

Laurea Magistrale in Metodologie per la Conservazione e il Restauro dei Beni Culturali

Paolo Prati

Dipartimento di Fisica, studio S830

Tel. 010-3536439; prati@ge.infn.it

***Fisica e Metodologie Fisiche
per la Conservazione dei Beni Culturali***

A.A. 2021/2022

La Meccanica Classica

La **meccanica classica** è quella branca della fisica che studia i movimenti di uno o più corpi. Essa è sufficiente a descrivere con grande accuratezza i fenomeni che possiamo osservare nella vita di tutti i giorni.

Si divide in tre grandi parti:

1. Cinematica: si occupa di descrivere il **movimento** di un corpo, indipendentemente dalle cause che lo hanno prodotto. Viene dal greco antico *κίνησις* (*kinésis*), che vuol dire, appunto, “movimento”.

2. Dinamica: studia le **cause** che determinano il movimento di un corpo, le **forze**, ed esprime il movimento di un corpo in termini di queste ultime. Deriva dal greco antico *δύναμις* (*dinamis*), che vuol dire “forza”.

3. Statica: studia i **corpi in equilibrio**, ossia quei casi particolari in cui le forze agenti si bilanciano. L'equilibrio può essere statico (il sistema rimane fermo nel suo complesso) o dinamico (il sistema si muove di **moto uniforme**). Il termine *στάσις* (*stasis*) in greco antico significa “stasi”, ovvero lo stare, l'assenza di movimento.

Cinematica

Il mondo, con tutto quello che contiene, si muove rispetto al resto dell'Universo. Anche ciò che in apparenza è immobile, come una strada, in realtà si muove con la rotazione della Terra, con l'orbita della Terra intorno al Sole, con l'orbita del Sole intorno al centro della Via Lattea, e con la migrazione della nostra galassia rispetto alle altre galassie.

La classificazione dei moti è chiamata **cinematica**. Ed è una parte della Dinamica

La cinematica studia il moto dei corpi senza occuparsi delle cause che lo hanno generato.

Per la trattazione del moto, cominciamo col considerare un oggetto le cui dimensioni possano essere trascurate e la cui posizione possa essere descritta localizzando un punto: parleremo di **punto materiale**.

Le tre grandezze fisiche fondamentali in cinematica sono:

$$\text{Spazio} \longrightarrow [m] \qquad \text{Velocità} \longrightarrow \left[\frac{m}{s} \right] \qquad \text{Accelerazione} \longrightarrow \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Il Punto Materiale

- **Punto Materiale:** si tratta di un corpo le cui **dimensioni sono trascurabili** nel sistema di riferimento scelto, ovvero non influenzano l'esito dell'esperienza fisica.
- Il punto materiale è un punto geometrico, dotato di massa.
- A seconda della situazione, uno stesso corpo può essere o meno considerato un punto materiale: dal punto di vista di un uomo che cammina sulla superficie terrestre, la terra stessa non può essere considerata un punto materiale, mentre dal punto di vista dell'intero sistema solare, per descriverne l'orbita, è utile considerare la terra come punto materiale-
- Quindi → corpo privo di dimensioni o le cui dimensioni sono piccole o trascurabili rispetto alle altre in gioco.

Moto di un punto materiale

Per la trattazione del moto, cominciamo col considerare un oggetto le cui dimensioni possano essere trascurate e la cui posizione possa essere descritta localizzando un punto: parleremo di **punto materiale o particella**

Per descrivere il moto di una particella è necessario conoscerne, **in funzione del tempo** e in un **opportuno** sistema di riferimento (visto il problema si *decide per prima cosa il migliore sistema di riferimento*):

spostamento

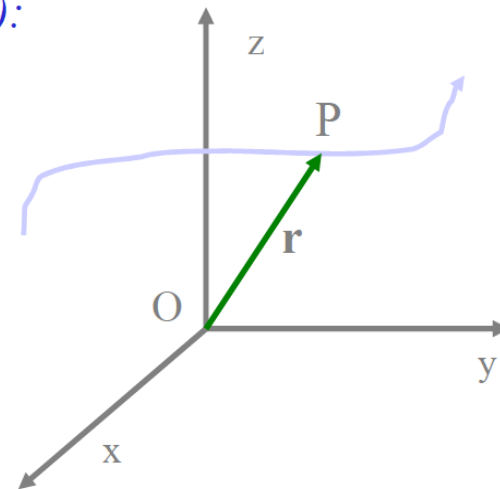
velocità

accelerazione



x

Moto unidimensionale



Moto nello spazio tridimensionale

La cinematica si occupa del **moto** dei sistemi descrivendone la posizione al **variare del tempo**.

Si deve definire operativamente il concetto di **posizione**



SISTEMI DI RIFERIMENTO

La **posizione** di un punto materiale ha senso solo se **definita rispetto** alla posizione di **altri corpi** presi come riferimento.

Per descrivere il moto occorre servirsi di un **sistema di riferimento** rispetto al quale si definisce **la posizione del corpo** studiato e il suo movimento.

Esempio la stanza nella quale ci troviamo.

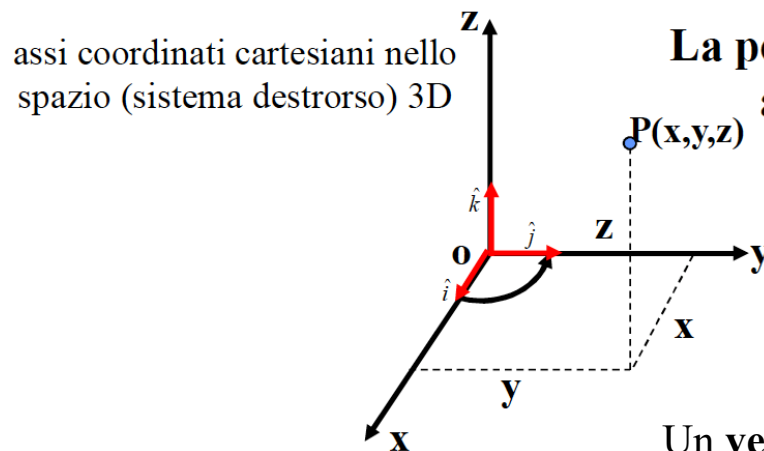
La **scelta** del sistema di riferimento è del tutto **arbitraria** e si fa in base al tipo di **problema**.

Sistema di coordinate permette la descrizione matematica del movimento rispetto al sistema di riferimento. Il sistema di coordinate può essere pensato come *ancorato* al sistema di riferimento.

Possiamo scegliere fra sistemi di coordinate quello che **meglio** si presta alla descrizione del **problema**. I più usati anche per la loro semplicità matematica sono:

- Sistema di coordinate **cartesiane ortogonali**
- Sistema di coordinate **polari**

SISTEMA DI COORDINATE CARTESIANE



La posizione di un punto P, si può descrivere attraverso le sue *cartesiane* x_P, y_P, z_P

versori degli assi: $\hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$

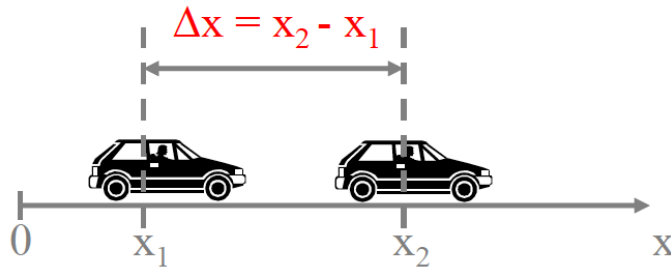
A. Romero

Un **versore** è un vettore di lunghezza unitaria (**modulo = 1**) utilizzato per caratterizzare gli altri vettori; individua una specificazione direzione.

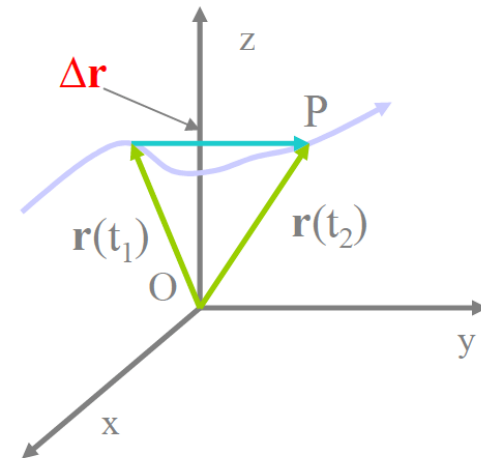
Posizione e spostamento

Moto **unidimensionale**: supponiamo che la nostra particella (in questo caso un'automobile) sia nella posizione x_1 in un certo istante t_1 e nella posizione x_2 in un certo istante successivo t_2 .

