

# Termodinamica dell'aria secca e dell'aria umida

## Una breve introduzione

Federico Cassola  
federico.cassola@arpal.liguria.it

ARPAL CFMI-PC

15 marzo 2021

# Sommario I

- 1 L'equazione di stato dei gas perfetti
  - Il caso dell'aria umida
  - La temperatura virtuale
  
- 2 L'equazione idrostatica
  - Il Geopotenziale
  - L'equazione ipsometrica
  
- 3 Il primo principio della termodinamica
  - Variabili e funzioni termodinamiche
  - Il primo principio della termodinamica
  - Calore specifico
  - Temperatura potenziale
  - La carta pseudo-adiabatica
  
- 4 Il caso dell'aria umida
  - Il contenuto di vapor d'acqua
  - La pressione di saturazione
  - Livello di condensazione per sollevamento

# Sommario II

- Adiabatica satura e processi pseudoadiabatici
- La regola di Normand

## 5 Stabilità atmosferica

- Stabilità statica
- Instabilità condizionale e convettiva
- Diagramma Skew- $T$  Inp

## 6 CAPE e CIN

- Assunzioni e limiti
- Thetaplot
- Indici Temporalesschi

L'equazione di stato dei gas perfetti nel caso dell'aria può essere scritta come:

$$pV = mR_d T$$

dove  $p$  è la pressione (espressa in  $Pa = Nm^{-2}$ ),  $V$  è il volume (in  $m^3$ ),  $m$  la massa del gas contenuta nel volume in  $kg$ ,  $T$  la temperatura in  $K$ .  $R_d$  è la costante per l'aria secca, pari a  $287 J K^{-1} kg^{-1}$ , e definita come  $R_d = 1000R^*/M$  dove  $R^*$  è la costante universale dei gas perfetti e  $M$  è la massa molare apparente dell'aria secca in  $g$ .  $M$  è ottenuta come

$$M = \sum \frac{n_i}{n} M_i$$

dove  $n_i/n$  è la frazione molare dell' $i$ -esimo componente dell'aria e  $M_i$  è la sua massa molare.

Nel caso dell'aria secca le tre principali componenti sono:

Componente	Massa molare (g)	Frazione molare
$N_2$	28	0.78
$O_2$	32	0.21
$Ar$	40	0.01

e quindi  $M = 28.97g\ mole^{-1}$ .

Altri modi molto usati di scrivere l'equazione dei gas perfetti:

$$p = \rho RT$$

$$p\alpha = RT$$

dove  $\rho$  è la densità ( $kg\ m^{-3}$ ) e  $\alpha$  (volume specifico) il suo inverso.

## Il caso dell'aria umida

Anche l'aria umida si comporta come un gas perfetto, la pressione parziale  $p_{H_2O}$  (pressione di vapore) viene indicata con  $e$  e la legge dei gas perfetti si scrive:

$$e\alpha_v = R_v T$$

dove  $R_v = R^*/M_v = 461 J K^{-1} kg^{-1}$  e  $M_v = 18.016 kg kmole^{-1}$ .

L'aria umida è più leggera dell'aria secca!

Problema:

Il contenuto di vapor d'acqua in atmosfera non è costante: non conviene definire una costante dei gas relativa all'aria umida.

# La temperatura virtuale

Possiamo scrivere tutto utilizzando  $R_d$ :

$$\rho = \frac{m_d + m_v}{V} = \rho_d + \rho_v$$

Le due pressioni parziali possono essere trattate separatamente:

$$e = R_v \rho_v T$$

$$p_d = R_d \rho_d T$$

e per la legge di Dalton:  $p = p_d + e$ . Mettendo tutto insieme:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{e}{R_v T} + \frac{p_d}{R_d T} = \frac{e\epsilon}{R_d T} + \frac{p - e}{R_d T} = \frac{1}{R_d T} (p - e + e\epsilon) = \\ &= \frac{p}{R_d T} \left[ 1 - \frac{e}{p} (1 - \epsilon) \right] \end{aligned}$$

Dove  $\epsilon = R_d/R_v$ .

Si definisce allora la temperatura virtuale come:

$$T_v = \frac{T}{1 - \frac{e}{p}(1 - \epsilon)}$$

in modo tale che l'equazione dei gas perfetti può essere scritta come:

$$p = \rho R_d T_v$$

Visto che il termine  $e/p(1 - \epsilon)$  è sempre positivo e  $< 1$ ,  $T_v$  è sempre maggiore di  $T$ .

La temperatura virtuale è la temperatura che l'aria secca dovrebbe assumere per avere la stessa densità dell'aria umida a parità di pressione.

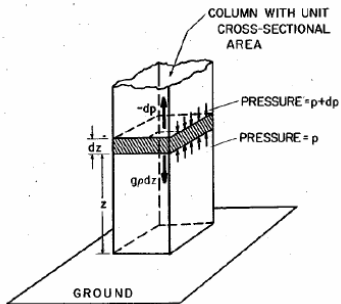


# L'equazione idrostatica

## La particella d'aria

La particella d'aria (o particella fluida) è un'astrazione concettuale che indica un insieme abbastanza grande di molecole di fluido da poter considerare valide le ipotesi di continuo. Allo stesso tempo la particella deve avere un'estensione in volume sufficientemente piccola da essere caratterizzata da un unico valore di velocità, accelerazione, pressione, etc.

Per scale spaziali maggiori di  $\sim 10km$  i termini dipendenti dalla velocità della componente verticale dell'equazione del moto ( $F = ma$ ) sono trascurabili. L'equazione si riduce a  $\sum F_i = 0$ , con due forze in gioco, la forza gravitazionale e la forza associata al gradiente di pressione.



In una colonna d'aria di superficie unitaria la forza di gravità della fetta tra  $z$  e  $z + dz$  è pari a  $-g\rho dz$ . La forza associata alla pressione è  $p(z) - p(z + dz)$ , ma

$$p(z + dz) = p(z) + \frac{dp}{dz} dz$$

da cui:

$$\sum F_i = 0 = p(z) - p(z) - \frac{dp}{dz} dz - g\rho dz$$

$$dp = -\rho g dz$$

o anche  $g dz = -\alpha dp$

Integrando in altezza si ha:

$$-\int_{p(z)}^{p(\infty)} dp = \int_z^{\infty} \rho g dz$$

e quindi:

$$-[p(\infty) - p(z)] = p(z) = \int_z^{\infty} \rho g dz$$

La pressione alla quota  $z$  è data dal peso della colonna d'aria di sezione unitaria sovrastante.

