$, $\gamma = 0.7 \text{ MeV}$, $\xi = 94.8 \text{ MeV}$, $\delta = 34 \text{ MeV}$.

Gli ultimi due termini non si ricavano dal modello a goccia ma sono correzioni empiriche per tenere conto della deviazione nel piano (N, Z) dalla retta $N=Z$ ($Z=A/2$) e della particolare stabilità dei nuclei pari-pari

(A :pari, Z :pari $\rightarrow \delta = +|\delta|$; A :pari, Z :dispari $\rightarrow \delta = -|\delta|$; A :dispari $\rightarrow \delta = 0$).

Struttura del nucleo e livelli nucleari - 2

Il modello a goccia consente di spiegare diverse proprietà del nucleo (ad esempio fornisce: una teoria qualitativa per la fissione nucleare, una relazione tra A e Z dei nuclei stabili*) ma prevede una dipendenza continua delle proprietà nucleari vs A . In realtà diversi dati sperimentali (energia di legame, abbondanza in natura, spin, momento magnetico, etc.) mostrano periodicità legate al numero di nucleoni.

Ad esempio:

- consideriamo l'andamento di $\Delta E/A$ per i primi elementi stabili: c'è un rapido aumento fino al massimo dell' ${}^4\text{He}$ e poi una rapida discesa (vedi slide 16), una situazione simile si osserva per i nuclei con Z e/o $N = 2, 8, 20, 50, 82, 126$ (**NUCLEI MAGICI**) che risultano essere particolarmente stabili (nuclei con N e Z entrambi magici, come ${}^4\text{He}$, sono chiamati **DOUBLE MAGIC NUCLEI**).
- I nuclei magici sono particolarmente abbondanti in natura: il ${}^{40}\text{Ca}_{20}$ è l'ultimo nucleo stabile con $Z=N$ è doppiamente magico ed è il 97% del Ca naturale. Subito prima e subito dopo c'è un salto drastico (${}^{36}\text{Ar}_{18}$ è lo 0.3% dell'Ar in natura, il ${}^{44}\text{Ti}_{22}$ non esiste in natura).

Queste ed altre evidenze sperimentali suggeriscono una situazione simile alla particolare stabilità degli atomi con gli orbitali elettronici completi → **MODELLO A SHELL**

Struttura del nucleo e livelli nucleari - 3

Il **Modello a SHELL**, sviluppato per analogia con quello dell'atomo di Bohr, è un modello a particelle indipendenti... il che sembra non stare insieme con le evidenze sperimentali che suggeriscono invece modelli "collettivi" (come quello a goccia):

- Nell'atomo gli elettroni hanno interazione reciproca sostanzialmente nulla, si muovono in un campo centrale coulombiano, seguono il Principio di esclusione di Pauli.
- I nucleoni seguono il Principio di Pauli ma interagiscono violentemente tra loro ($\lambda_{fp} \sim 0.3 \text{ fm} < R_N$...non avrebbe senso parlare di "orbite") e non si può parlare di un centro di forza.

MA:

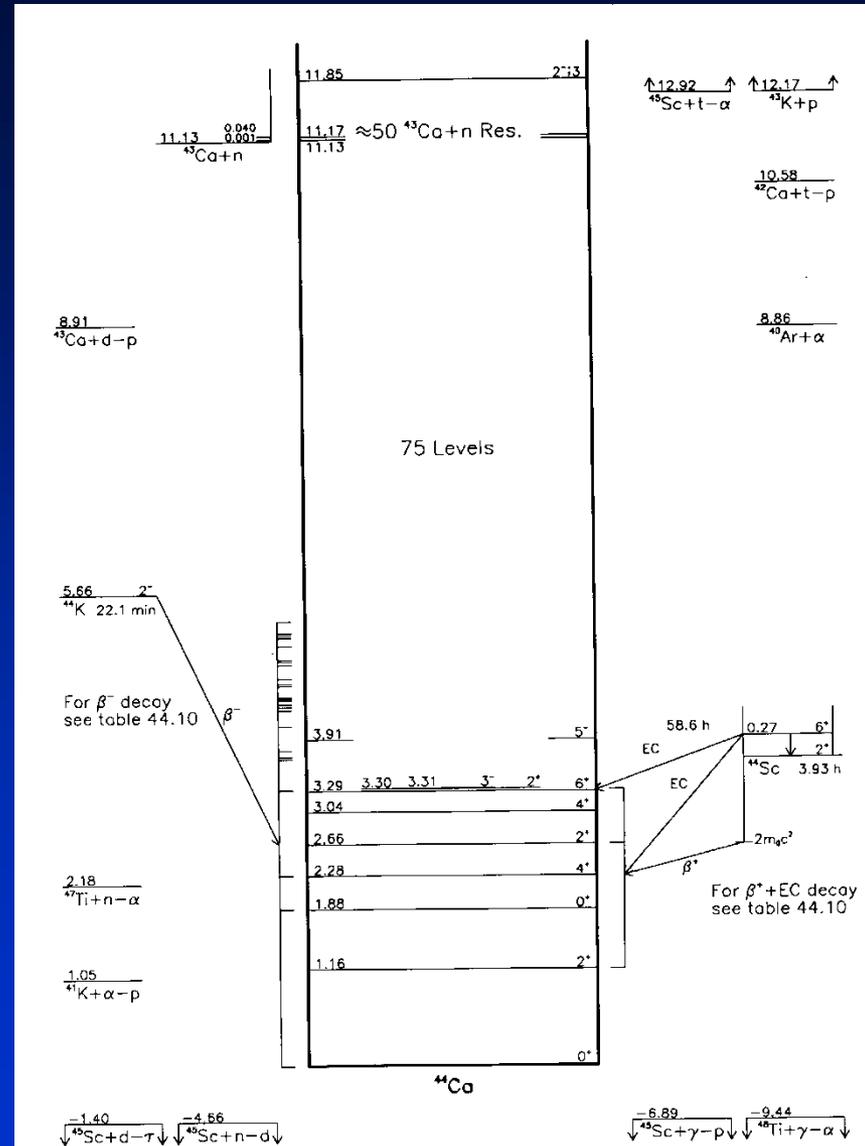
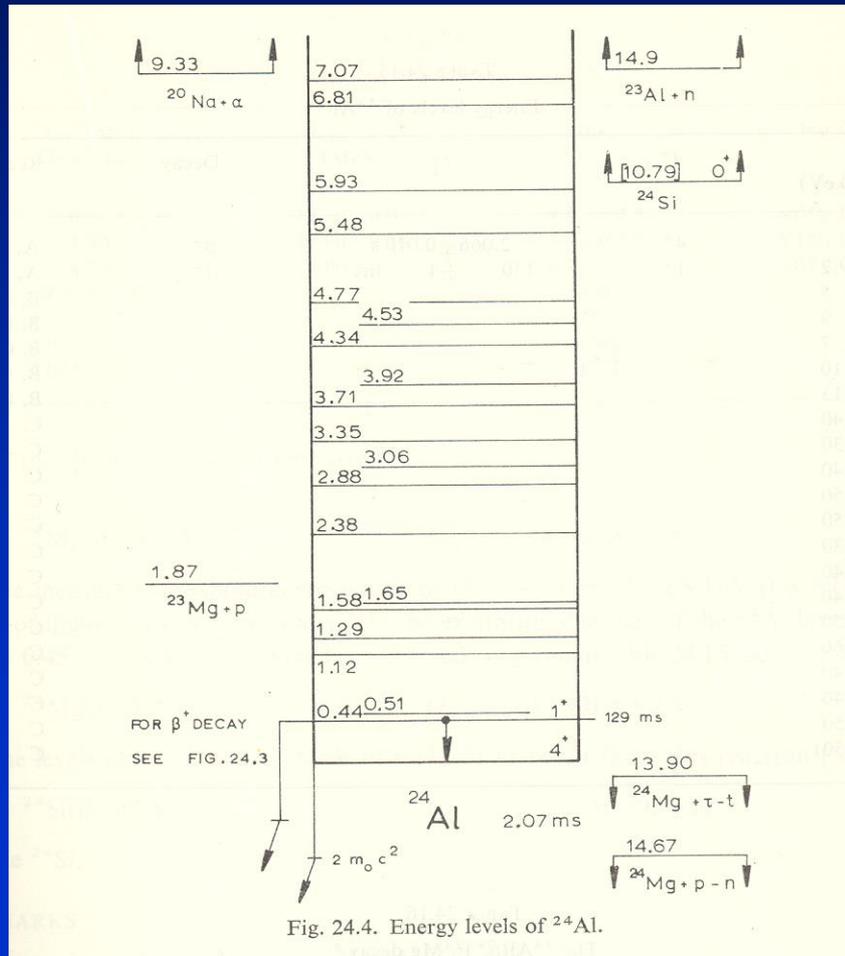
- Le caratteristiche della forza nucleare sono tali per cui si dimostra che l'interazione tra due nucleoni si può (quasi) descrivere con una buca di potenziale rettangolare (larga 1 fm e profonda $\sim 30 \text{ MeV}$).
- Similmente l'interazione di un nucleone con l'intero nucleo (cioè con gli altri $A-1$ nucleoni) si può descrivere con una buca di potenziale con simmetria sferica (il nucleo è, in prima aprox., sferico).
- Ne segue che i nucleoni possono avere diversi stati energetici. Quando tutti i nucleoni occupano tutti gli stati (o livelli) più bassi il nucleo è allo stato fondamentale \rightarrow in queste condizioni un'interazione tra due nucleoni comporterebbe uno scambio di energia... ma se sono già tutti al minimo non ci sono livelli liberi da occupare $\rightarrow \lambda_{fp}$ decisamente $> 1 \text{ fm} \rightarrow$ i nucleoni si possono considerare quasi indipendenti.