La **variazione di posizione** della particella, $x_2 - x_1$, è chiamata **spostamento** della particella.




Nel caso di un moto in **due o tre dimensioni**, non è detto che lo **spostamento** coincida con la **traiettoria**, definita come l'insieme dei punti successivamente occupati dalla particella.

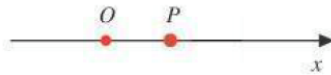


MOTO UNIDIMENSIONALE

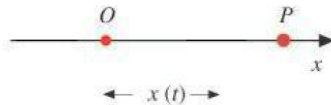


 **O** indica l'origine del Sistema di Riferimento unidimensionale

Il moto più semplice da studiare è il **moto rettilineo**. Esso si svolge lungo una **retta** sulla quale vengono fissati arbitrariamente **un'origine e un verso**



Un'auto (che assomiglia ad un punto) **P** si muove lungo l'asse **x**. Il suo **moto** è descrivibile utilizzando una **sola coordinata $x(t)$**

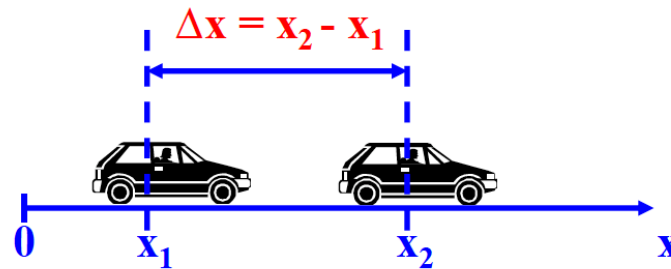


L'insieme dei punti occupati successivamente viene indicato con **$x(t)$**

La funzione del tempo **$x(t)$** definisce **la legge oraria del moto**

Posizione e spostamento nel moto rettilineo

Si supponga che il punto (nella figura un'automobile) sia nella posizione x_1 in un istante t_1 e nella posizione x_2 in un istante successivo t_2 .



La variazione di posizione dell'auto, $\Delta x = x_2 - x_1$
rappresenta lo **spazio percorso** nell'intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$

Velocità media

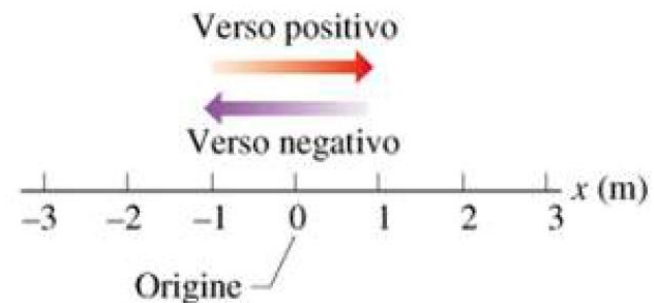
Definiamo **velocità (scalare) media** del punto materiale P il **rapporto fra lo spostamento Δx compiuto in un intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ e l'intervallo di tempo stesso.**

$$v_{\text{media}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

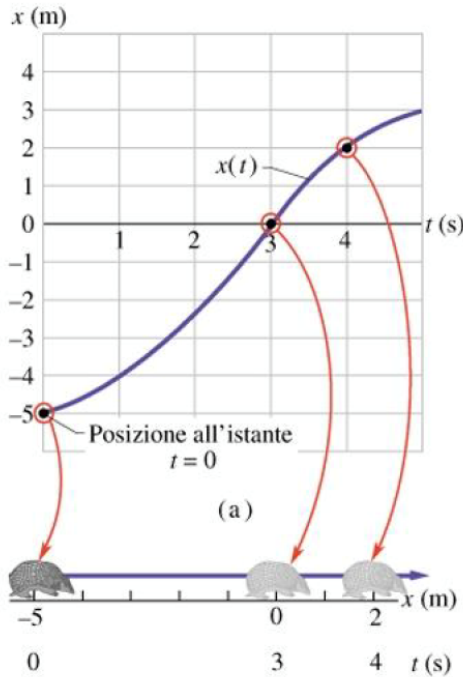
L'unità di misura SI è il m/s.

$$1 \text{ Km/ora} \rightarrow 1000/3600 \text{ m/s} \rightarrow 1/3,6 \text{ m/s} = 0.278 \text{ m/s}$$

Si noti che lo **spostamento e la velocità media** possono essere **positivi o negativi**, a seconda che x_2 sia maggiore o minore di x_1 : un valore positivo indica un moto verso **destra** e un valore negativo un moto verso **sinistra**. **Δx e v hanno lo stesso segno ($\Delta t > 0$ sempre)**



Il tempo viene sovente utilizzato come variabile **indipendente**, in funzione del quale si esprimono le altre grandezze. **Il tempo non è mai negativo.**



Significato della velocità media

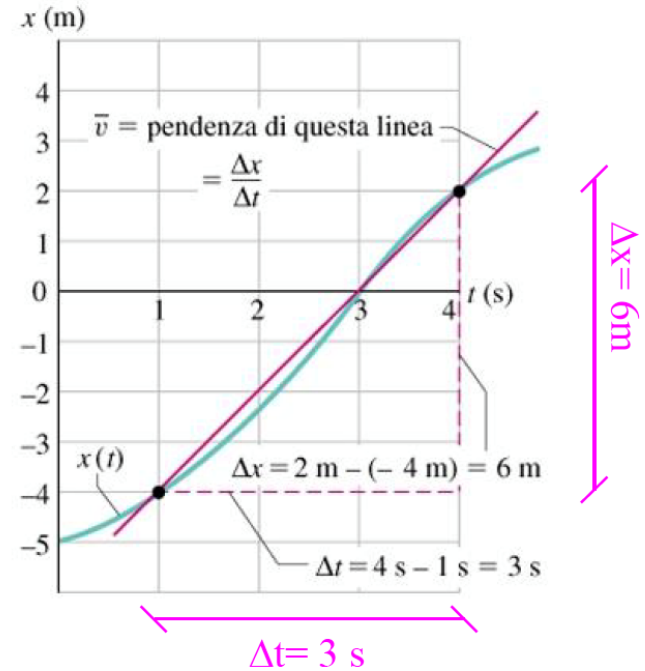
$$x_1 = -4 \text{ m} \quad t_1 = 1 \text{ s}$$

$$x_2 = 2 \text{ m} \quad t_2 = 4 \text{ s}$$

$$\Delta x = (2 - (-4)) = 6 \text{ m}$$

$$\Delta t = 4 - 1 = 3 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



La posizione iniziale P_1 e quella finale P_2 sono congiunte da un segmento rettilineo;
 la **velocità media** è la **pendenza** $\Delta x/\Delta t$ di questo segmento e **dipende dall'intervallo di tempo considerato**.

La **velocità media** fornisce un'informazione complessiva, ma non dà quasi nessuna indicazione sulle caratteristiche del moto

Dalla velocità media alla VELOCITÀ ISTANTANEA

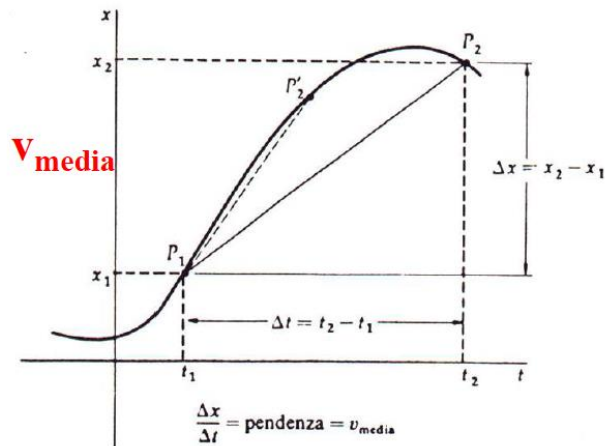
Per avere maggiori informazioni sulla legge oraria $x(t)$ e sulle sue variazioni, l'intervallo Δx può essere **suddiviso** in numerosi **piccoli intervalli**

$(\Delta x)_1$ $(\Delta x)_2$ $(\Delta x)_3$ $(\Delta x)_4$ $(\Delta x)_n$ percorsi nei tempi $(\Delta t)_1$ $(\Delta t)_2$ $(\Delta t)_3$ $(\Delta t)_4$ $(\Delta t)_n$