# Il Geopotenziale

$$\Phi [J kg^{-1}] = [m^2 s^{-2}]$$

Lavoro da compiere *contro* il campo gravitazionale (conservativo) per portare una massa unitaria dal livello del mare al punto considerato.

$$\Phi(z) = \int_0^z g dz$$

che in forma differenziale diventa

$$d\Phi(z) = g dz = -\alpha dp$$

avendo supposto l'equilibrio idrostatico. Per definizione si ha anche che  $\Phi(0) = 0$ .



e quindi dividendo per  $g_0$  e invertendo gli estremi di integrazione:

$$Z_2 - Z_1 = \frac{R_d}{g_0} \int_{p_2}^{p_1} T_v \frac{dp}{p}$$

Supponendo che nel layer tra  $p_1$  e  $p_2$  la  $T_v$  sia costante si ha:

$$Z_2 - Z_1 = H \ln \frac{p_1}{p_2}$$

dove  $H$  viene definita *altezza di scala*:

$$H = \frac{RT}{g_0} = \frac{R_d T_v}{g_0} = 29.3 T_v [m]$$

Nel caso  $T_v$  non possa essere considerata costante nello strato di interesse è possibile definire una temperatura media  $\overline{T_v}$

$$\bar{T}_v \equiv \frac{\int_{p_2}^{p_1} T_v d(\ln p)}{\int_{p_2}^{p_1} d(\ln p)} = \frac{\int_{p_2}^{p_1} T_v \frac{dp}{p}}{\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}$$

da cui:

$$\int_{p_2}^{p_1} T_v \frac{dp}{p} = \bar{T}_v \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

da cui si ricava l'equazione ipsometrica:

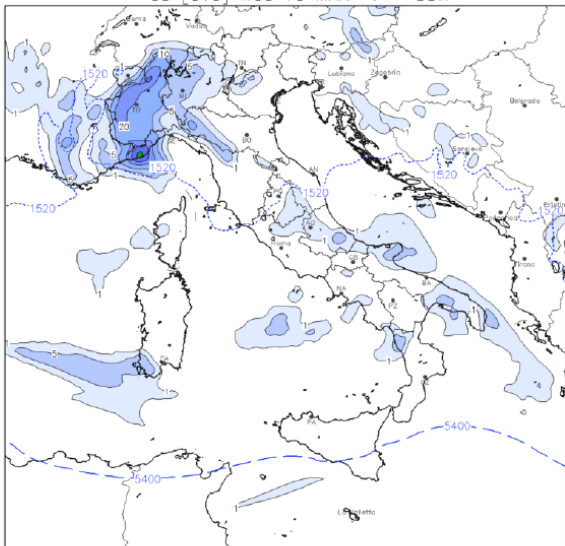
$$Z_2 - Z_1 = \bar{H} \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \quad \text{dove} \quad \bar{H} = \frac{R_d \bar{T}_v}{g_0} = 29.3 \bar{T}_v [m]$$

$\bar{H}$  è l'altezza di scala media.

Equazione ipsometrica:

Lo spessore dello strato di atmosfera compreso fra due superfici isobariche è proporzionale alla sua temperatura media.

ARPAL (Genoa, Italy) - ISAC-CNR (Bologna, Italy)  
12h total precipitation [mm (12h)<sup>-1</sup>], 500-1000 Thick. (5400 m), 700-850 Thick. (1520 m)  
09 [UTC] Wed 16 MAR  $\tau = 33h$



Model: **bolam** Resolution: 0.127°x0.090° Analysis: 00Z15MAR2016



# Variabili e funzioni di stato

Lo stato di un gas è completamente descritto specificando due variabili di stato indipendenti (ad esempio  $p$  e  $\alpha$ ).

## Funzione di stato

Se ad ogni punto del piano descritto da due variabili di stato una quantità assume un valore unico, essa è una funzione di stato.

Uno stato di equilibrio ha la proprietà di rimanere inalterato a meno di cambiamenti nelle condizioni esterne.

Si ha una trasformazione termodinamica quando il sistema si evolve da uno stato iniziale a uno finale attraverso una successione continua di stati intermedi.

Una trasformazione si dice reversibile quando gli stati attraverso i quali il sistema passa durante la trasformazione differiscono per quantità infinitesime da stati di equilibrio.

# Il primo principio della termodinamica

Se  $dq$  è il calore ceduto dall'esterno al gas,  $dw$  il lavoro fatto dal gas e  $du$  l'energia interna si ha:

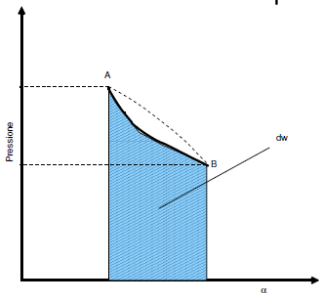
$$dq - dw = du$$

Il lavoro  $dw$  per unità di massa compiuto dal gas e legato alle variazioni di volume può essere scritto come  $dw = p d\alpha$

Se il gas passa da uno stato  $(\alpha_1, p_1)$  ad un altro  $(\alpha_2, p_2)$  si ha

$$w = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p d\alpha$$

$w$  dipende dal percorso fatto per cui *il lavoro non è una funzione di stato.*



$du$  nei gas perfetti dipende solamente dalla temperatura ed è un differenziale esatto (e quindi una funzione di stato). Quindi  $dq$ , come il lavoro, non è una funzione di stato.

Calore specifico:  $c = \frac{dq}{dT} [J kg^{-1} K^{-1}]$

Esistono infiniti modi di definire il calore specifico, a seconda di come distribuiamo il calore tra energia interna e lavoro.

Due casi estremi: trasformazione a volume costante e a pressione costante.

$$c_v = \left[ \frac{dq}{dT} \right]_v = \frac{du}{dT}$$

da cui  $du = c_v dT$  che permette di riscrivere il primo principio:

$$dq = c_v dT + pd\alpha$$

A pressione costante:

$$c_p = \left[ \frac{dq}{dT} \right]_p = \frac{du}{dT} + p \left[ \frac{d\alpha}{dT} \right]_p = c_v + R$$

essendo  $RdT = [\alpha dp + p d\alpha]_p = p d\alpha$ . Ne segue una nuova formulazione del primo principio:

$$dq = c_v dT + p d\alpha = c_v dT - \alpha dp + RdT = c_p dT - \alpha dp$$

Se definiamo l'entalpia (funzione di stato)  $h = u + p\alpha$  si ha:

$$dh = c_v dT + \alpha dp + p d\alpha = c_v dT + RdT = c_p dT$$

Ma in una atmosfera idrostatica  $d\Phi = g dz = -\alpha dp$ . Quindi:

$$dq = dh + d\Phi$$

Per trasformazioni adiabatiche  $dq = 0$

$$c_p dT + g dz = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p} = -\Gamma_d \approx -9.8 K km^{-1}$$

Gradiente adiabatico secco verticale della temperatura (Dry adiabatic Lapse Rate).