QUINDI:

Si può costruire un modello "simile" a quello atomico con diversi livelli (stati) di energia

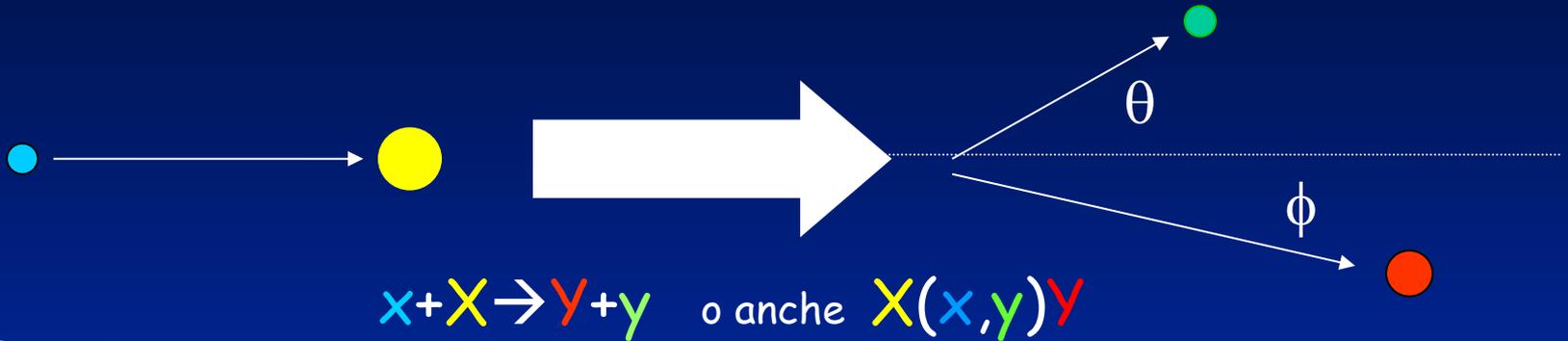
Struttura del nucleo e livelli nucleari - 4

Il risultato dei modelli... ma non solo...
soprattutto misure di spettroscopia
nucleare



Reazioni nucleari - 1

Un modo per esplorare la struttura dei livelli nucleari è quello di provocare una reazione nucleare, processo che è molto importante anche da altri punti di vista:



Esempi:



URTO ELASTICO



URTO ANAELASTICO



CATTURA RADIATIVA



SCAMBIO CARICA o REAZIONE (n,p)



CATTURA (n, α)



FISSIONE

ETC, ETC

Nota: nelle reazioni nucleari **il numero di nucleoni si conserva**
(nelle reazioni chimiche si conserva il numero di atomi di ciascun tipo)

Reazioni nucleari - 2

Naturalmente si devono conservare anche E e p ma bisogna ricordare che la variazione dello stato di aggregazione dei nucleoni fa sì che, in generale, massa iniziale \neq massa finale; inoltre parte dell'energia può essere assorbita dai gradi di libertà interna di un nucleo (per semplicità supponiamo di uno solo); quindi:

Conservazione dell' Energia:

$$T_x + M_x + M_X = T_y + T_Y + M_y + M_Y + \varepsilon_Y$$
$$T_x - (T_y + T_Y) = M_y + M_Y - (M_x + M_X) + \varepsilon_Y \equiv -Q$$

$Q > 0 \rightarrow T_F > T_I \rightarrow$ reazione **eso-energetica** (può avvenire spontaneamente)

$Q = 0 \rightarrow T_F = T_I \rightarrow$ reazione **elastica**

$Q < 0 \rightarrow T_F < T_I \rightarrow$ reazione **endo-energetica** (bisogna fornire energia dall'esterno)

Il Q-valore può essere calcolato direttamente dalla tabella delle masse nucleari (noto ε_y)

Esercizio: calcolare il Q-valore e l'energia di soglia delle reazioni $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ e della $^7\text{Li}(p,n)^7\text{Be}$ (Sugg: ricordare che esiste il c.m.)

Reazioni nucleari - 3

Conservazione dell' Impulso (caso non-relativistico e per particelle MASSIVE):

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x v_x = M_y v_y \cos \vartheta + M_Y v_Y \cos \phi \\ 0 = M_y v_y \sin \vartheta - M_Y v_Y \sin \phi \end{array} \right.$$

Nello spazio la reazione mantiene una simmetria cilindrica.

Con qualche (semplice) passaggio, ricordando anche l'eq. Del Q-valore (cons. di E):

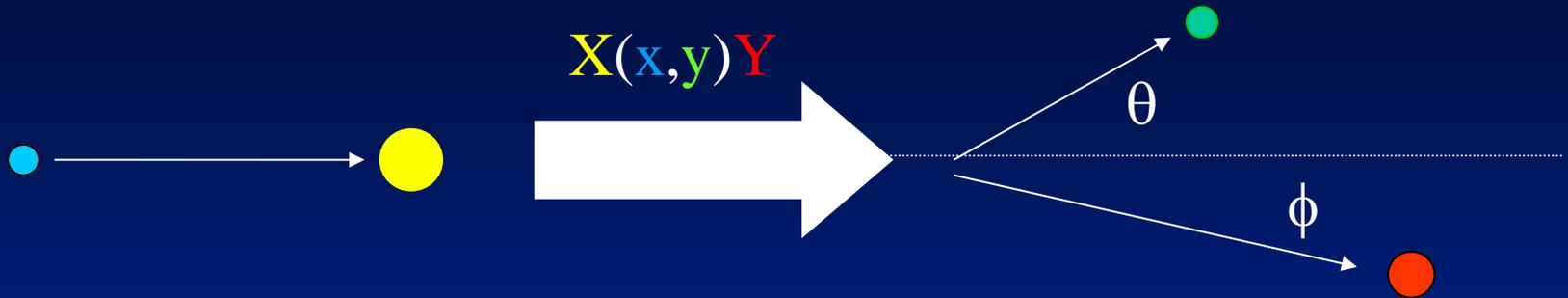
$$Q = \left(1 + \frac{M_y}{M_Y}\right) T_y + \left(\frac{M_x}{M_Y} - 1\right) T_x - \frac{2}{M_Y} \sqrt{M_x M_y T_x T_y} \cos \theta$$

$$Q = \left(1 + \frac{M_Y}{M_y}\right) T_Y + \left(\frac{M_x}{M_y} - 1\right) T_x - \frac{2}{M_y} \sqrt{M_x M_Y T_x T_Y} \cos \phi$$

Di solito interessa calcolare T_y

Esercizio: calcolare l'energia cinetica delle α prodotte dalla $^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$ nelle condizioni: $T_p = 40 \text{ MeV}$; $\theta = 0, 45$ e 90 gradi

La Sezione d'urto - 1



In generale ci sono piú "canali aperti" (cioè sono possibili reazioni diverse). Si deve quindi calcolare/misurare la Probabilità **P** del processo:

P = Numero di casi favorevoli / Numero di

tentativi

$$P = \frac{N_y}{N_x}$$

La **P** così ottenuta dipende sia dalla meccanismo di interazione sia da fattori meno significativi come ad esempio il numero di atomi/nuclei bersaglio, bisogna cercare di mettere in evidenza la dipendenza dalla fisica...

La Sezione d'urto - 2

In una situazione realistica N_x sarà legato ad un fascio di particelle che ipotizziamo con carica elettrica e ed il bersaglio sarà un blocco di un materiale (che per semplicità consideriamo puro) con un certo volume. Possiamo calcolare la "probabilità di reazione per singolo atomo":

$$P = \frac{N_y}{N_x} \rightarrow P_{sa} = \frac{N_y}{N_x N_x} = \frac{N_y}{\frac{I N_0 \rho}{e A} S dx} = \frac{N_y}{\frac{I N_0 (\rho dx) S}{e A}}$$

Che non è una vera Probabilità (non è adimensionale)

$$N_y = P_{sa} \frac{I N_0 (\rho dx) S}{e A} \rightarrow [s^{-1}] = [P_{sa}] \left[\frac{Cs^{-1}}{C} \right] \left[\frac{gcm^{-3}cm}{g} \right] [cm^2] \Rightarrow [P_{sa}] = \text{adim.}$$

$S * P_{sa} \equiv \text{SEZIONED'URTO MICROSCOPICA} \equiv \sigma$

$$[\sigma] = \text{barn} = 10^{-24} cm^2$$

In generale $\sigma = \sigma(E)$

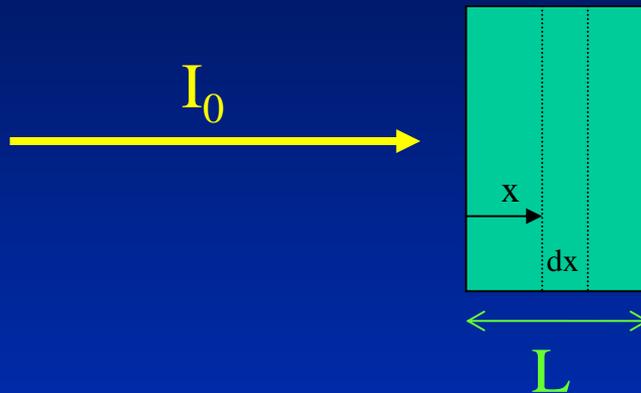
Si definisce anche la Sezione d'urto macroscopica, Σ , che dipende dalle caratteristiche del bersaglio:

$$\frac{P_{sa}}{n^\circ \text{ proiettili}} = \frac{N_y}{N_x} = \sigma \frac{N_0 (\rho dx)}{A} \rightarrow \Sigma = \frac{N_y}{N_x dx} = \sigma \frac{N_0 \rho}{A} \rightarrow [\Sigma] = [cm^{-1}]$$

La Sezione d'urto - 3

Quindi si può scrivere $\Sigma = \sigma N$ ($N = \#$ bersagli/cm³) e $N_y/N_x = \Sigma dx$

Consideriamo una situazione tipica (calcolo di una schermatura):



Quale Intensità di radiazione oltrepassa il muro (o "schermo") ?