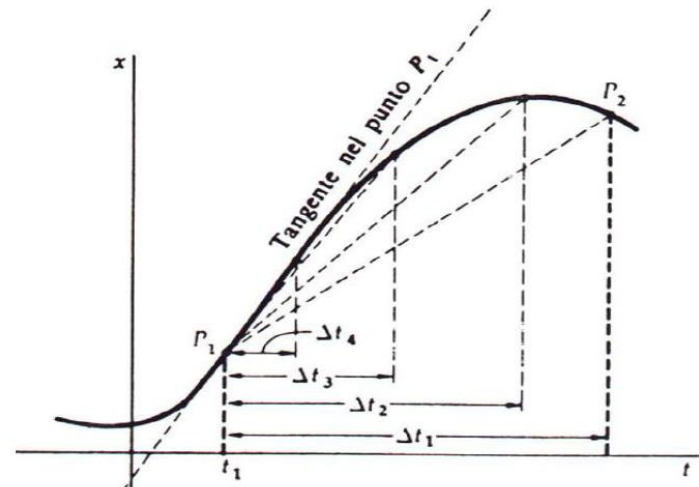
Le corrispondenti velocità: $v_i = \frac{(\Delta x)_i}{(\Delta t)_i}$ in generale non sono uguali alla velocità media v_m

Il processo di suddivisione in spazi sempre più piccolo può essere **continuato** fino a considerare spazi **infinitesimi**, arrivando così alla definizione di **velocità istantanea**:

v all'istante t : $\rightarrow v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \rightarrow v$ è derivata di spazio rispetto al tempo



A. Romero



Fisica I - Cinematica

VELOCITÀ ISTANTANEA

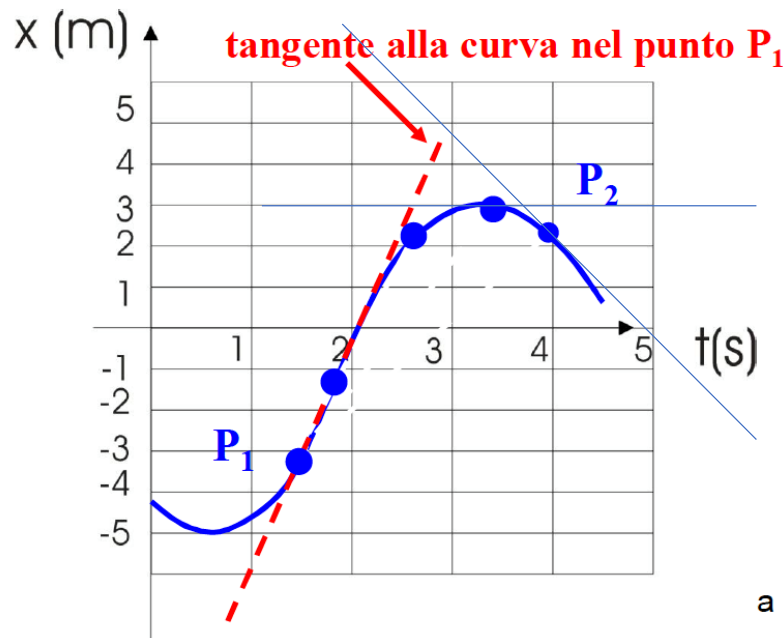
Rappresenta la rapidità di variazione temporale della posizione nell'istante t

Definizione di velocità istantanea: rapporto fra lo spostamento compiuto in un intervallo di tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ e l'intervallo di tempo stesso quando l'intervallo di tempo $\Delta t \rightarrow 0$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

Interpretazione geometrica della velocità scalare **istantanea**:

coefficiente angolare della tangente alla curva $x(t)$ nel punto di ascissa t



La **velocità istantanea** è, per definizione, la **pendenza di questa retta**.

Dal **grafico** si capisce immediatamente il **segno di v**

Il **segno** della velocità indica il **verso** del moto sull'asse x .

Se $v > 0$  **Coordinata x cresce**

Se $v < 0$  **Coordinata x decresce**

Cinematica: posizione e spostamento

Esempi:

Velocità media di un centometrista: $\frac{100 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Velocità di fuga dalla terra: $40320 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 40320 \cdot \frac{1 \cdot \text{km}}{1 \cdot \text{h}} = 40320 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 11200 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,12 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Velocità della luce nel vuoto: $300000 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 300000000 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Generalizzazione: si studieranno fenomeni in cui si prenderanno in considerazione altre grandezze fisiche che variano nel tempo con una certa velocità; anche in questo caso si intenderà la rapidità con cui cambia una grandezza fisica nel tempo.

Esempi:

Velocità di formazione di una patina su una superficie

$$V_{\text{patina}} = \frac{\Delta \text{spessore}}{\Delta t}$$

Velocità di riscaldamento di una soluzione chimica

$$V_{\text{riscaldamento}} = \frac{\Delta \text{Temperatura}}{\Delta t}$$

VELOCITÀ e SPAZIO


Data $x(t) \rightarrow v(t)$

La **velocità istantanea** può essere funzione del tempo $v(t)$. Se è nota la legge oraria del moto, ovvero la funzione $x(t)$, si può ottenere la funzione **velocità istantanea** con *un'operazione di derivazione*

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

Data $v(t) \rightarrow x(t)$

E' possibile risolvere il **problema inverso**, ovvero ricavare la funzione $x(t)$, se è nota la dipendenza dal tempo della velocità istantanea $v(t)$. Per farlo è necessario utilizzare l'*operazione inversa* cioè l' *integrazione*

$$dx = v(t)dt \implies \int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt \implies x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt$$


Questa relazione permette il **calcolo dello spazio** percorso qualunque sia il tipo di moto. Il termine x_0 rappresenta la **posizione iniziale** del punto, occupata nell'istante t_0

Velocità: ordini di grandezza

Luce	$3.0 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Recessione di una quasar	$2.7 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Elettrone attorno al nucleo	$2.2 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$
Terra attorno al Sole	$3.0 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$
Aereo supersonico	$7.1 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-1}$
Rotazione della Terra(equatore)	$4.6 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-1}$
Moto casuale delle molecole di aria	$4.5 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-1}$
suono in aria	$3.3 \cdot 10^2 \text{ ms}^{-1}$
Ghepardo	28 ms^{-1}
Uomo (max)	11 ms^{-1}
chiocciola	10^{-3} ms^{-1}
ghiacciaio	10^{-6} ms^{-1}

Accelerazione media

Quando la velocità istantanea di una particella varia nel tempo si dice che la particella **accelera**. L'accelerazione è **la rapidità di variazione della velocità**.

Può essere **positiva o negativa** (**decelerazione**)

L'accelerazione media per un particolare intervallo di tempo Δt è definita come il rapporto $\Delta v/\Delta t$:

$$a_{\text{media}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{\Delta t}$$

L'unità di misura SI per l'accelerazione è il m/s².

Accelerazione istantanea

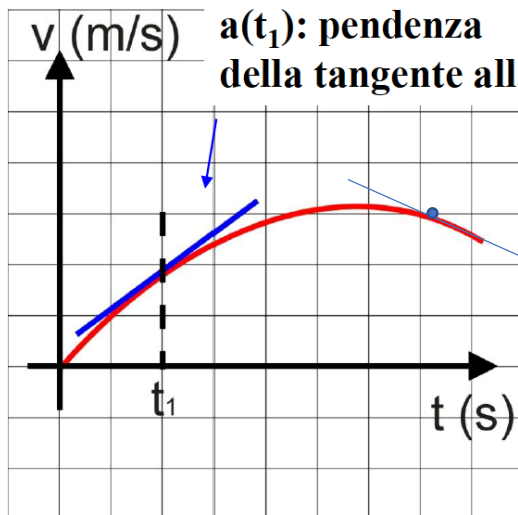
Con un procedimento **analogo** a quello usato per passare dalla velocità media alla **velocità istantanea**, si può arrivare alla definizione di accelerazione istantanea:

L'**accelerazione istantanea** è il limite a cui tende l'accelerazione media quando Δt tende a zero:

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Interpretazione geometrica della accelerazione **istantanea**:

coefficiente angolare della tangente a curva $v(t)$ nel punto di ascissa t

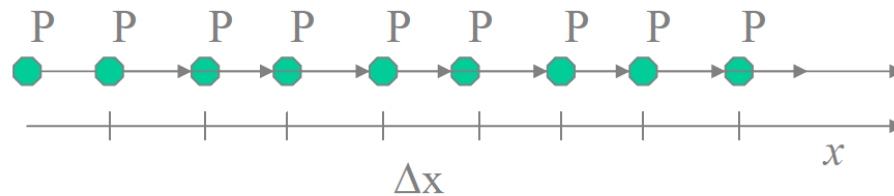


L'**accelerazione** istantanea ad un certo istante è la **pendenza** della retta tangente alla curva in quell'istante.

$$a(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Moto rettilineo uniforme

Un caso particolare si ha quando il **moto** avviene lungo una **retta**. In questo caso possiamo sempre scegliere un **sistema di riferimento** con un **asse** coincidente con la **direzione del moto** (i pallini indicano la posizione a intervalli di tempo uguali).