Temperatura potenziale  $\theta$

È la temperatura che una particella avrebbe se portata alla pressione standard di  $1000 hPa$  lungo una adiabatica secca.

$$c_p dT - \alpha dp = 0 \Rightarrow c_p dT = RT \frac{dp}{p} \Rightarrow \frac{c_p}{R} \frac{dT}{T} = \frac{dp}{p}$$

integrando:

$$\frac{c_p}{R} \int_T^\theta \frac{dT}{T} = \int_p^{p_0} \frac{dp}{p}$$

$$\frac{c_p}{R} \ln \frac{\theta}{T} = \ln \frac{p_0}{p}$$

$$\ln \frac{\theta}{T} = \ln \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

Equazione di Poisson

$$\theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

# La carta pseudo-adiabatica (Diagramma di Stüve)

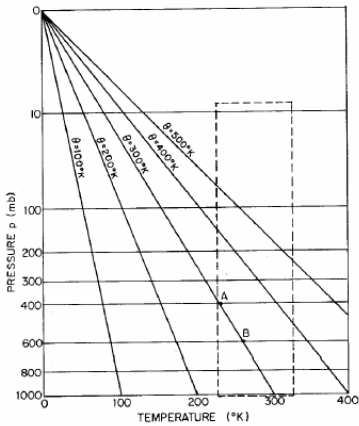
Lavorando sull'equazione di Poisson si ha:

$$T = \frac{\theta}{p_0^{c_p/R_d}} p^{R_d/c_p}$$

se  $T \rightarrow x$  e  $p^{R_d/c_p} \rightarrow y$  si ottiene  
 $y = mx$  con  $m = p_0^{R_d/c_p} / \theta$ .

Capovolgendo attorno all'asse  $x$

e traslando in modo da avere la  
nuova origine a  $y = p_0^{R_d/c_p}$ , si  
ottiene un fascio di rette a  
 $\theta = \text{const}$



# Il caso dell'aria umida

Cambiamenti di fase implicano calore latente [ $Jkg^{-1}$ ]

Quantità di energia assorbita o ceduta per cambiare la fase di una unità di massa di una sostanza.

In generale i cambiamenti di fase hanno le seguenti proprietà:

- Avvengono a valori ben determinati di pressione e temperatura;
- La temperatura a cui avvengono dipende fortemente dalla pressione:
- I calori latenti possono dipendere dalla temperatura.



# Il contenuto di vapor d'acqua

Rapporto di mescolamento (*mixing ratio*)  $w \equiv \frac{m_w}{m_d}$

indicato comunemente anche con  $r$  ed espresso in  $[\frac{kg}{kg}]$  o più spesso in  $[\frac{g}{kg}]$ . Valori tipici al suolo: 5 – 20  $[\frac{g}{kg}]$

Pressione parziale di  $H_2O$ :  $e = \frac{n_w}{V} R^* T$

con  $n_w$  pari al numero di moli di  $H_2O$  contenuto nel volume.  
Si ha:

$$p = \frac{n_w + n_d}{V} R^* T = e + \frac{n_d n_w}{n_w V} R^* T \Rightarrow e = \frac{n_w}{n_w + n_d} p$$

Essendo  $m_w = n_w M_w$  e  $m_d = n_d M_d$  si ha anche:

$$e = \frac{n_w}{n_w + n_d} p = \frac{\frac{m_w}{M_w}}{\frac{m_w}{M_w} + \frac{m_d}{M_d}} p = \frac{m_w}{m_w + m_d \epsilon} p = \frac{w}{w + \epsilon} p$$

dove  $\epsilon = \frac{M_w}{M_d} = 0.622$

visto che  $w$  in generale è molto più piccola di  $\epsilon$ :

$$e = \frac{w}{w + \epsilon} p \simeq \frac{w}{\epsilon} p$$

Inoltre essendo  $e \ll p$  si ha anche:

$$(w + \epsilon) e = wp \Rightarrow w = \frac{e}{p - e} \epsilon \simeq \frac{e}{p} \epsilon$$

# La pressione di saturazione

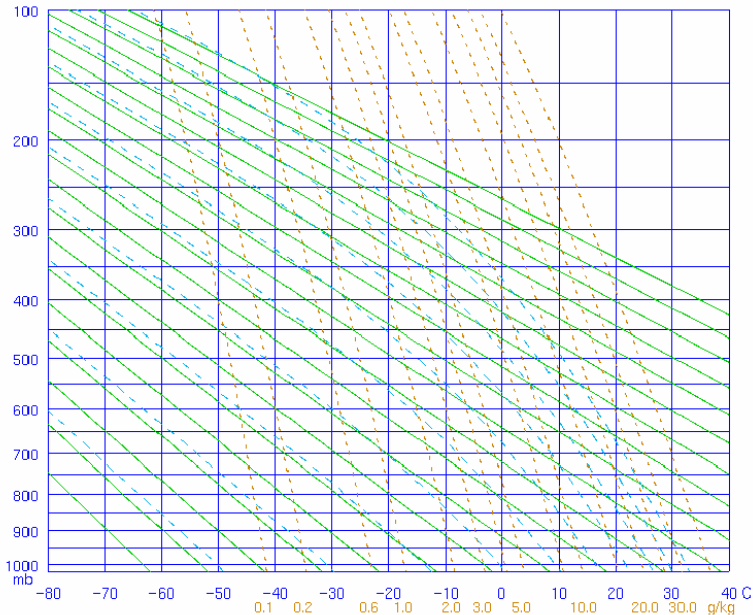
A meno di contributi di ordine superiore la pressione di vapore saturo, la pressione di equilibrio della fase gassosa con la fase liquida, dipende solamente dalla temperatura (equazione di Clausius-Clapeyron):

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L}{T\Delta\alpha} \simeq \frac{Le_s}{R_v T^2}$$

Il rapporto di mescolamento alla saturazione può essere scritto:

$$w_s = \frac{m_{w_s}}{m_d} \simeq \epsilon \frac{e_s}{p}$$

$w_s$  dipende solo dalla pressione e dalla temperatura (attraverso  $e_s$ ), quindi è possibile tracciare delle curve sul diagramma pseudo-adiabatico con  $w_s = \text{const}$ , in genere in  $[g/kg]$ .



Si definisce umidità relativa il rapporto tra il mixing ratio dell'aria  $w$  e il mixing ratio di saturazione alla stessa pressione e temperatura  $w_s$

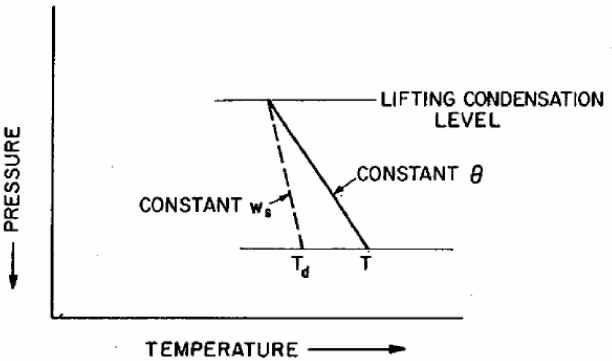
$$RH = 100 \frac{w}{w_s} \simeq 100 \frac{e}{e_s}$$

Si definisce temperatura di rugiada  $T_d$  (dew point) la temperatura alla quale bisogna portare l'aria a pressione e rapporto di mescolamento costanti affinché diventi satura. A questa temperatura si ha per definizione che  $w_s(T_d, p) = w$ ; quindi:

$$RH = 100 \frac{w_s(T_d, p)}{w_s(T, p)}$$

### Livello di condensazione per sollevamento

Livello fino al quale una particella può essere sollevata adiabaticamente prima di diventare satura.



# Adiabatica satura e processi pseudoadiabatici

Una volta raggiunto il LCL, un'ulteriore salita della particella determina condensazione, quindi rilascio di calore latente, con la conseguente riduzione del lapse rate.