Cons. la σ_{tot} , somma di tutti i processi possibili, in uno strato dx alla profondità x dello schermo si ha:

$$N_{dx} = -dI = I(x)\Sigma dx \Rightarrow -\frac{dI}{I(x)} = \Sigma dx \Rightarrow I = I_0 e^{-\Sigma L}$$

Nota: in questo tipo di calcoli spesso si usano gli "spessori massici": $t = \rho \Delta x$, [g/cm²] e i valori delle Sez. D'urto sono spesso tabulati divisi per la densità $\rightarrow \sigma/\rho$

$$N_y/N_x = \Sigma dx \rightarrow N(\sigma/\rho)(\rho dx) = \Sigma dx$$

Esercizi

- Considerato l'urto elastico di un p su un nucleo di ^{12}C e le seguenti condizioni sperimentali: $T_p = 10$ MeV, $I_p = 5$ nA, $t_{^{12}\text{C}} = 1$ mg/cm², $\sigma = 2$ nb; calcolare:

il rate di reazione (reazioni/s)

L'energia cinetica dei protoni diffusi a 45 gradi

- Considerata la reazione $^{14}\text{N}(n,p)^{14}\text{C}$ e le seguenti condizioni sperimentali: $T_n = 1$ MeV, $I_n = 10^{+14}$ s⁻¹, $P_{^{14}\text{N}} = 2$ mbar, $T = 300$ K, $\sigma = 250$ pb; calcolare:

il rate di reazione

L'energia cinetica dei p emessi a 90 gradi

- Considerata la reazione di fusione $^2\text{H}(d,n)^3\text{H}$ le seguenti condizioni sperimentali: $T_d = 2$ MeV, $I_d = 50$ nA, bersaglio di ghiaccio a P atmosferica, $\sigma = 35$ nb; calcolare:

Il rate di reazione

Il rate di conteggio su un rivelatore di ideale di particelle posto a 20 cm dal bersaglio (puntiforme) e di superficie 5 cm² (Supportre l'emissione isotropa)

Radioattività

La radioattività é un particolare tipo di reazione nucleare: un nucleo atomico instabile spontaneamente si frantuma per raggiungere una configurazione stabile (o più stabile). In pratica non c'è proiettile.

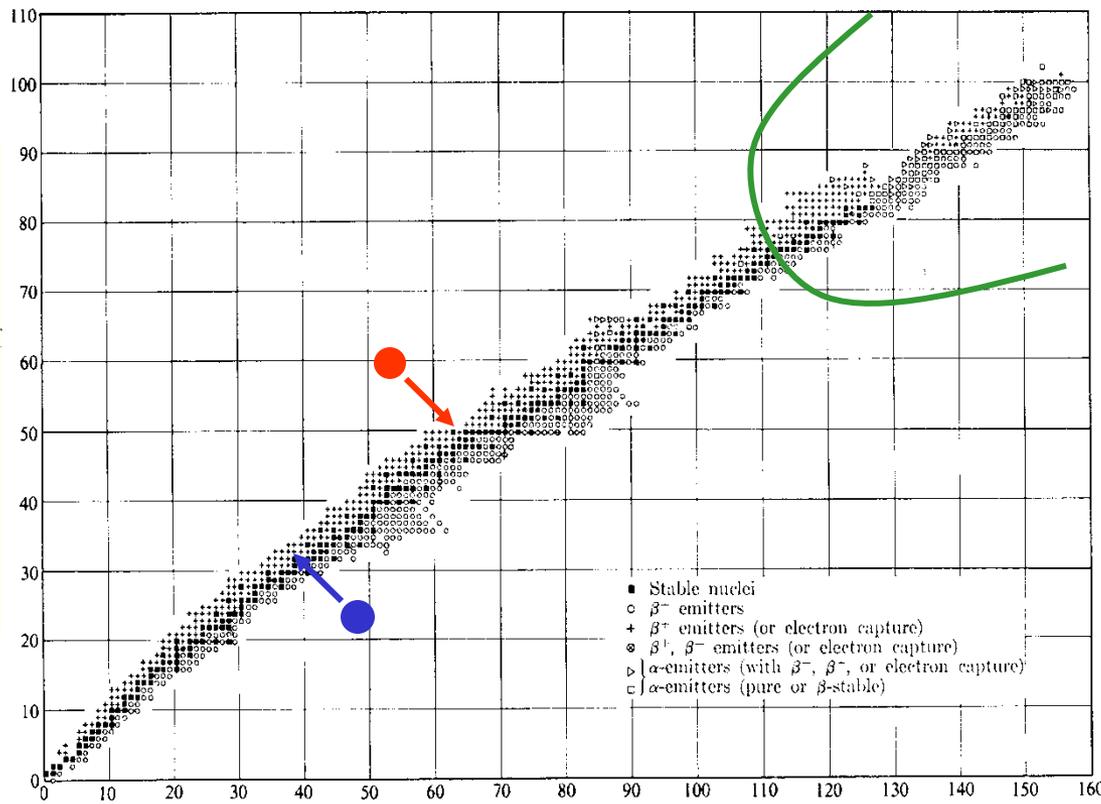
Il fenomeno é chiamato: **Decadimento radioattivo**

I tipi più comuni di decadimento sono:

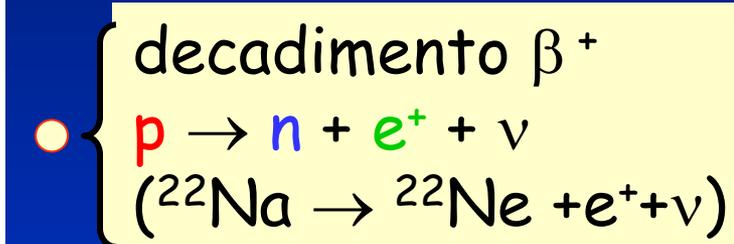
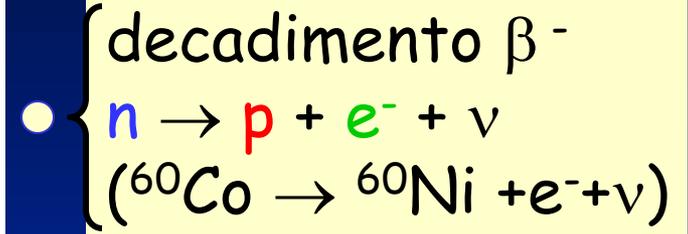


Esempi

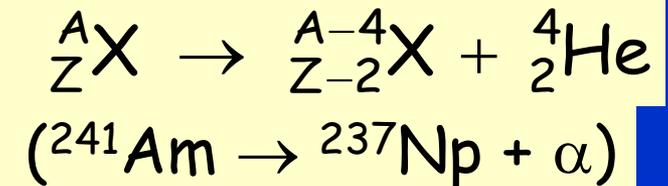
numero di protoni Z



numero di neutroni N



Decadimento α



Quando il decadimento é possibile?

Il decadimento è un fenomeno spontaneo e deve essere consentito in termini di bilancio energetico: l'energia potenziale dello stato finale deve essere inferiore a quella dello stato iniziale. In questo caso:

$$M_{\text{iniziale}} > M_{\text{finale}}$$

La condizione può essere specificata per ogni singolo tipo di decadimento, ad es per il decadimento α :

$$M(Z,A) - M(Z-2,A-4) - M(^4\text{He}_2) > 0$$

o, considerando le masse atomiche:

$$[M(Z,A) + Zm_e] - [M(Z-2,A-4) + (z-2)m_e] - [M(^4\text{He}_2) + 2m_e] > 0$$

Cioè

$$M_a(Z,A) - M_a(Z-2,A-4) - M_a(^4\text{He}_2) > 0$$

Questo è comodo perchè solitamente si trovano tabelle di masse atomiche

IDEM PER GLI ALTRI TIPI DI DECADIMENTO

La legge del decadimento radioattivo

Il decadimento radioattivo è un fenomeno nucleare spontaneo del singolo nucleo, indipendente dallo stato chimico-fisico del materiale ed ha un comportamento statistico: è possibile prevedere solo la probabilità di decadimento o, in altri termini, il numero medio di nuclei che decadono nell'unità di tempo:

$$dN(t) = - \lambda N(t) dt$$

λ = costante di decadimento caratteristica di ogni isotopo radioattivo

Risolvendo: $dN(t)/dt = -\lambda t \rightarrow N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$

L'equazione consente di calcolare il numero di nuclei, $N(t)$, che, all'istante t , non sono ancora decaduti.