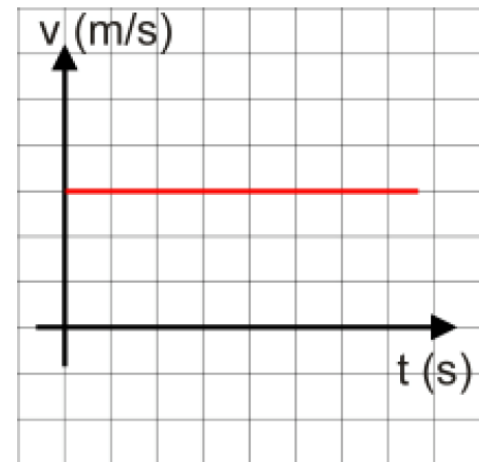


Il caso più **semplice** di **moto unidimensionale** è il **moto rettilineo uniforme**, in cui il punto materiale ha **velocità costante**.

velocità istantanea e velocità media coincidono e l'**accelerazione è nulla**:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{costante} \rightarrow \text{accelerazione} = 0$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow a = 0$$



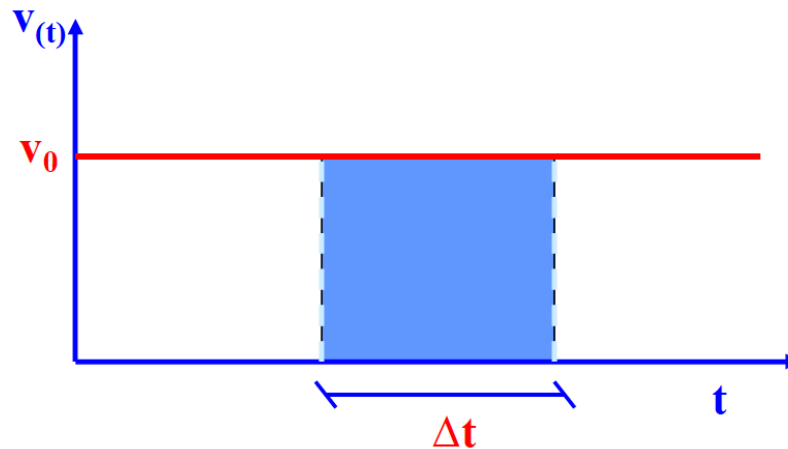
Moto rettilineo uniforme: da velocità \rightarrow spazio

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \Rightarrow \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}_0$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t)dt \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}_0(t - t_0) \quad \text{Legge oraria del moto rettilineo uniforme}$$

Interpretazione grafica dell'espressione per lo spazio percorso in funzione del tempo

Si considera lo spazio Δx percorso in un $\Delta t = t_1 - t_0$ $\Delta x = v_0(t_1 - t_2) = v_0 \Delta t$



Lo spazio percorso Δx è pari all'**area** sottesa dalla curva che esprime la velocità in funzione del tempo (in questo caso una retta parallela all'asse t).

Cinematica: moto rettilineo uniforme

Il caso più semplice di moto è quello rettilineo uniforme. In questo caso il moto avviene lungo una retta con velocità costante.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{costante}$$

Esempio:

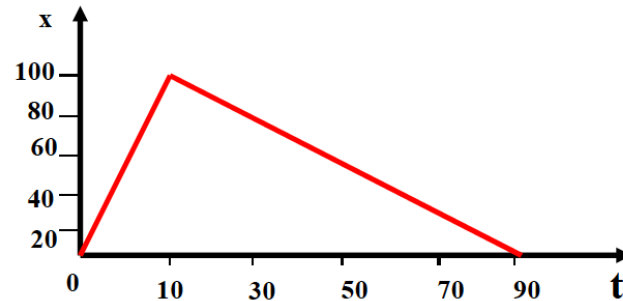
Supponendo in prima approssimazione che l'autostrada Torino-Piacenza sia rettilinea e viaggiando di moto rettilineo uniforme con velocità di 100 km/h, quanto tempo ci vorrà per compiere il tragitto che è di circa 160 km?

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \longrightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$

$$\Delta t = \frac{160 \text{ km}}{100 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1,6 \text{ h} = 1,6 \cdot 60 \text{ min} = 96 \text{ min}$$

Esempio

Un atleta corre i **100 m** su una pista rettilinea in **11 s** e poi ritorna camminando al punto di partenza in **80 s**. Quanto valgono la velocità nei primi 11 secondi? Quanto vale la velocità negli **ultimi 80 secondi**? Quanto vale la velocità media su tutto il percorso?

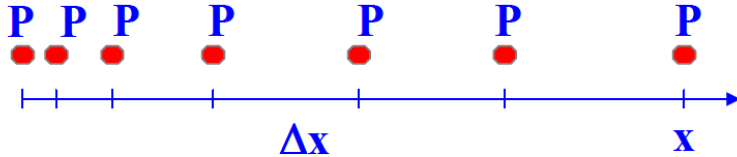


Tra $t=0$ e $t=11$ s il moto è rettilineo uniforme $\Rightarrow v = v_{\text{media } 11} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100}{11} = 9.1 \text{ms}^{-1}$

Tra $t=11$ s e $t=91$ il moto è rettilineo uniforme $\Rightarrow v = v_{\text{media } 80} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-100}{80} = -1.2 \text{ms}^{-1}$

$$v_{\text{media } 91} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0}{91} = 0 \text{ms}^{-1}$$

Moto uniformemente accelerato



Un altro caso notevole di moto unidimensionale è il moto **uniformemente accelerato**, in cui l'**accelerazione è costante**.

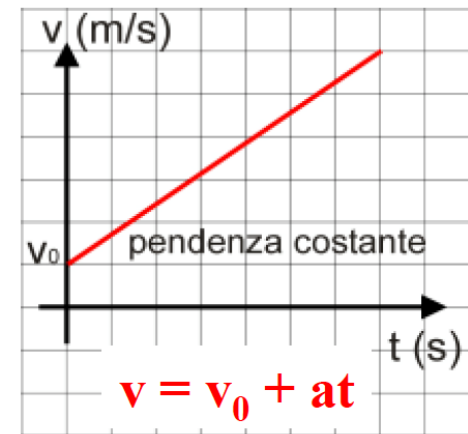
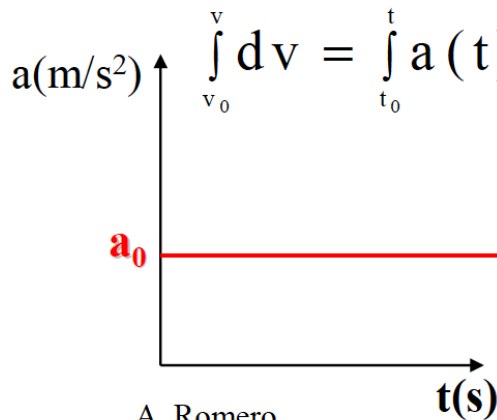
- **accelerazione istantanea e accelerazione media coincidono**
- **la velocità varia linearmente con il tempo.**

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = a_0 = \text{costante}$$

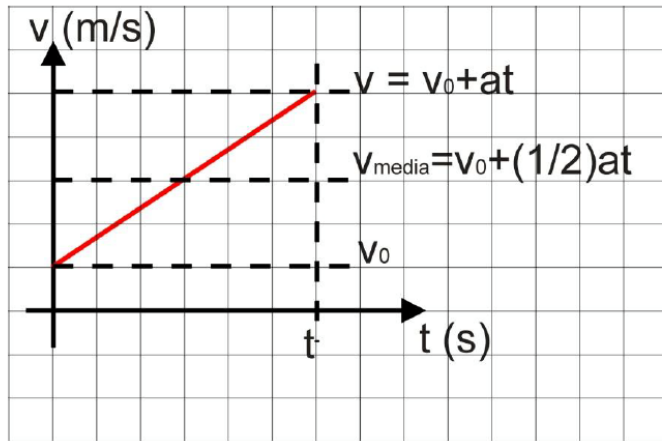
$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a(t) dt \quad \Rightarrow \quad v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt$$

⇓

$$v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$

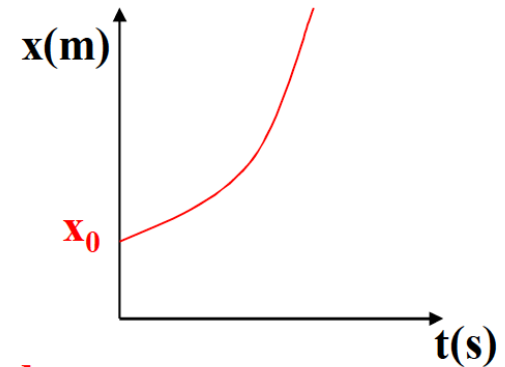


Moto con accelerazione costante



velocità media

spazio



Ricaviamo la legge oraria del **moto uniformemente accelerato**

$$a(t) = a_0 \quad \Rightarrow \quad v(t) = v_0 + a_0(t - t_0)$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v(t) dt \Rightarrow x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t [v_0 + a_0(t - t_0)] dt = x_0 + \int_{t_0}^t v_0 dt + \int_{t_0}^t a_0(t - t_0) dt$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0(t - t_0)^2 \quad \Downarrow \quad \text{Se } t_0 = 0: \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2$$