- Se l'acqua condensata rimane nella particella il processo è reversibile: *processo adiabatico saturo*;
- Se l'acqua condensata precipita il processo è non reversibile e viene chiamato *pseudoadiabatico*. La precipitazione ha due conseguenze:
  - ① Diminuzione del mixing ratio;
  - ② Perdita di calore.

Essendo il mixing ratio molto piccolo la quantità di calore perso è trascurabile per cui il gradiente di temperatura pseudoadiabatico e quello adiabatico-saturo possono essere considerati uguali.

# Gradiente di temperatura adiabatico-saturo

Per la parte gassosa di una particella d'aria satura si può scrivere:

$$dq = c_p dT + g dz$$

$dq$  non è nullo, a causa della condensazione durante la salita, ma pari a  $-Ldw_s$ , dove  $L$  è il calore latente e  $dw_s$  è la variazione di mixing ratio di saturazione associata al cambio di quota.

Supponendo che tutto il calore sia assorbito dal gas si ha:

$$-Ldw_s = c_p dT + g dz$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{L}{c_p} \frac{dw_s}{dz} - \frac{g}{c_p} = -\frac{L}{c_p} \frac{dT}{dz} \frac{dw_s}{dT} - \frac{g}{c_p}$$

$$\Gamma_s = -\frac{dT}{dz} = \frac{\Gamma_d}{1 + \frac{L}{c_p} \frac{dw_s}{dT}}$$



$\Gamma_s$  dipende solo da  $p$  e  $T$  ed è sempre minore di  $\Gamma_d$  (in media circa  $-6.5 K km^{-1}$ ).

Analogamente a quanto fatto per definire  $\theta$ , utilizzando il primo principio della termodinamica e l'equazione di Poisson si ottiene una equazione in  $\theta$ ,  $w_s$  e  $T$  che viene integrata definendo la costante di integrazione  $\theta_e$  in modo che  $\theta_e \rightarrow \theta$  quando  $w_s \rightarrow 0$ :

$$dq = c_p dT - \alpha dp$$
$$\frac{dq}{T} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

Riscrivendo la temperatura potenziale:

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{c_p} (\ln p_0 - \ln p)$$

e differenziando:

$$c_p \frac{d\theta}{\theta} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

Si ha quindi:

$$c_p \frac{d\theta}{\theta} = \frac{dq}{T}$$

Ricordando che  $dq = -Ldw_s$  si può scrivere:

$$\frac{d\theta}{\theta} = -\frac{Ldw_s}{c_p T}$$

Possiamo approssimare il secondo termine (dato che  $\frac{dw_s}{w_s} \gg \frac{dT}{T}$ ):

$$\frac{d\theta}{\theta} = d \ln \theta = -\frac{Ldw_s}{c_p T} \simeq -d \left( \frac{Lw_s}{c_p T} \right)$$

ottenendo:

$$\begin{aligned} -\frac{Lw_s}{c_p T} \Big|_{T_1}^{T_2} &= \ln \theta \Big|_{T_1}^{T_2} \\ -\frac{L(T_2)w_s(T_2)}{c_p(T_2)T_2} + \frac{L(T_1)w_s(T_1)}{c_p(T_1)T_1} &= \ln \theta(T_2) - \ln \theta(T_1) \end{aligned}$$

Ad una temperatura  $T_2$  sufficientemente fredda da non avere più acqua che possa condensare si ha che  $\theta_e = \theta$ . Possiamo allora scrivere:

$$\frac{L(T_1)w_s(T_1)}{c_p(T_1)T_1} = \ln \theta_e(T_2) - \ln \theta(T_1)$$

da cui si ottiene la:

Temperatura potenziale equivalente

$$\theta_e = \theta e^{\frac{Lw_s}{c_p T}}$$

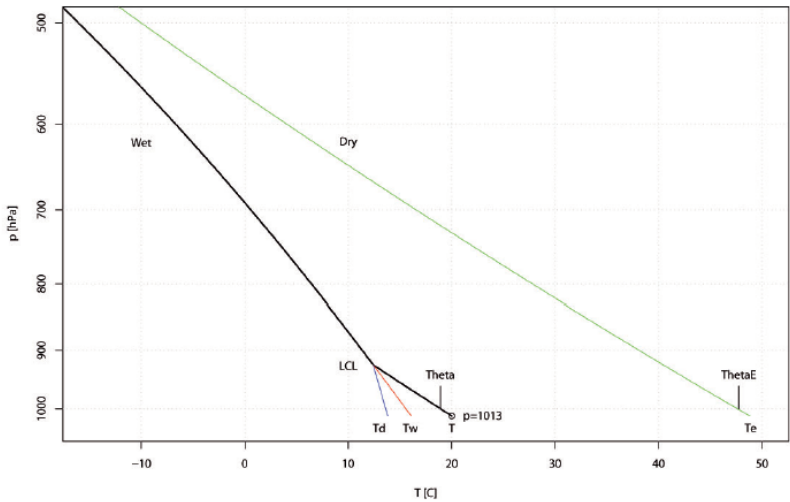
Temperatura di bulbo bagnato potenziale  $\theta_w$

Temperatura all'intersezione fra la curva pseudo-adiabatica e  $p = 1000hPa$

Temperatura di bulbo bagnato  $T_w$

Temperatura all'intersezione fra la curva pseudo-adiabatica e la pressione iniziale della particella.