Attività e vita media

Attività = numero di decadimenti nell'unità di tempo

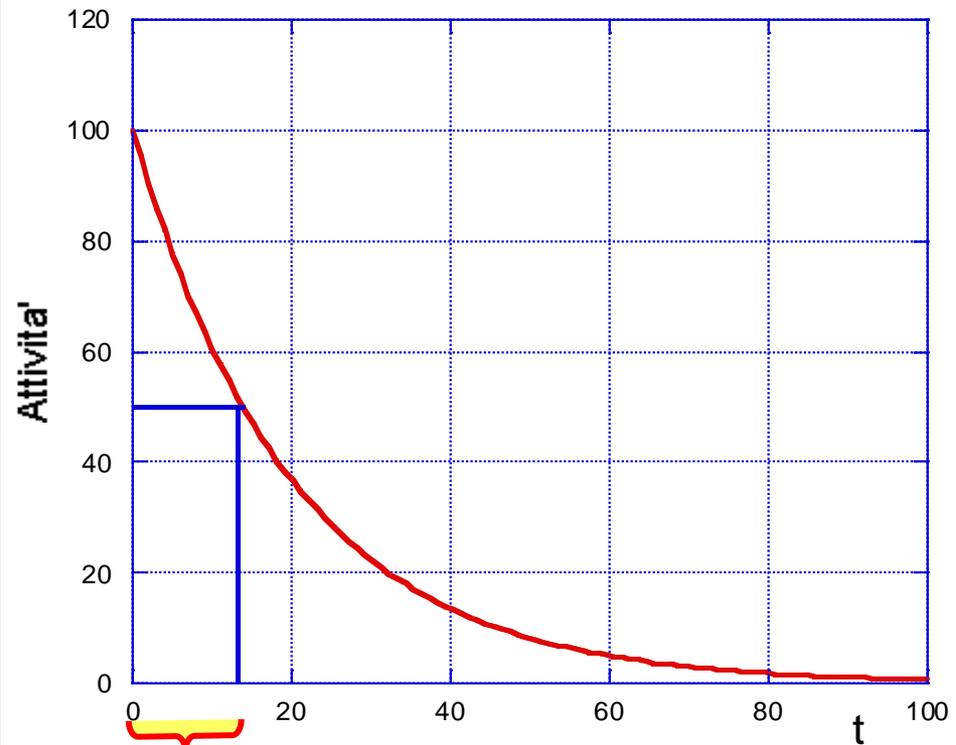
$$a(t) = \left| \frac{dN_p(t)}{dt} \right| = N_0 \lambda \cdot e^{-\lambda t} = N_p(t) \cdot \lambda$$

$$\tau = 1/\lambda$$

rappresenta la vita media

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

rappresenta il tempo di dimezzamento



Unità di misura

L'attività si misura in **Bequerel (Bq)**

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ disintegrazione/secondo}$$

Molto usata tutt'oggi la vecchia unità: **il Curie (Ci)**

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ disintegrazioni/secondo}$$

(1 Ci \Leftrightarrow 1 g di Radio 226)

$$1 \text{ Ci} = 37 \text{ GBq}$$

$$1 \text{ mCi} = 37 \text{ MBq}$$

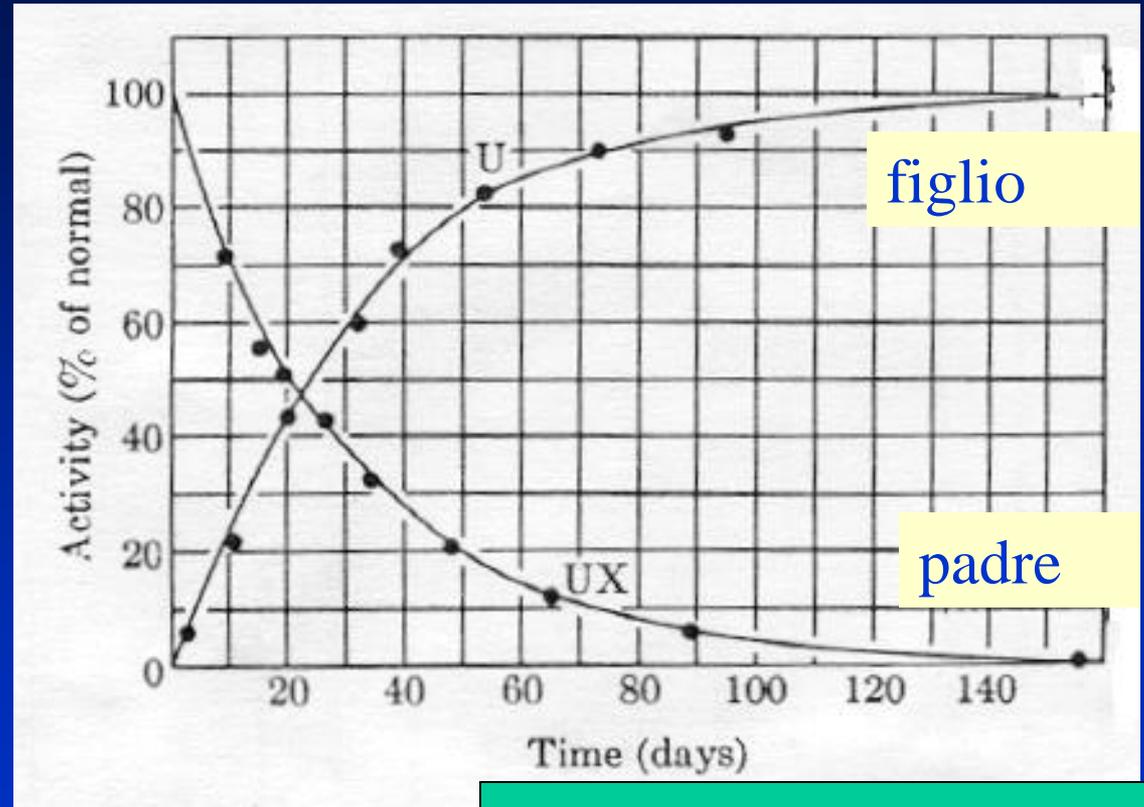
$$1 \text{ } \mu\text{Ci} = 37 \text{ kBq}$$

Catene radioattive

Il decadimento di un nucleo ("padre") provoca la formazione di un nuovo nucleo ("figlio"), le abbondanze relative sono legate dalle equazioni:

$$N_p(t) = N_p(0)e^{-\lambda t}$$

$$N_f(t) = N_p(0)(1 - e^{-\lambda t})$$



Ma anche il nucleo "figlio" può essere radioattivo

In ogni istante ovviamente: $N_p + N_f = N_p(0)$

Famiglie radioattive

In generale si può pensare ad una sequenza di decadimenti che si conclude con la formazione di un nucleo stabile:



Famiglia
dell'Uranio

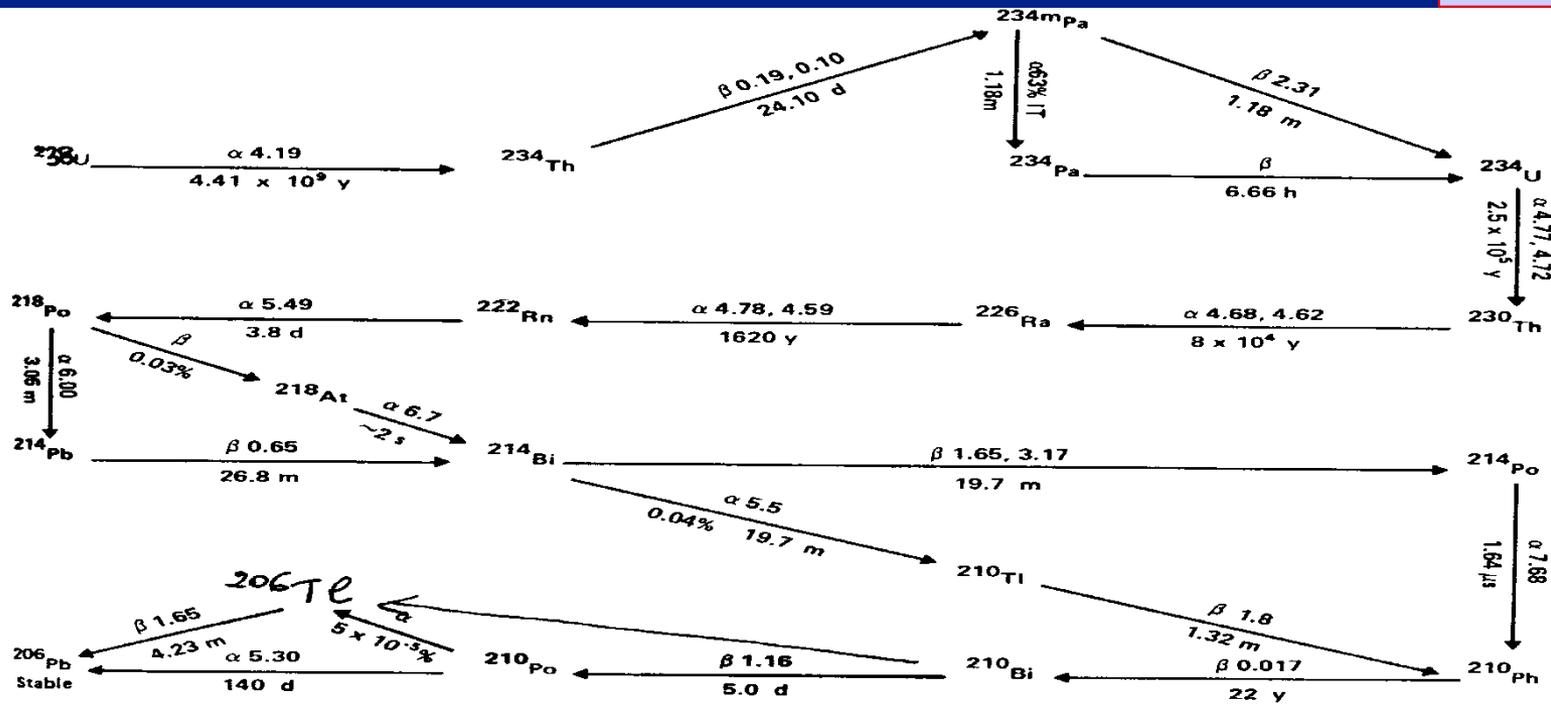
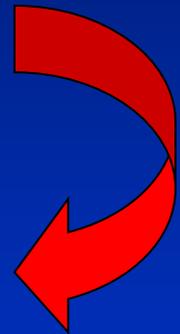


FIGURE A. 3.7.3. Uranium series decay scheme (α and β energies in MeV). (From Klement, A. W., Jr., *Radioactive Fallout, Soils, Plants, Foods, Man, Fowler, E. B., Ed., Elsevier, Amsterdam, 1965, 113. With permission.*)

Equilibrio secolare - 1

Un caso importante e' quello in cui: $X1 \rightarrow X2 \rightarrow X3$ stabile.