Riassumendo: VELOCITÀ e SPAZIO con **a** costante

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t a(t) dt \quad \Rightarrow \quad v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

Operando con un'ulteriore integrazione ho la funzione spazio:
Ogni volta che integro devo dare conoscere il valore di una variabile ad un dato istante (condizione iniziale)

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v(t) dt \quad \Rightarrow \quad x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

Velocità e spazio nel moto ad accelerazione costante

(assumendo che l'istante iniziale sia $t = 0$, ricavo il tempo dalla)

$$v(t) = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v(t) - v_0}{a} \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow$$

Sostituendo il tempo \rightarrow $x(t) = x_0 + v_0 \frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v - v_0)^2}{a} \Rightarrow$

$$a(x - x_0) = v_0 v - v_0^2 + \frac{1}{2} (v^2 - 2v v_0 + v_0^2) \Rightarrow$$

$$a(x - x_0) = \cancel{v_0 v} - v_0^2 + \frac{v^2}{2} - \cancel{v v_0} + \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow a(x - x_0) = -v_0^2 + \frac{v^2}{2} + \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow$$

$$a(x - x_0) = +\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow \quad 2a(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

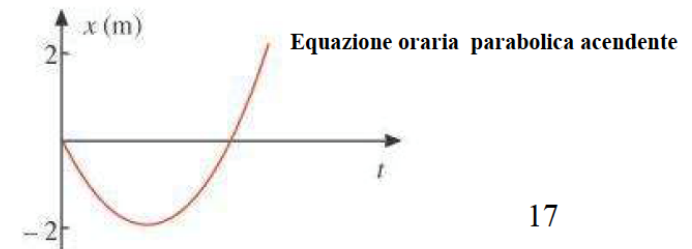
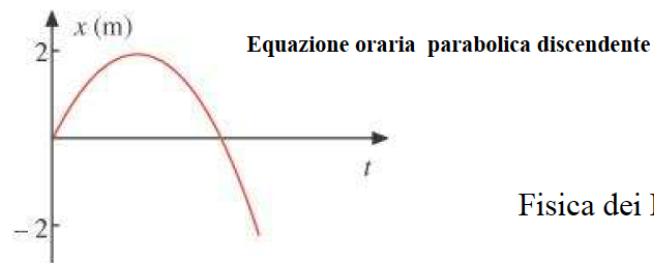
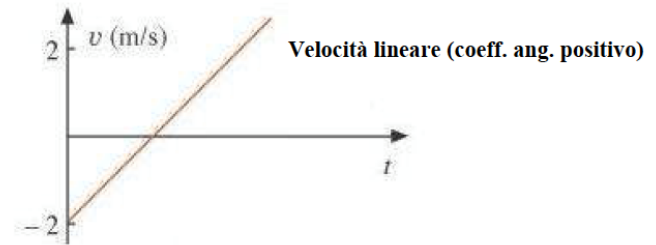
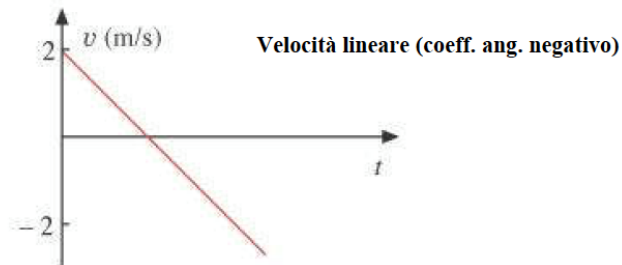
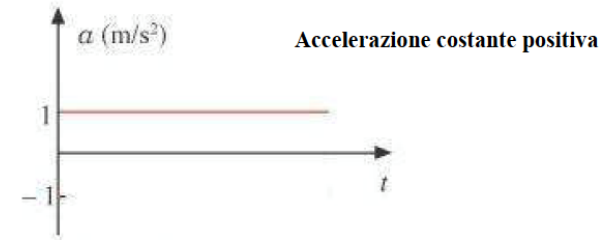
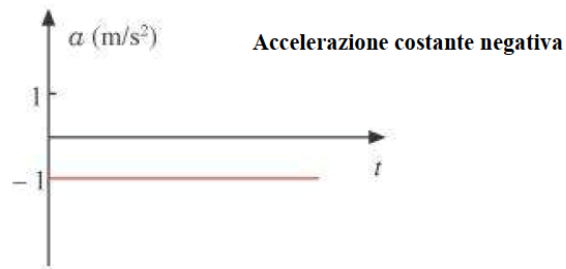
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Grafici di Spazio, Velocità e Accelerazione

Moto uniformemente accelerato

$$\begin{aligned} a &= -1 \text{ m/s}^2 \\ v_0 &= 2 \text{ m/s}, \\ x_0 &= 0 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \text{ m/s}^2 \\ v_0 &= -2 \text{ m/s}, \\ x_0 &= 0 \text{ m} \end{aligned}$$



Cinematica: moto uniformemente accelerato

Esempio:

Un'auto si porta da 0 a 100 km/h in 1,5 secondi (dragster). Qual è l'accelerazione impartita al veicolo supponendo un'accelerazione costante (moto uniformemente accelerato)?



In questo caso avremo:

$v_0 =$ velocità iniziale dell'oggetto $= 0$ \rightarrow L'auto parte da ferma, cioè con velocità nulla

Per cui l'equazione del moto si riduce a:

$$v = a \cdot t \quad \rightarrow \quad \frac{v}{t} = a$$
$$a = \frac{v}{t} = \frac{100 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}}{1,5 \cdot \text{s}} = \frac{100 \cdot \frac{1000 \cdot \text{m}}{3600 \cdot \text{s}}}{1,5 \cdot \text{s}} = \frac{100 \cdot 1000}{3600 \cdot 1,5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 18,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

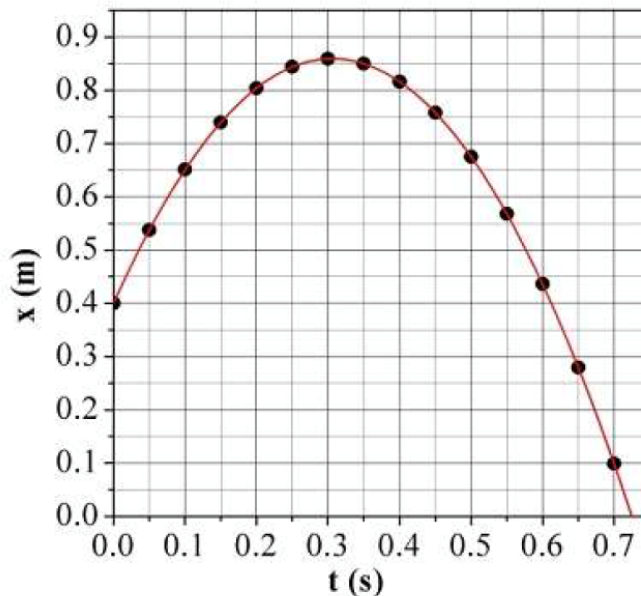
Esempio di diagramma orario

E' il **grafico della posizione in funzione del tempo**. In figura ne è riportato un esempio, ottenuto dall'**equazione oraria** (x in metri, t in secondi):

$$x(t) = 0.40 + 3t - 4.9t^2$$

Attribuendo dei valori arbitrari al tempo t, sono stati calcolati i corrispondenti valori di x, ottenendo così una **tabella oraria**. Riportando in grafico i valori della tabella, abbiamo ottenuto il **diagramma orario del moto in questione**.

t (s)	x (m)
0.00	0.40
0.05	0.54
0.10	0.65
0.15	0.74
0.20	0.80
0.25	0.84
0.30	0.86
0.35	0.85
0.40	0.82
0.45	0.76
0.50	0.68
0.55	0.57
0.60	0.44
0.65	0.28
0.70	0.10



Per confronto con l'equazione:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

notiamo che in questo caso:

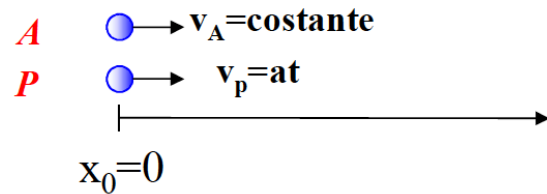
$$x_0 = 0.40 \text{ m}$$

$$v_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = -9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Esercizio