### Adiabatic lifting of a parcel and some variable definitions

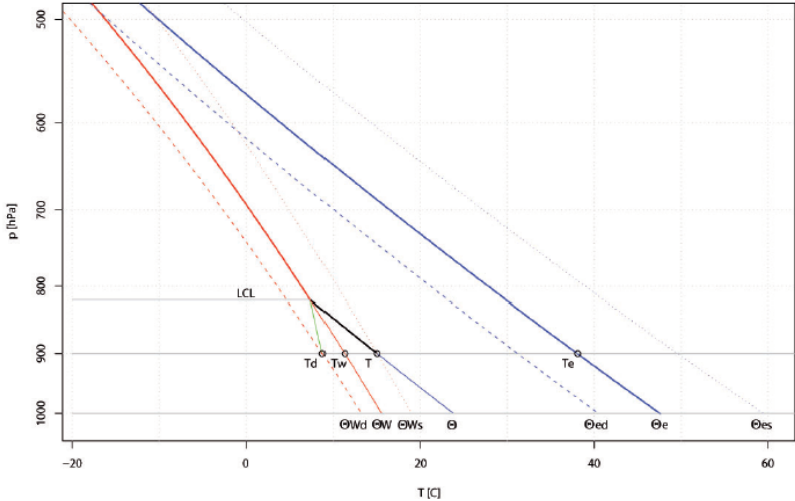


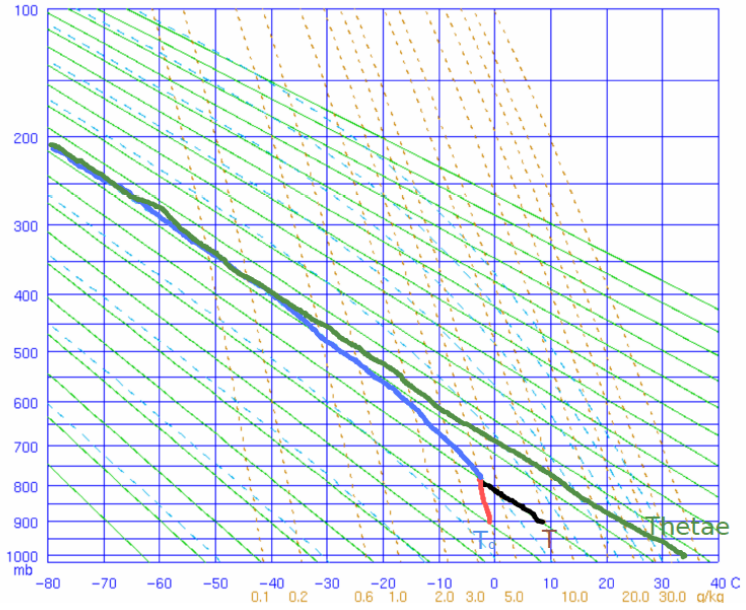
## Regola di Normand

Il LCL si trova all'intersezione di tre curve:

- L'adiabatica secca passante per lo stato iniziale della particella  $(p_a, T_a)$
- L'adiabatica umida passante per il punto definito dalla temperatura di bulbo bagnato e la pressione iniziale della particella  $(p_a, T_w)$
- La curva con rapporto di mescolamento costante passante per il punto definito dalla temperatura di rugiada e dalla pressione iniziale della particella  $(p_a, T_d)$

### Adiabatic lifting of a parcel and some variable definitions





# Stabilità statica

Consideriamo una particella alla quota  $z_0$ , con

$$T_{part}(z_0) = T(z_0) = T_0 \text{ e } \rho_{part}(z_0) = \rho(z_0) = \rho_0.$$

Spostiamo la particella in verticale di  $\Delta z$ , lungo una adiabatica secca: si avrà che  $\rho' = \rho_{part}(z_0 + \Delta z) \neq \rho(z_0 + \Delta z)$  e quindi subirà una forza proporzionale a  $-(\rho' - \rho)g$  (**forza di galleggiamento - principio di Archimede**); esprimendola per unità di massa:

$$-\frac{\rho' - \rho}{\rho'} g$$

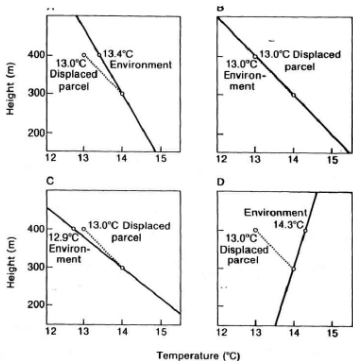
Da  $p = \rho R_d T$  si ha:

$$-\frac{\frac{1}{T'} - \frac{1}{T}}{\frac{1}{T'}} g = -\frac{T - T'}{T} g = \frac{T' - T}{T} g$$



Ma:

$$T = T(z_0 + \Delta z) = T_0 + \frac{dT}{dz} \Delta z = T_0 - \Gamma \Delta z$$



e

$$T' = T_0 - \Gamma_d \Delta z$$

quindi (stabilità **statica**):

$$f \simeq -g \frac{\Gamma_d - \Gamma}{T} \Delta z$$

Se  $\Gamma < \Gamma_d$  atmosfera stabileSe  $\Gamma > \Gamma_d$  atmosfera instabileSe  $\Gamma = \Gamma_d$  atmosfera neutra

Per il secondo principio della dinamica:

$$\frac{d^2 \Delta z(t)}{dt^2} = -g \frac{\Gamma_d - \Gamma}{T} \Delta z(t) = -N^2 \Delta z(t) \quad \text{con} \quad N^2 = g \frac{\Gamma_d - \Gamma}{T}$$

La soluzione di questa equazione è del tipo:

$$\Delta z(t) = A e^{iNt} + B e^{-iNt}$$

Se  $N$  è reale (stabile) la soluzione è di tipo sinusoidale,  
Se  $N$  è immaginario (instabile) la soluzione è esponenziale.

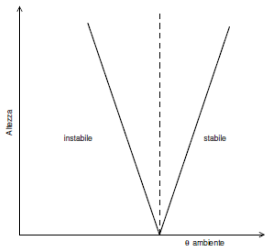
$N$  é la frequenza di Brunt-Väisälä

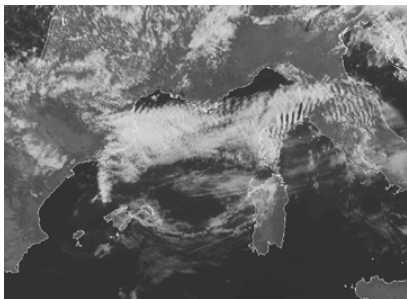
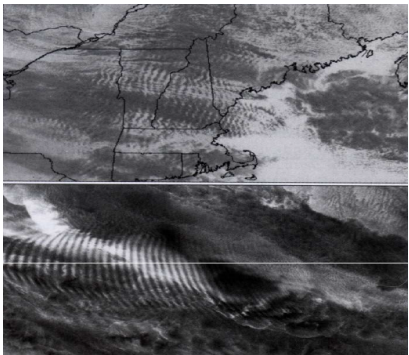
$$N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz}$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{dT}{dz} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R_d}{c_p}} - \frac{R_d}{c_p} T p_0^{\frac{R_d}{c_p}} p^{-\frac{R_d}{c_p}-1} \frac{dp}{dz}$$

$$\frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz} = \frac{g}{T} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{-\frac{R_d}{c_p}} \left[ \frac{dT}{dz} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R_d}{c_p}} - \frac{R_d}{c_p} T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R_d}{c_p}} p^{-1} \rho g \right]$$

$$\frac{g}{\theta} \frac{d\theta}{dz} = \frac{g}{T} \left[ \frac{dT}{dz} - \frac{R_d}{c_p} T p^{-1} \frac{p}{R_d T} g \right] = \frac{g}{T} (\Gamma_d - \Gamma) = N^2$$



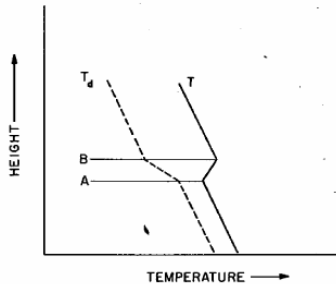
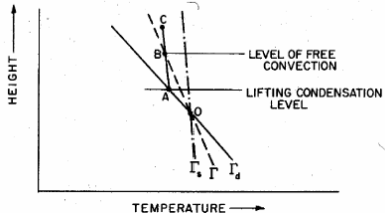