In questo caso posso scrivere 3 equazioni:

$$dN_1/dt = -\lambda_1 N_1(t)$$

$$dN_2/dt = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t)$$

$$dN_3(t)/dt = \lambda_2 N_2(t)$$

Che hanno soluzione (se $N_2(0) = N_3(0) = 0$):

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = [\lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1)]N_1(0)[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}]$$

$$N_3(t) = N_1(0)\{1 + [\lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1)]e^{-\lambda_2 t} - [\lambda_2/(\lambda_2 - \lambda_1)]e^{-\lambda_1 t}\}$$

Equilibrio secolare - 2

Se ora supponiamo che $\lambda_1 \ll \lambda_2$, possiamo semplificare:

$$N_2(t) \approx (\lambda_1/\lambda_2)N_1(0)e^{-\lambda_1 t} = \lambda_1/\lambda_2 N_1(t)$$

$$N_3(t) \approx N_1(0)[1 - e^{-\lambda_1 t}]$$

La relazione importante è la prima che dice: $A_1(t) = A_2(t)$ cioè che i due nuclei sono in Equilibrio secolare.

Il risultato è valido per una generica famiglia radioattiva:

se $\lambda_i \ll \lambda_{i+1}, \lambda_{i+2}, \dots, \lambda_{N-1}$ allora $A_i(t) = A_{i+1}(t) = \dots = A_{N-1}(t)$

Se l'i-esimo nucleo è il capostipite, allora tutta la famiglia è in equilibrio secolare e misurando l'attività di uno qualunque dei membri si conosce quella di tutti gli altri.

Esercizi

- 1) L'attività di una sorgente viene misurata due volte per un tempo di misura di 30 minuti a distanza di 24 ore. Si sono ricavati i valori: $C_1 = 15670$, $C_2 = 8965$. Calcolare il tempo di dimezzamento dell'isotopo.
- 2) Per misurare la vita media del ^{147}Sm si è usata una sorgente di 1.000 ± 0.001 g e sono stati misurati $A = 680 \pm 4$ decadimenti al secondo. Calcolare la vita media dell'isotopo ed il suo errore.
- 3) Trovare la variazione oraria di massa di una sorgente di 38 MBq di ^{210}Po .



Il Decadimento alfa

Il decadimento alfa consiste nell'emmissione, per effetto tunnel, di un nucleo di He (comunemente detto "particella" alfa per la sua elevata energia di legame) da un nucleo



La conservazione di energia e momento, nel caso di nucleo padre in riposo, consente di scrivere:

$$0 = \mathbf{p}_\alpha + \mathbf{p}_F$$

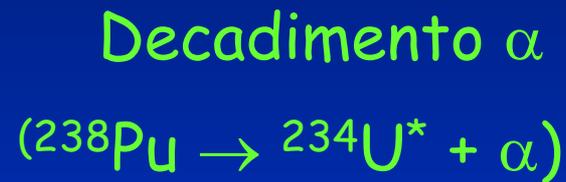
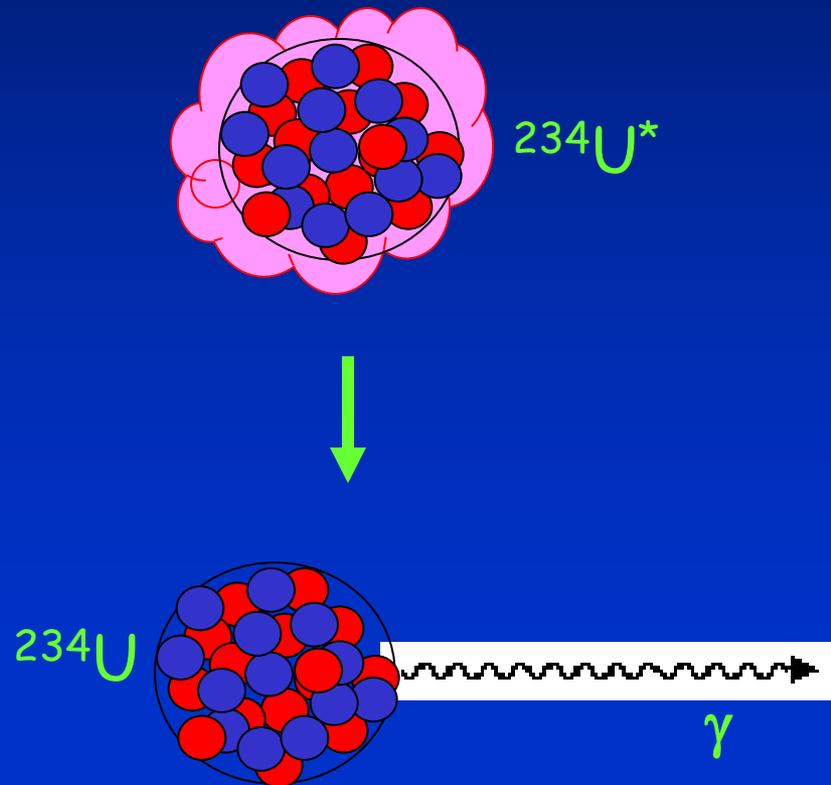
$$T_\alpha + T_F = \Delta E = M_i - M_f$$

Si calcola facilmente che: $T_\alpha = \Delta E [M_F / (M_F + M_\alpha)] \approx \Delta E$

Cioè tutta l'energia liberata dal processo viene sostanzialmente acquisita come energia cinetica dalla particella α che ha quindi spettro energetico discreto

Diseccitazione elettromagnetica

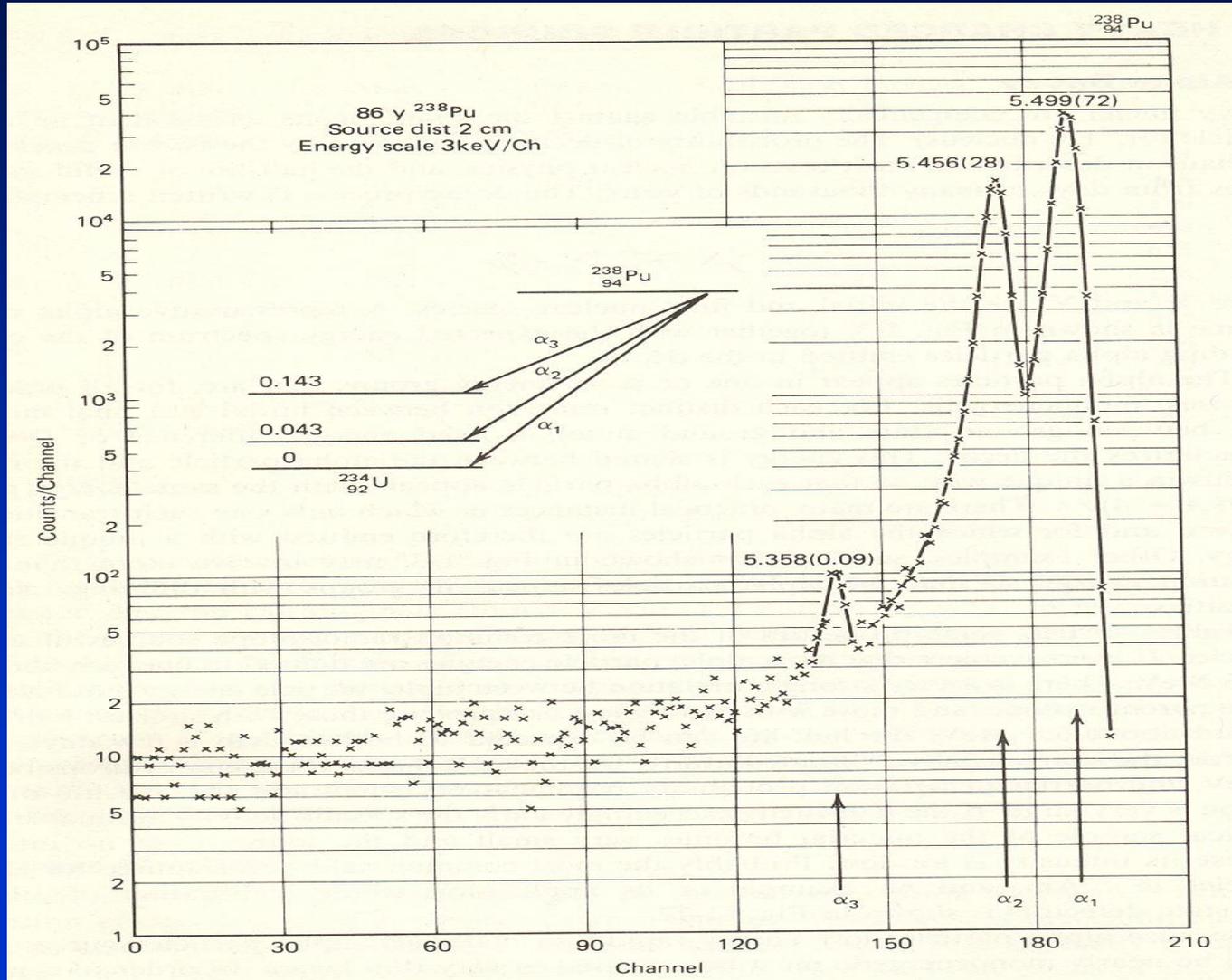
Talvolta il nucleo "figlio" viene creato in un stato eccitato, cioè con un surplus di energia. Il nucleo figlio allora si diseccita emettendo radiazione elettromagnetica (cioè un fotone o raggio gamma)