Un'auto si muove con velocità costante pari a **105 km/h** e passa davanti un'auto della polizia ferma. La polizia parte con un **$a=2,44\text{m/s}^2$** . Dopo quanto tempo raggiunge l'auto?



$$v_A = 105 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{105 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} = 29,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Auto $\begin{cases} v_A(t) = v_{0A} \\ x_A(t) = x_0 + v_{0A} \cdot t \end{cases} \Rightarrow x_A(t) = v_{0A} \cdot t = 29,17 \cdot t$

Polizia $\begin{cases} v_P(t) = a \cdot t \\ x_P(t) = x_0 + v_{0P}t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \Rightarrow x_P(t) = \frac{1}{2}2,44 \cdot t^2 = 1,22 \cdot t^2$

$x_0 = 0, v_{0P} = 0$

$$\begin{cases} x_A(t) = 29,17 \cdot t \\ x_P(t) = 1,22 \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow x_A(t) = x_P(t) \Rightarrow 29,17 \cdot t = 1,22 t^2 \Rightarrow t = 23,9\text{s}$$

Esercizio

Per una particella che si muove con un moto descritto in figura, determinare $v(t)$ negli istanti:

$$t_1=1s, t_2=3s, t_3=4,5s, t_4=7,5s$$

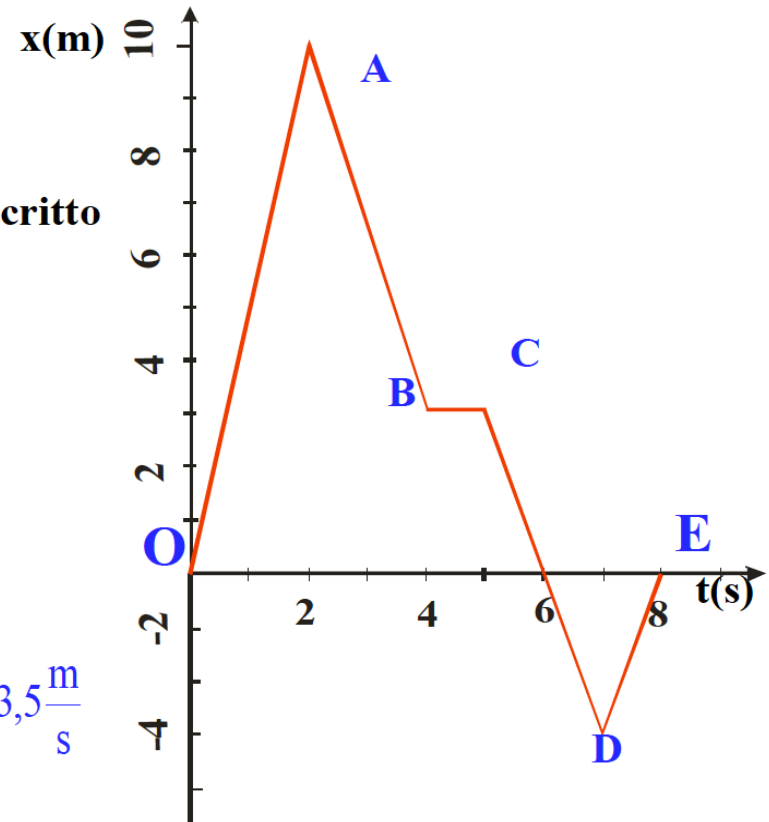
Sol.:

$$v(OA) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow v(t_1) = 5 \frac{m}{s}$$

$$v(AB) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{-7}{2} = -3,5 \frac{m}{s} \Rightarrow v(t_2) = -3,5 \frac{m}{s}$$

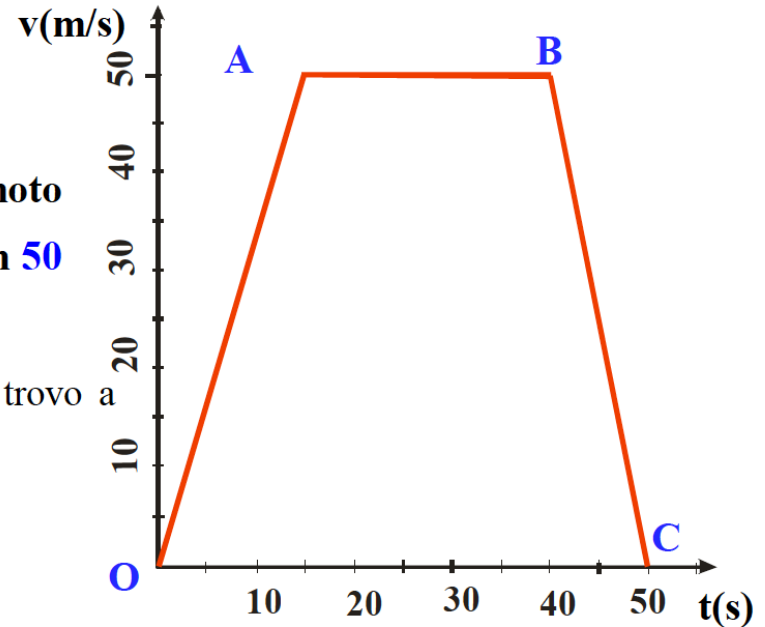
$$v(BC) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} = 0 \Rightarrow v(t_3) = 0$$

$$v(DE) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_E - x_D}{t_E - t_D} = \frac{0 - (-4)}{1} = \frac{4}{1} = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow v(t_4) = 4 \frac{m}{s}$$



Esercizio

Per una particella che si muove con un moto descritto in figura, trovare lo spazio percorso in 50 secondi



Nel tratto OA: $v_{OA}(t) = v_O + at$ $v_{oA}(t) = at \rightarrow$ trovo a

$$\text{Per } t = 15 \text{ s} \Rightarrow v(15) = v_A = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$50 = a \cdot 15 \Rightarrow a = 3,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Spazio percorso nel tratto OA: $x(t) = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow x(t) = \frac{1}{2} \cdot 3,3 \cdot t^2 = \frac{10}{6}t^2$

$$\text{Per } t = 15 \text{ s} \quad x_A = \frac{10}{6}15^2 = \frac{10}{6}225 = 375 \text{ m}$$

Spazio percorso nel tratto AB: $t_{AB} = 25 \text{ s}$

$$v_{AB} = \text{costante} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x(t) = 50t \Rightarrow x_{AB} = 50 \cdot 25 = 1250 \text{ m}$$

A.

Esercizio

continuazione

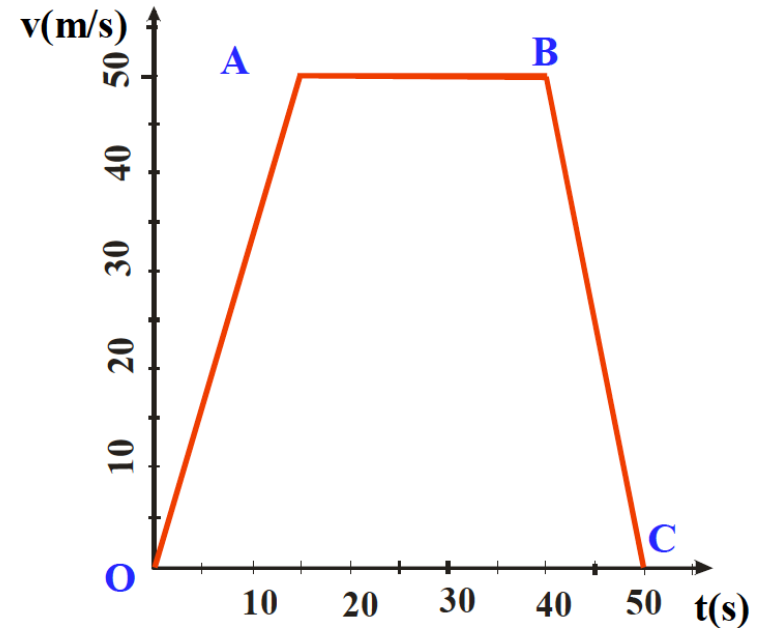
Nel tratto BC: $v_{BC}(t) = v_B + a(t - t_B)$

Per $t = t_C$ $v_{BC}(t_C) = v_B + a(t_C - t_B)$



$$0 = 50 + a(50 - 40)$$

$$0 = 50 + 10a \Rightarrow a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Spazio totale: $x(t) = x_B + v_B(t - t_B) + \frac{1}{2}a(t - t_B)^2$



Per $t = t_C$ $x(50) = (375 + 1250) + 50(50 - 40) + \frac{1}{2}a(50 - 40)^2$



$$x(50) = 1875 \text{ m}$$

Esercizio

Il signor Rossi getta dal balcone del primo piano, posto ad un'altezza di 4m, con velocità iniziale nulla, i seguenti oggetti:

Istante (s)	Oggetto	Peso (g)
0.0	Pipa	100
1.0	Telecomando	150
1.5	Orologio	200
2.0	Cellulare	90
2.2	Valigetta	1500

Trascurando la resistenza dell'aria, determinare l'ordine di arrivo a terra dei vari oggetti. (fare esercizio alla lavagna con tutte le equazioni)

Gli oggetti cadono secondo un moto **uniformemente accelerato** con accelerazione **g**. Se consideriamo le equazioni:

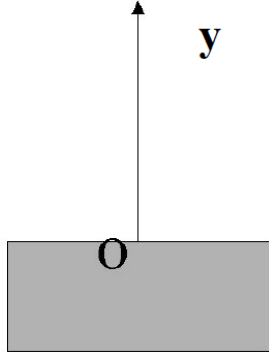
$$y = y_0 + \cancel{v_0 t} - \frac{1}{2}gt^2 = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$V = V_0 - gt = -gt$$

ci accorgiamo subito che in esse **non compare la massa** dell'oggetto in caduta libera.