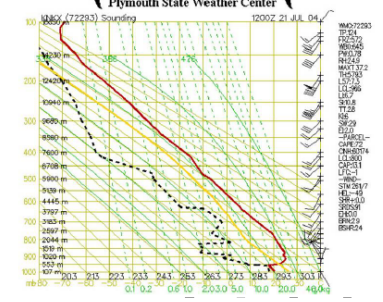
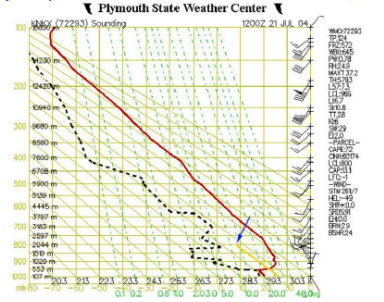
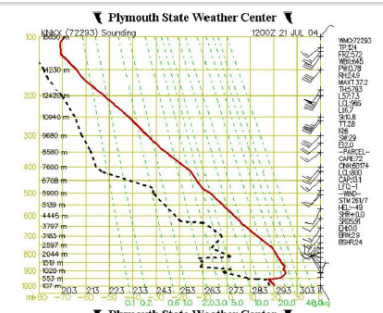
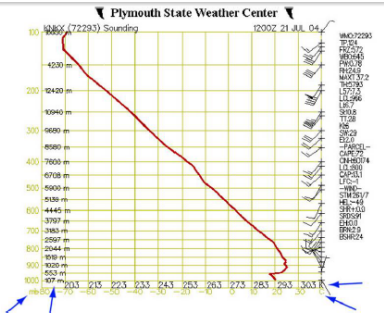
# Instabilità condizionale e convettiva

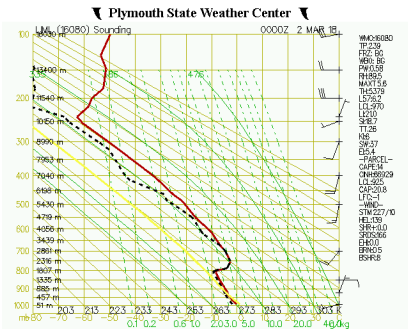
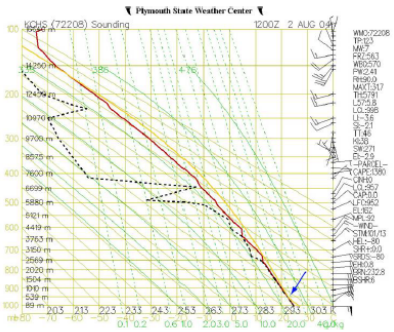
Nel caso di aria saturo si può sostituire  $\Gamma_d$  con  $\Gamma_s$ , la definizione di frequenza di Brunt-Väisälä può essere generalizzata.

Compaiono due tipi di instabilità non locali:

- Instabilità condizionale:  $\Gamma_s < \Gamma < \Gamma_d$
- Instabilità convettiva o potenziale: relativa a un ampio strato di atmosfera che può divenire instabile per sollevamento forzato







# Diagramma Skew- $T$ Inp

Il diagramma di Stüve può essere migliorato, in particolare gli angoli tra diverse curve sono tali che i profili verticali reali coprono una porzione troppo ristretta della carta.

Nel diagramma Skew- $T$  Inp l'ordinata è  $-\ln p$ , l'ascissa è definita come:

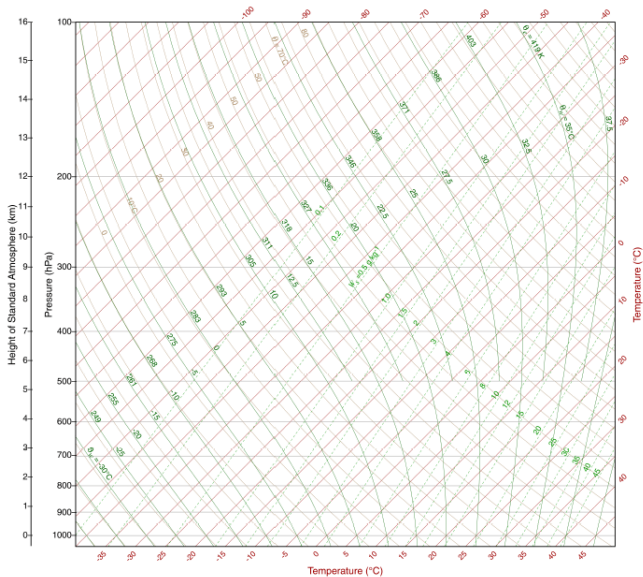
$$x = T + (\text{const})y = T - (\text{const}) \ln p$$

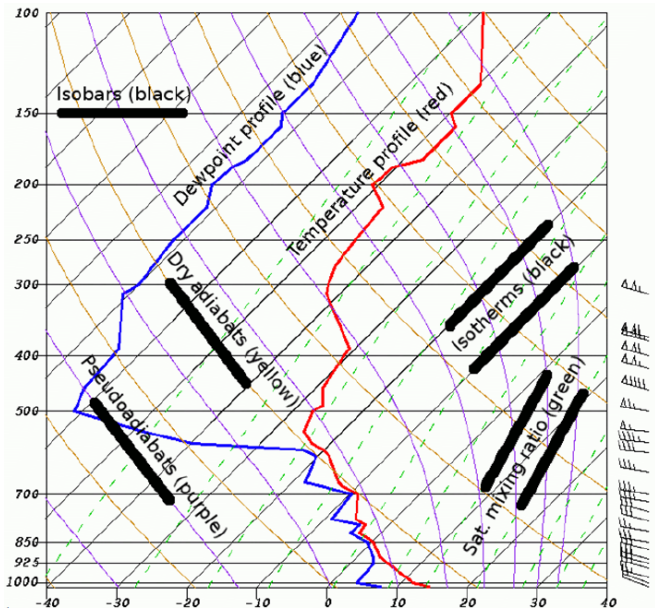
$$y = \frac{x - T}{\text{const}}$$

per una isoterma la relazione è del tipo  $y = mx + c$ , con  $m$  uguale per ogni  $T$  e  $c$  diversa al variare di  $T$ .

Le adiabatiche secche seguono la relazione (dall'equazione di Poisson):  $-\ln p = \text{const} \ln T + \text{const}$ .