Emissione γ



Spettro α



Decadimenti α

Abbondanza relativa
di ogni α emessa

TABLE 1-3 Common Alpha-Emitting Radioisotope Sources

Source	Half-Life	Alpha Particle Kinetic Energy (with Uncertainty) in MeV		Percent Branching
^{148}Gd	93 y	3.182787	± 0.000024	100
^{232}Th	1.4×10^{10} y	4.012	± 0.005	77
		3.953	± 0.008	23
^{238}U	4.5×10^9 y	4.196	± 0.004	77
		4.149	± 0.005	23
^{235}U	7.1×10^8 y	4.598	± 0.002	4.6
		4.401	± 0.002	56
		4.374	± 0.002	6
		4.365	± 0.002	12
		4.219	± 0.002	6
^{236}U	2.4×10^7 y	4.494	± 0.003	74
		4.445	± 0.005	26
^{230}Th	7.7×10^4 y	4.6875	± 0.0015	76.3
		4.6210	± 0.0015	23.4
^{234}U	2.5×10^5 y	4.7739	± 0.0009	72
		4.7220	± 0.0009	28
^{231}Pa	3.2×10^4 y	5.0590	± 0.0008	11
		5.0297	± 0.0008	20
		5.0141	± 0.0008	25.4
		4.9517	± 0.0008	22.8
^{239}Pu	2.4×10^4 y	5.1554	± 0.0007	73.3
		5.1429	± 0.0008	15.1
		5.1046	± 0.0008	11.5
^{240}Pu	6.5×10^3 y	5.16830	± 0.00015	76
		5.12382	± 0.00023	24
^{243}Am	7.4×10^3 y	5.2754	± 0.0010	87.4
		5.2335	± 0.0010	11
^{210}Po	138 d	5.30451	± 0.00007	99 +
^{241}Am	433 d	5.48574	± 0.00012	85.2
		5.44298	± 0.00013	12.8
^{238}Pu	88 y	5.49921	± 0.00020	71.1
		5.4565	± 0.0004	28.7
^{244}Cm	18 y	5.80496	± 0.00005	76.4
		5.762835	± 0.000030	23.6
^{243}Cm	30 y	6.067	± 0.003	1.5
		5.992	± 0.002	5.7
		5.7847	± 0.0009	73.2
		5.7415	± 0.0009	11.5
^{242}Cm	163 d	6.11292	± 0.00008	74
		6.06963	± 0.00012	26
$^{254\text{m}}\text{Es}$	276 d	6.4288	± 0.0015	93
^{253}Es	20.5 d	6.63273	± 0.00005	90
		6.5916	± 0.0002	6.6

Data from Rytz.³

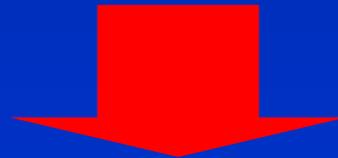
Il Decadimento β

Nel decadimento beta (negativo o positivo) il nucleo emette un elettrone (o un positrone) accompagnato da un antineutrino (o un neutrino). Il processo in realtà consiste nel decadimento di un neutrone (*protone*) in un elettrone (*positrone*) + neutrone (*protone*) + antineutrino (*neutrino*).

Come per il decadimento α si possono scrivere le equazioni della conservazione del momento e dell'energia, il processo però in questo caso è a "3 corpi", quindi:

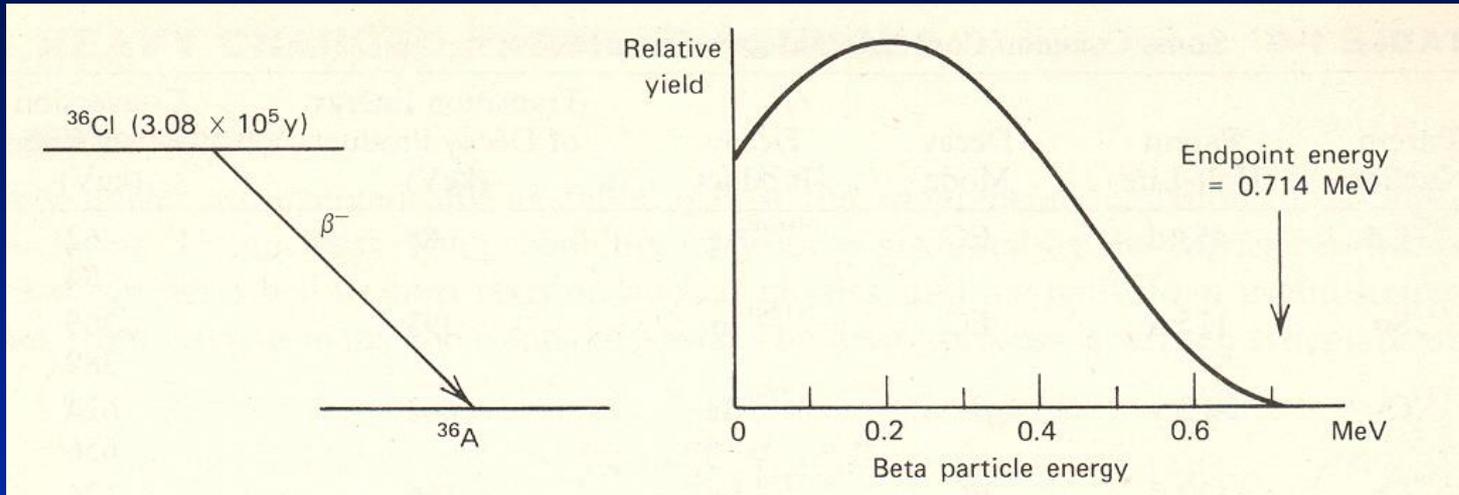
$$M_i - M_f = \Delta E = T_F + T_\beta + T_\nu \quad \mathbf{p}_F + \mathbf{p}_\beta + \mathbf{p}_\nu = \mathbf{0}$$

L'energia liberata dal processo si distribuisce come energia cinetica di elettrone (positrone) e neutrino che sono molto più leggeri del nucleo figlio.



Entrambe le particelle possono essere emesse con un'energia compresa tra 0 e ΔE

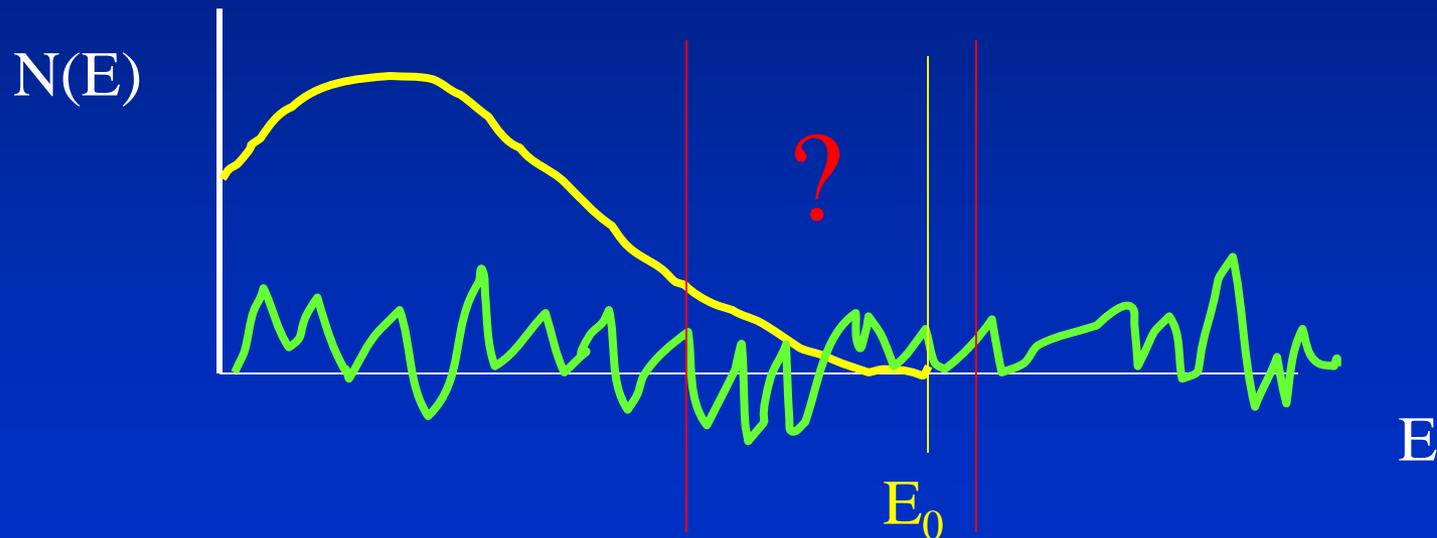
La forma dello spettro β



Gli elettroni emessi dai decadimenti beta hanno **spettro energetico continuo** con una forma che dipende da diversi parametri nucleari. Lo spettro presenta solitamente una forma a campana rovesciata e termina in corrispondenza dell'energia ΔE ("**testa**" o "**endpoint**" dello spettro) che ne rappresenta la caratteristica principale.

Il Curie plot - 1

Per risalire all'isotopo padre dalla misura dello spettro beta occorre individuare l'energia della testa dello spettro (E_0). Questa operazione è solitamente difficile (o impossibile) perchè il rumore di fondo si sovrappone al segnale...