Quindi, **se trascuriamo la resistenza che l'aria offre alla caduta**, poiché l'accelerazione **g** è la stessa per tutti i corpi, i vari oggetti impiegheranno lo stesso tempo per arrivare a terra; quindi l'ordine di "atterraggio" coincide con quello di lancio.

Moto verticale: moto in caduta libera



Un caso particolare di **moto uniformemente accelerato**: *il moto in caduta libera*

Se si trascura la resistenza dell'aria, un corpo lasciato libero di cadere vicino alla superficie terrestre si muove verso il basso con un'accelerazione costante che vale in modulo $g=9,8 \text{ ms}^{-2}$

Si considera un *sistema di riferimento* con origine al suolo e *asse y* rivolto *verso l'alto* come in figura. In questo sistema

$$a = -g = -9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- g **non dipende dalla natura dei corpi** (corpo umano, animali, oggetti in ferro, alluminio, legno, ecc.) e dalla loro forma ;
- all'interno di un volume limitato g non dipende dalla posizione del corpo;
 - g è **indipendente dal tempo** (costante);
 - se il volume non è limitato:
 - g dipende dalla quota
 - g dipende dalla latitudine: è più grande ai poli, ed è più piccola all'equatore
 - alle nostre latitudini g vale circa $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Equazioni del moto ad accelerazione costante (caso particolare gravità)

(assumendo che l'istante iniziale sia $t = 0$)

$$a = \text{costante}$$



$$a = -g$$

$$v(t) = v_0 + at$$



$$v_y(t) = v_{y0} - gt$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



$$y(t) = y_0 + v_{y0} t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$



$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$$

Legge oraria del moto in caduta libera

Un vaso di fiori, nell'istante $t_0=0$ cade da un balcone partendo da fermo. Il punto di partenza del corpo sia l'**origine del sistema**

$$y_0 = 0 \text{ m}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$$

Voglio trovare $v(t)$ e $y(t)$ → usiamo:

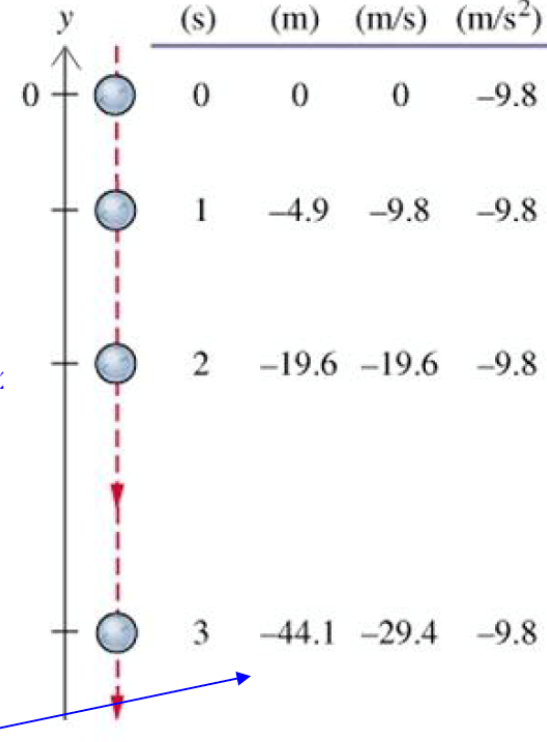
$$v(t) = v_0 + a(t - t_0) = v_0 - g(t - t_0) \implies v(t) = -gt$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \implies y(t) = -\frac{1}{2}gt^2$$

Determinare la posizione e la velocità del corpo dopo 1s, 2s, 3s.

Soluzione

t	y	v	a
(s)	(m)	(m/s)	(m/s ²)



Esercizio

Una pietra cade da 3000 m. Con che **velocità** arriva al suolo?

Soluzione $y_0 = h = 3000 \text{ m}$ $a = -g \Rightarrow v(t) = v_0 - g(t - t_0) = -gt$
 $v_0 = 0 \text{ m/s}$
 $a = -g = -9,8 \text{ m/s}^2$ $y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$

con $h = 3000 \text{ m}$

$$\left\{ \begin{array}{l} y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ v(t) = -gt \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = h - \frac{1}{2}gt^2 \\ v(t) = -gt \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{da cui} \rightarrow \\ t = 24.73 \text{ s} \\ v = 242.61 \text{ m/s} \rightarrow 873 \text{ Km/h} \end{array}$$

Quando arriva al suolo $y = 0$

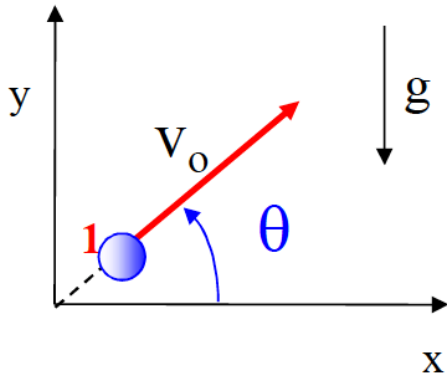
Più velocemente usando legame tra velocità e spazio

$$v_y^2 = v_{y_0}^2 - 2g(y - y_0) \quad \rightarrow \quad v_y^2 = -2g(0 - 3000)$$

$$v_y^2 = 2 \cdot 9,8 \cdot 3000 = 58800 \quad \rightarrow \quad v = 242,49 \cdot \text{m/s}$$

Esercizio

Una palla viene lanciata con una velocità $v_0 = 50 \text{ m/s}$ che forma un angolo $\theta = 37^\circ$ con l'orizzontale. Trovare dopo quanto **tempo cade a terra** e il valore della **gittata**



Lungo la componente verticale *il moto è uniformemente accelerato* con accelerazione pari a g .



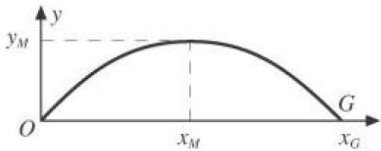
Velocità in direzione y: $v_y(t) = v_{0,y} - gt \Rightarrow v_y(t) = v_0 \sin\theta - gt$

Quando il punto raggiunge la massima altezza la componente y della velocità è nulla:

$$v(t = t_M) = v_0 \sin\theta - gt_M = 0 \quad \Rightarrow \quad t_M = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

Tempo in cui il corpo raggiunge terra:

$$t_T = 2t_M = 2 \frac{v_0 \sin\theta}{g} = 2 \frac{50 \sin 37^\circ}{9,8} = 6,14 \text{ s}$$



$$x = x_0 + v_0 t$$

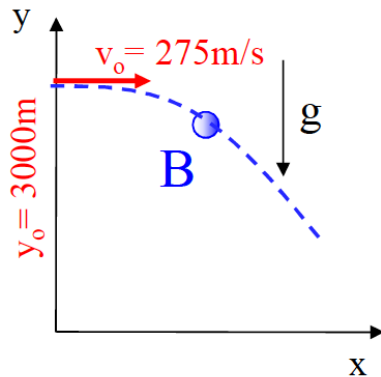


$$x_g = v_0 \cos\theta 2t_M$$

$$x_g = 50 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cos(37) 2 * 6,14 \text{ s} = 245 \text{ m}$$

Esercizio

Un aereo viaggia a **3000 metri** di altezza con una velocità di $v_0=275\text{m/s}$. Se sgancia una bomba a che distanza arriva?