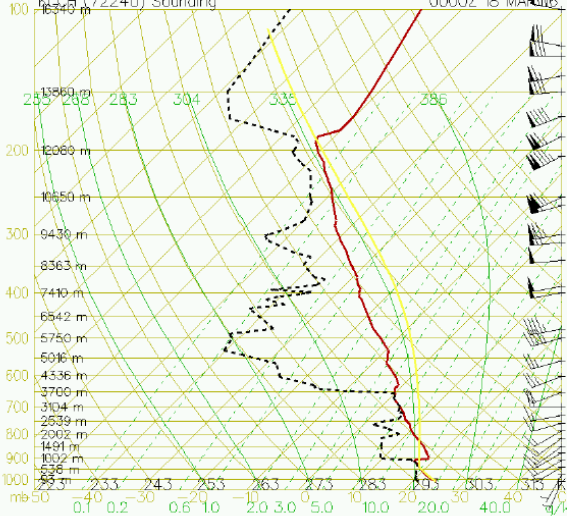






**Plymouth State Weather Center**

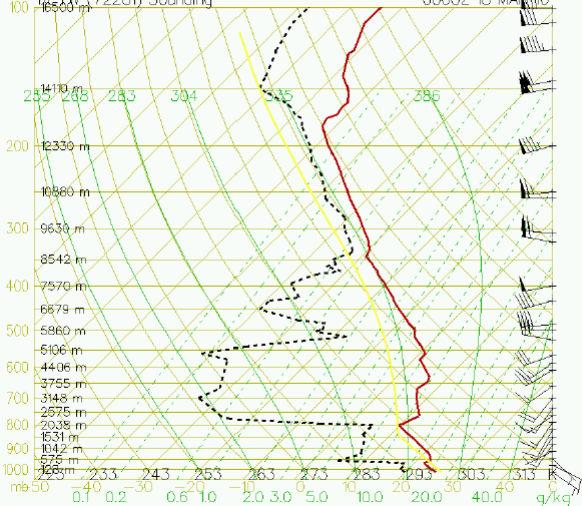
KLGH (72240) Sounding 0000Z 18 MAR 16



WMO:72240  
 TP:197  
 FRZ:653  
 WBO:654  
 PW:141  
 RH:57.6  
 MAXT:29.9  
 TH:5657  
 L57:6.3  
 LCL:963  
 LI:-5.7  
 SI:0.4  
 TT:49  
 KI:36  
 SW:240  
 EI:-15  
 -PARCEL-  
 CAPE:1982  
 CINH:0  
 LCL:941  
 CAP:1.6  
 LFC:926  
 EL:906  
 MFL:886  
 -WIND-  
 STM:281/16  
 HEL:22  
 SHR:0.0  
 SRDS:89  
 EHK:0.5  
 BRN:47.5  
 BSHR:9

### ▼ Plymouth State Weather Center ▼

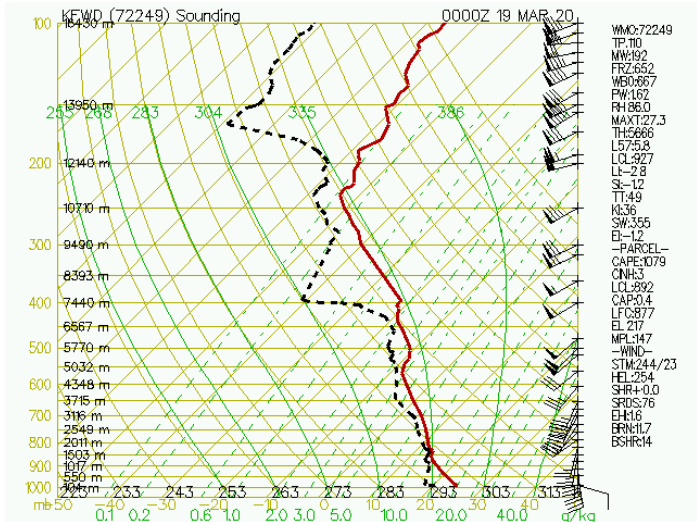
KEYW (72201) Sounding 0000Z 18 MAR 16



WMO:72201  
 TP:108  
 FRZ:551  
 WBC:764  
 PW:0.84  
 RH:29.4  
 MAXT:29.3  
 TH:57.32  
 L5744.9  
 LCL:928  
 LNB:5  
 S:10.3  
 TI:31  
 KI:-16  
 SW:118  
 EI:1.9  
 -PARCEL-  
 CAPE:20  
 CINH:52932  
 LCL:840  
 CAP:7.1  
 LFC:-1  
 -WIND-  
 STM:272/13  
 HEL:49  
 SHR:+0.0  
 SRDS:69  
 EHI:0.0  
 BRN:0.3  
 BSHR:11

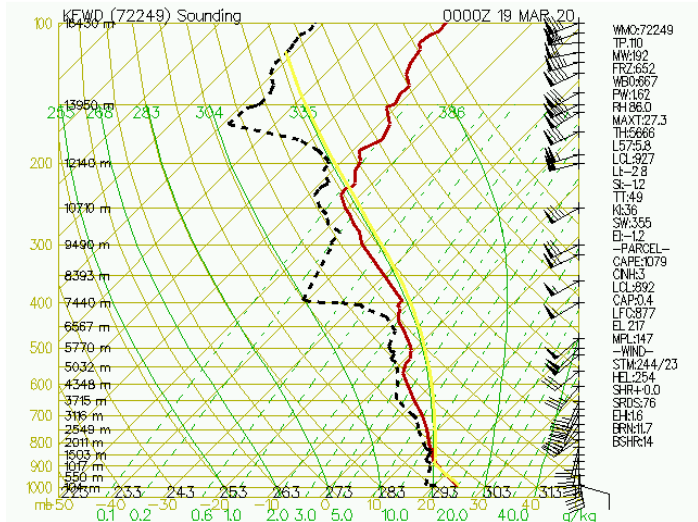
# Esercizio

## Plymouth State Weather Center



## Soluzione

## Plymouth State Weather Center



## Convective available potential energy

Ricordando che l'accelerazione di una particella può essere espressa come:

$$a \simeq \frac{T' - T}{T} g$$

dove  $T$  e  $T'$  sono rispettivamente la temperatura (virtuale) dell'ambiente e della particella si ha che il lavoro per unità di massa fatto sulla particella può essere espresso:

$$\frac{W}{m} \simeq \int_{z_{LFC}}^{z_{max}} \frac{T' - T}{T} g dz \equiv CAPE$$

Si ha anche:

$$W = \frac{1}{2} m w_{z_{max}}^2 - \frac{1}{2} m w_{z_{LFC}}^2 \simeq \frac{1}{2} m w_{z_{max}}^2$$

visto che la velocità al LFC può essere trascurata. Da cui:

$$w_{z_{max}} = \sqrt{2CAPE}$$

# Convective inhibition

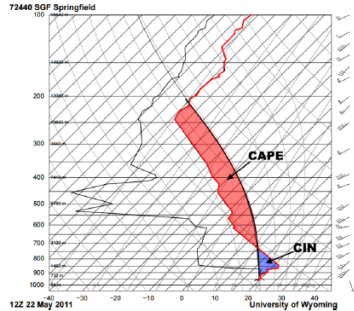
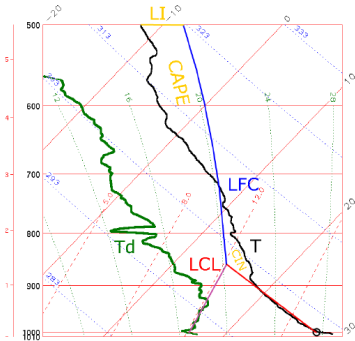
Analogamente può essere definito il CIN (Convective INhibition)

$$CIN = \int_{z_p}^{z_{LFC}} \frac{T' - T}{T} g dz$$

dove  $z_p$  è l'altezza di partenza della particella.

Il CIN è la barriera di energia che deve essere superata dalla particella (ad es. grazie a una forzante esterna quale riscaldamento solare o sollevamento orografico) per raggiungere il suo LFC: da qui può salire liberamente grazie alla forza di galleggiamento positiva fino alla quota  $z_{max}$  o *Equilibrium Level* (EL) in cui il profilo della particella interseca nuovamente quello ambientale e la forza cambia segno arrestando la salita.