Si può allora ricorrere al **plot di Kurie** che consente di linearizzare la forma dello spettro e misurarne l'intersezione con l'asse delle ascisse (E_0)

Il Curie plot - 2

La forma dello spettro β può essere descritta dall'espressione:

$$N(p)dp = C F(Z,E) (E_0 - E)^2 p^2 dp \quad (\text{considerando } m_v = 0)$$

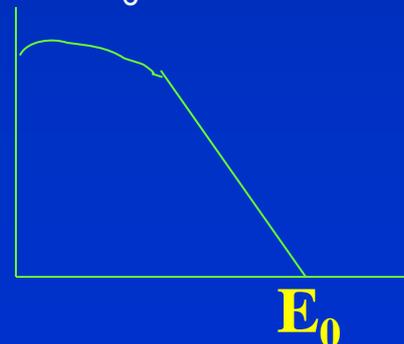
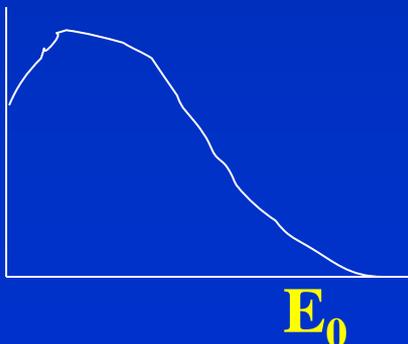
Con $C = \text{costante}$ e $F(Z,E) = \text{funzione di Fermi (interazione nucleo-elettrone)}$:

quando $E \rightarrow E_0$ $F(Z,E) \rightarrow 1$

E la funzione:

$$[N(p)/F(Z,E)p^2]^{1/2} \cong [N(p)/p^2]^{1/2} = C^{1/2}(E_0 - E)$$

è una retta che interseca l'asse delle energie in $E = E_0$.



Decadimenti beta puri

Sono molto pochi i decadimenti β che "terminano" allo stato fondamentale del nucleo figlio e vengono chiamati "beta puri".



Quasi sempre il nucleo figlio viene formato in uno stato eccitato e il decadimento β e' accompagnato da una diseccitazione γ (pronta o ritardata)

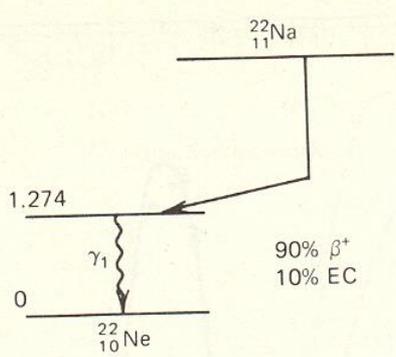
TABLE 1-1 Some "Pure" Beta-Minus Sources

Nuclide	Half-Life	Endpoint Energy (MeV)
^3H	12.26 y	0.0186
^{14}C	5730 y	0.156
^{32}P	14.28 d	1.710
^{33}P	24.4 d	0.248
^{35}S	87.9 d	0.167
^{36}Cl	3.08×10^5 y	0.714
^{45}Ca	165 d	0.252
^{63}Ni	92 y	0.067
$^{90}\text{Sr}/^{90}\text{Y}$	27.7 y/64 h	0.546/2.27
^{99}Tc	2.12×10^5 y	0.292
^{147}Pm	2.62 y	0.224
^{204}Tl	3.81 y	0.766

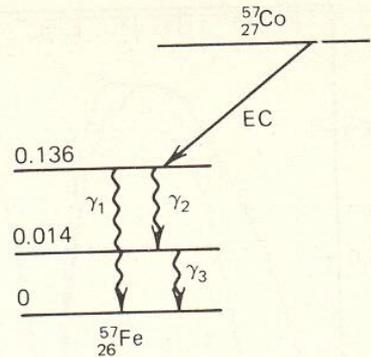
Data from Lederer and Shirley.¹

Le energie dei γ emessi sono **sempre monocromatiche** e corrispondono ai salti energetici tra i livelli nucleari

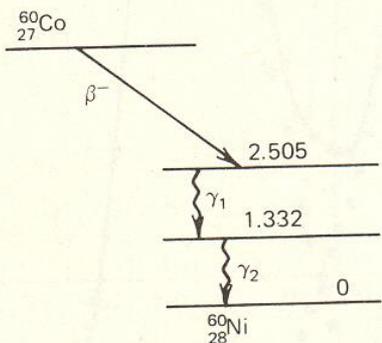
Gli schemi di decadimento



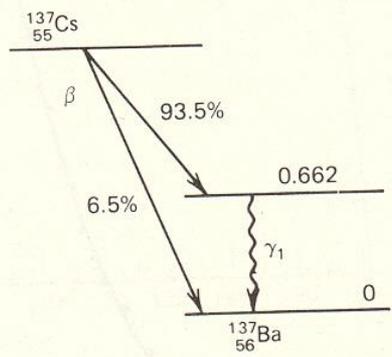
γ_1 : 1.274 MeV γ (100%)
annihilation radiation
Ne char. X-rays



γ_1 : 0.136 MeV γ (11%)
 γ_2 : 0.122 MeV γ (87%)
 γ_3 : 0.014 MeV γ (9%)
Fe char. X-rays

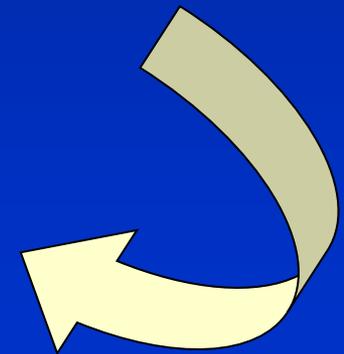


γ_1 : 1.173 MeV γ (100%)
 γ_2 : 1.332 MeV γ (100%)



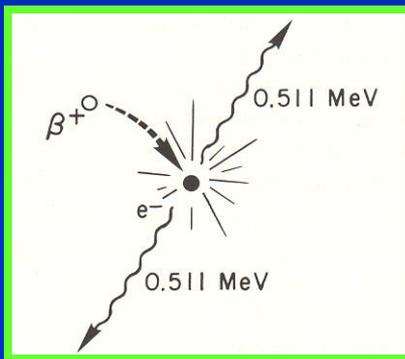
γ_1 : 0.662 MeV γ (85%)
Ba char. X-rays

Riportano
tutte le
informazioni
caratterizzanti
un
decadimento
radioattivo

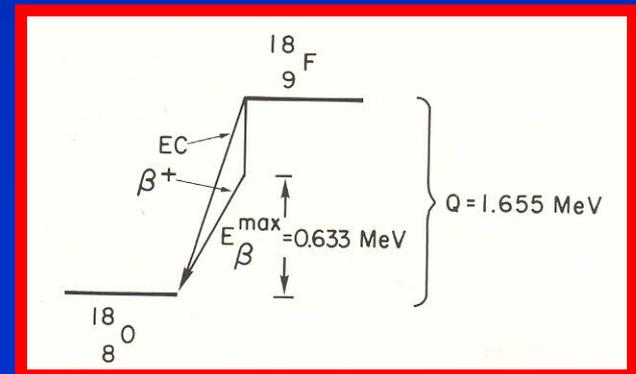


Annichilazione dei positroni

Nei decadimenti β^+ vengono emessi positroni, cioè particelle con al stessa massa dell'elettrone ma carica $+e$. Il positrone, una volta emesso, inizia a perdere energia cinetica cedendola al mezzo in cui si muove, al termine di questo processo si combina con un elettrone con un processo (**annichilazione**) in cui la sua massa e quella dell' e^- viene convertita in radiazione elettromagnetica. Per la conservazione del momento non può essere emesso un solo γ (l'annichilazione avviene a $p=0$): si genera quindi una coppia di fotoni con $E = 511 \text{ keV}$ (massa dell'elettrone) con direzioni di volo opposte

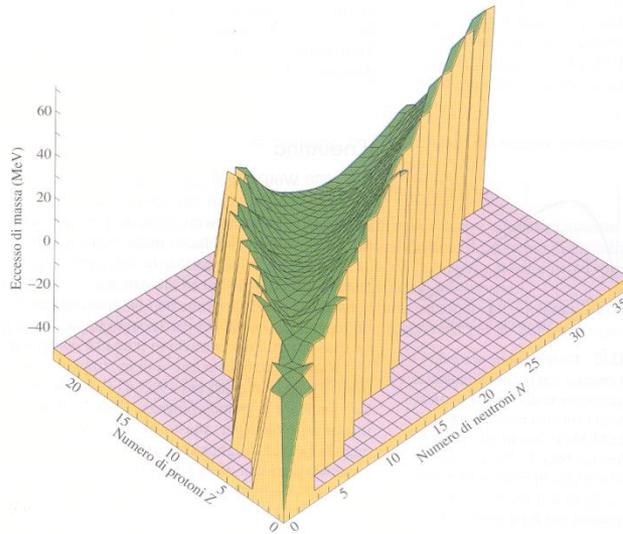


**Nota: spesso
il dec. β^+
compete con
la EC**



Decadimenti radioattivi e carta dei nuclidi

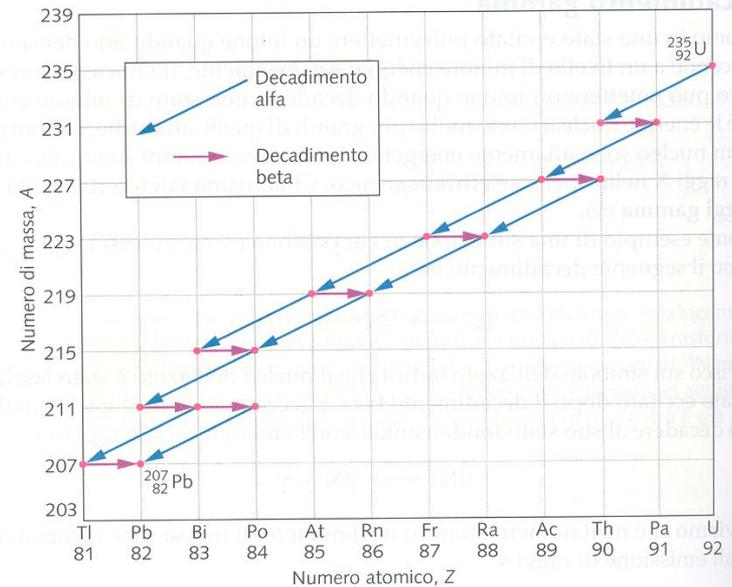
Figura 43.12 Vista parziale, in prospettiva, della valle dei nuclidi, limitata ai nuclidi più leggeri. Il deuterio, il tritio e l'elio giacciono all'estremità più vicina del grafico, con l'elio nel punto più alto. La valle si estende allontanandosi dall'osservatore, ma qui il grafico si interrompe a $Z = 22$ e $N = 35$. I nuclidi con valori di A maggiori, che dovrebbero essere disegnati ben oltre la valle qui visibile, possono decadere nella valle per successive emissioni alfa e per fissione (spaccatura di un nuclide).