Per approfondimenti sullo skew-T:

- <https://weathertogether.net/weather-101/how-to-read-skew-t-charts/>
- <https://vortex.plymouth.edu/myo/upa/raobplt.html>
- <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>

# Teoria della particella: assunzioni e limiti

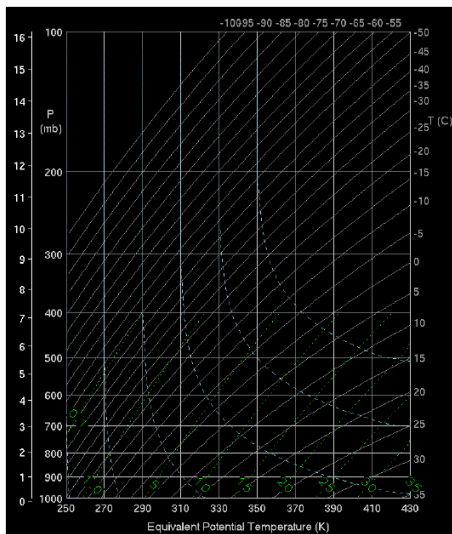
- la particella sale lungo un'adiabatica secca fino alla saturazione poi lungo una pseudo-adiabatica satura: completa assenza di scambi di calore tra particella e ambiente
- ambiente in equilibrio idrostatico (pressione della particella uguale a quella ambientale, assenza di perturbazioni di pressione)
- assenza di mescolamento con l'ambiente (*entrainment*, riduce il galleggiamento)
- nel processo pseudoadiatico l'acqua condensata viene rimossa: si trascura il suo peso (che riduce il galleggiamento) e il calore latente di congelamento (che aumenta il galleggiamento)

# Instabilità potenziale e statica

- Se in un profilo atmosferico esiste almeno una particella nei bassi livelli per cui è possibile trovare un LFC il profilo si definisce potenzialmente instabile. L'instabilità potenziale è una caratteristica dell'intero profilo riferita ad ampi spostamenti rispetto al livello iniziale (l'LFC può trovarsi molto più in alto).
- L'instabilità statica è una caratteristica di uno strato limitato di atmosfera rispetto a piccoli spostamenti della sua base.
- L'instabilità condizionale non garantisce l'esistenza di un LFC per la parte inferiore di uno strato atmosferico ma dipende dalla sua umidità.

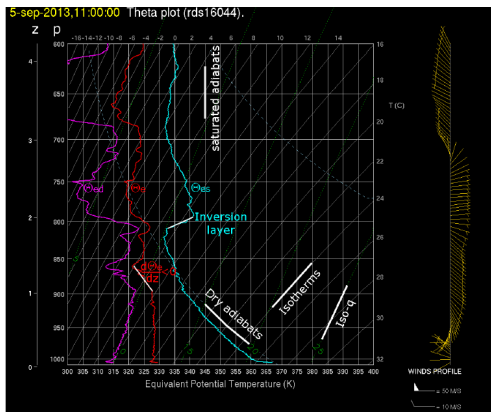
# Un altro tipo di diagramma termodinamico: il Thetaplot

- in ascissa  $\theta_e$ , le curve pseudo-adiabatiche si riducono a rette verticali
- le isoterme sono linee curve che piegano a destra salendo di quota
- le adiabatiche secche sono le curve blu da destra verso sinistra e diventano quasi verticali a basse temperature
- le iso-igrometriche sono le linee verdi da sinistra verso destra



# Thetaplot

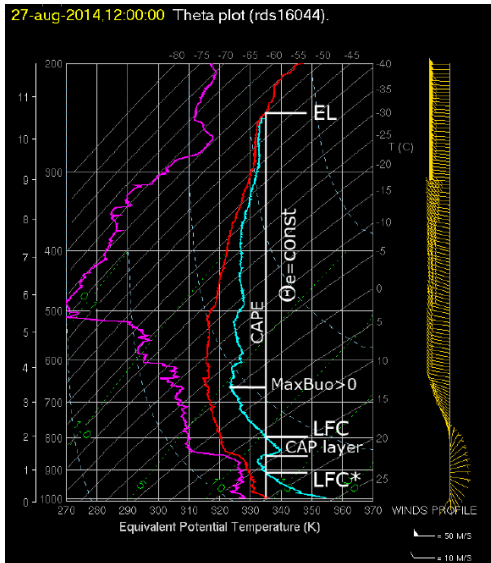
- su ogni livello vengono rappresentati i valori di  $\theta_{ed}$ ,  $\theta_e$ ,  $\theta_{es}$
- oltre a  $\theta_{es}$  e  $\theta_{ed}$  (analogo di  $T$  e  $T_d$  nello skew- $T$ ), viene graficata anche  $\theta_e$ , una delle variabili più conservate in atmosfera che rende più semplice determinare le condizioni di stabilità



Courtesy of A. Manzato (OSMER - ARPA FVG)

# Thetaplot

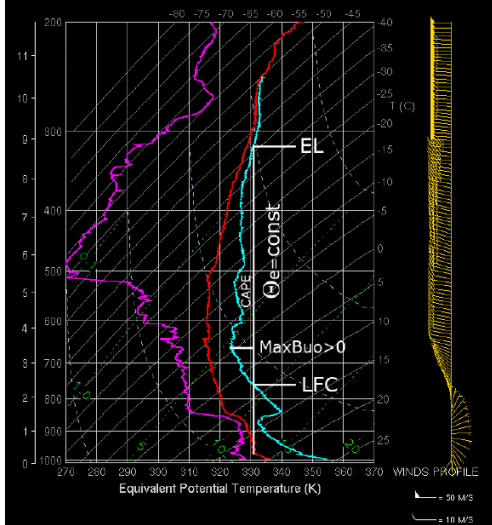
Tracciando una linea verticale partendo dalla  $\theta_e$  della particella iniziale si determina tutto il resto (LFC, EL, CAPE)



# Theta plot

- scegliere un'altra particella iniziale equivale a partire da una differente  $\theta_e$  e ripetere il processo
- il livello più instabile (most unstable parcel) è identificato semplicemente come quello avente  $\theta_e$  massima

27-aug-2014,12:00:00 Theta plot (rds16044).





# Indici Temporaleschi

Rappresentano un tentativo di sintesi delle condizioni che favoriscono lo sviluppo di fenomeni convettivi intensi:

- $KI = (T_{850} - T_{500}) + (T_{d850} - T_{dd700})$  dove  $T$  è la temperatura al livello considerato,  $T_d$  la temperatura di rugiada e  $T_{dd} = T - T_d$  è la dew-point depression.
- Total Totals  $TT = (T_{850} - T_{500}) + (T_{d850} - T_{500})$
- Severe WEATHER Threat Index  
 $SWEAT = 12(T_{d850}) + 20(TT - 49) + 2(v_{850}) + (v_{500}) + 125(\sin(v_{dir500} - v_{dir500}) + 0.2)$ 
  - Ogni termine negativo è posto pari a 0;
  - La rotazione del vento deve essere oraria, altrimenti il termine è posto pari a 0.