Il Decadimento radioattivo è il meccanismo con cui i nuclei "scendono" nella valle di stabilità

Nel caso di nuclei pesanti il processo può consistere in una cascata di decadimenti

Serie dell'²³⁵U



Ancora sul modello a goccia... n. di isotopi stabili

Figura 43.5 Ingrandimento di una zona della mappa dei nuclidi della figura 43.4, centrata su ^{197}Au . Le caselle evidenziate in color verde rappresentano nuclidi stabili, per i quali sono indicate le abbondanze isotopiche relative; le caselle color giallo corrispondono a radionuclidi, dei quali sono indicate le emivite. Le linee isobare, ciascuna avente numero di massa A costante, hanno la stessa pendenza della linea tracciata per $A = 198$.

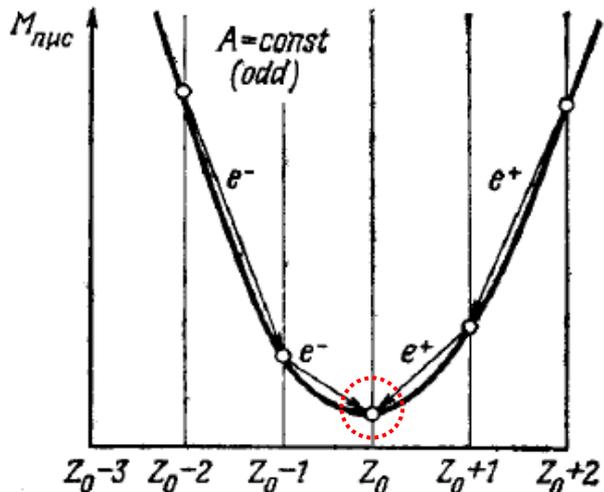
	$A = 198$						
82	^{197}Pb 43 min	^{198}Pb 2.4 h	^{199}Pb 1.5 h	^{200}Pb 21.5 h	^{201}Pb 9.33 h	^{202}Pb 53000 a	^{203}Pb 2.16 d
81	^{196}Tl 1.84 h	^{197}Tl 2.83 h	^{198}Tl 5.3 h	^{199}Tl 7.4 h	^{200}Tl 26.1 h	^{201}Tl 72.9 h	^{202}Tl 12.2 d
80	^{195}Hg 9.5 h	^{196}Hg 0.15%	^{197}Hg 64.1 h	^{198}Hg 10.0%	^{199}Hg 16.9%	^{200}Hg 23.1%	^{201}Hg 13.2%
79	^{194}Au 39.4 h	^{195}Au 186 d	^{196}Au 6.18 d	^{197}Au 100%	^{198}Au 2.69 d	^{199}Au 3.14 d	^{200}Au 48.4 min
78	^{193}Pt 60 a	^{194}Pt 32.9%	^{195}Pt 33.8%	^{196}Pt 25.3%	^{197}Pt 18.3 h	^{198}Pt 7.2%	^{199}Pt 30.8 min
77	^{192}Ir 73.8 d	^{193}Ir 62.7%	^{194}Ir 19.2 h	^{195}Ir 2.8 h	^{196}Ir 52 s	^{197}Ir 5.8 min	^{198}Ir ~8 s
76	^{191}Os 15.4 d	^{192}Os 41.0%	^{193}Os 30.5 h	^{194}Os 6.0 a	^{195}Os 6.5 min	^{196}Os 35 min	-
	115	116	117	118	119	120	121
	Numero di neutroni N						

$$\Delta E(A, Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \xi \frac{(A/2 - Z)^2}{A} \pm |\delta| A^{-3/4}$$

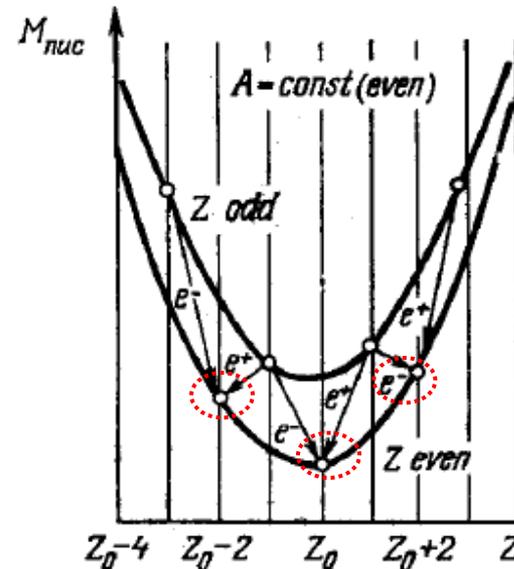
A : pari, Z : pari $\rightarrow \delta = +|\delta|$; A : pari, Z : dispari $\rightarrow \delta = -|\delta|$; A : dispari $\rightarrow \delta = 0$

e, non considerando il termine di parità..

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = \frac{\partial \Delta E(A, Z)}{\partial Z} = 0 \Rightarrow Z = \frac{A}{2 + 0.015 A^{2/3}}$$



dipendenza della massa nucleare da Z per nuclei ad A dispari

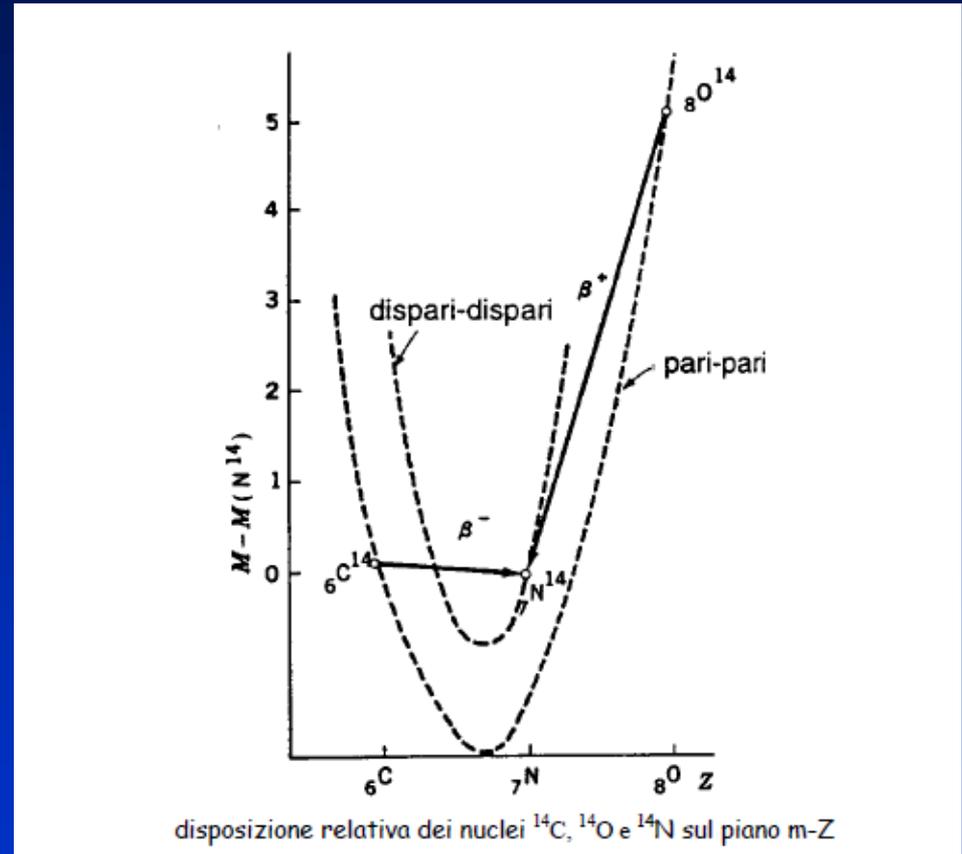
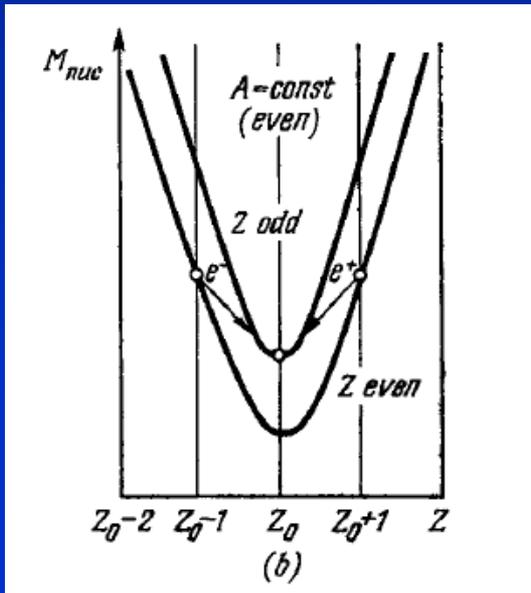


dipendenza della massa nucleare da Z per nuclei ad A pari

Isotopi stabili con A pari e $Z = N$, dispari

Secondo il modello a goccia
I nuclei con A pari e Z ed N
dispari devono essere
instabili... in effetti nella
carta dei nuclidi gli unici
casi stabili di questo tipo
sono: ${}^2\text{H}_1$, ${}^6\text{Li}_3$, ${}^{10}\text{B}_5$, ${}^{14}\text{N}_7$

In generale la situazione è di questo
tipo con i vicini pari-pari instabili



Il caso dell' ${}^{14}\text{N}$