Moto della bomba

$$\begin{cases} x(t) = v_{0,x} t \\ y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = 275 t \\ y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

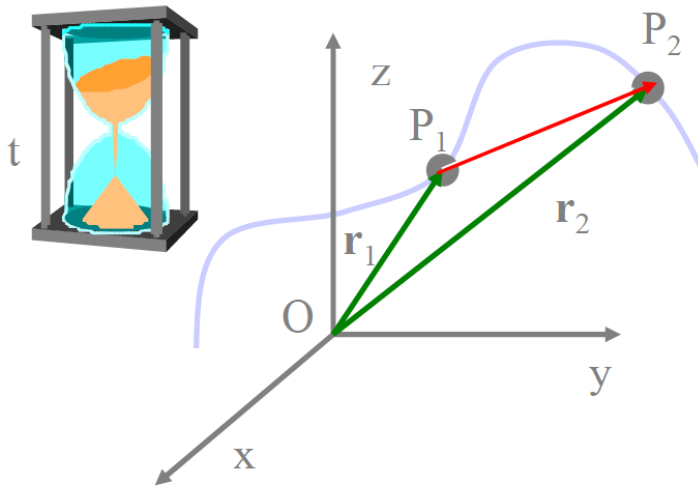
la bomba raggiunge il suolo a $y=0$ $\Rightarrow 0 = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \sqrt{\frac{6000}{9,8}} = 24,7\text{s}$

Distanza percorsa in direzione x: $x(24,7) = 275 \cdot 24,7 \Rightarrow x = 6804\text{ m}$

Moto in due e in tre dimensioni

Nel caso più generale di moto in due o tre dimensioni, lo spostamento, la velocità e l'accelerazione sono grandezze **vettoriali**.

Consideriamo una particella che si muove **percorrendo** una certa **curva** nello spazio. Ad un certo istante t_1 essa si trova nel punto P_1 : questa situazione è rappresentata dal **vettore posizione** \mathbf{r}_1 , tracciato dall'origine a P_1 . Ad un certo istante successivo t_2 la particella si trova nel punto P_2 ; il vettore \mathbf{r}_2 rappresenta questa posizione



A. Romero

Il **vettore spostamento** è la variazione del vettore posizione:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

Il **vettore velocità** media è dato da:

$$\mathbf{v}_{\text{media}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

Non è detto che il **modulo** del **vettore spostamento** sia uguale al tratto percorso.

Fisica dei Beni Culturali-Cinematica

22

Moto in due e in tre dimensioni

Il **vettore accelerazione** media è dato da: $\mathbf{a}_{\text{media}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{t_2 - t_1}$

L'accelerazione può essere dovuta sia ad una variazione del modulo della velocità che della sua direzione orientata (o di entrambe le cose).

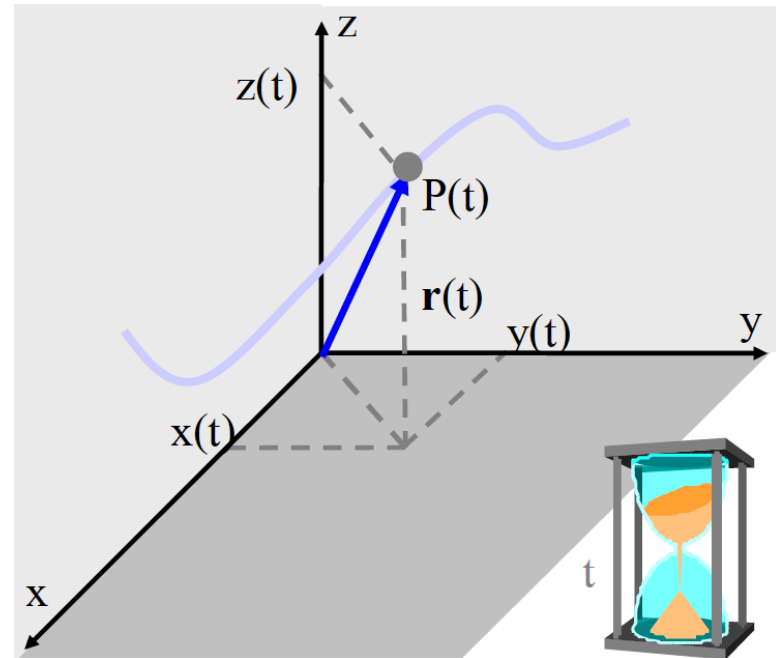
$$\mathbf{r} = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

$$x = x(t)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \Leftrightarrow y = y(t)$$

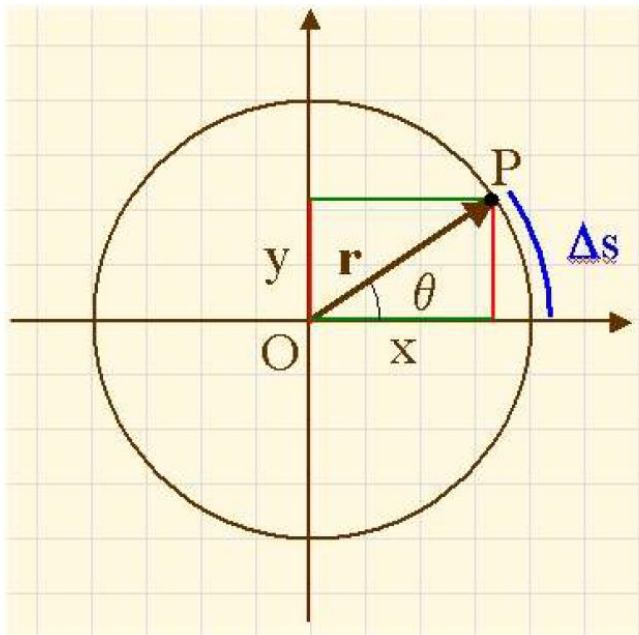
$$z = z(t)$$

Equazioni
parametriche della
traiettoria



Moto circolare

- Il punto P percorre una traiettoria circolare.
- Il modulo di \mathbf{r} è costante.



$$|\mathbf{r}| = \text{costante} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x = |\mathbf{r}| \cos\theta$$

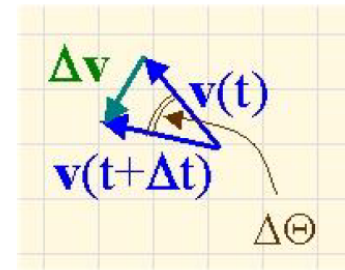
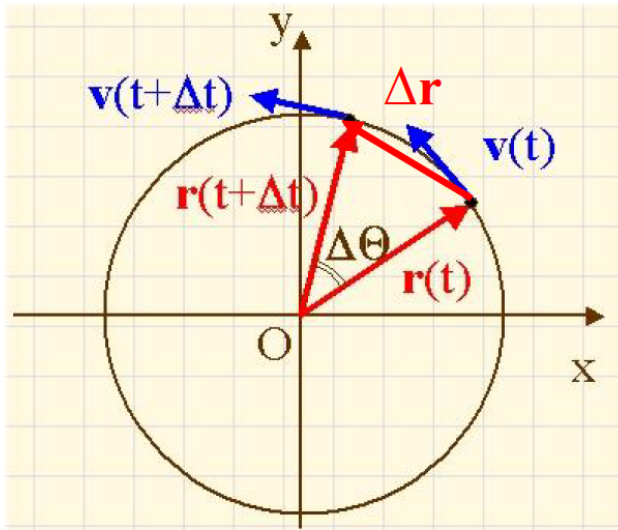
$$y = |\mathbf{r}| \sin\theta$$

Moto circolare uniforme

- La traiettoria è una circonferenza
- Modulo della velocità è costante.

Nonostante il modulo di v sia costante, la velocità (come vettore) non è costante, in quanto la sua direzione cambia

l'accelerazione non è nulla.



$$\mathbf{a} = \frac{dv}{dt} \mathbf{u}_T + \frac{v^2}{R} \mathbf{u}_N = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_N$$

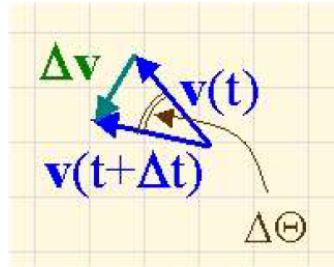
La componente tangenziale è nulla in quanto il modulo di v non cambia ($dv/dt=0$), mentre $a_N \neq 0$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_N = \frac{v^2}{R} \mathbf{u}_N$$

Il moto circolare uniforme è un moto accelerato con accelerazione costante, ortogonale alla traiettoria

Accelerazione centripeta

Si parla di accelerazione vettoriale istantanea quando l'intervallo di tempo Δt considerato tende a zero.



Quando Δt tende a zero anche $\Delta\Theta$ tende a zero.

Poiché la somma degli angoli interni in un triangolo è sempre 180° , se $\Delta\Theta$ tende a zero, gli angoli alla base tendono a 90° (il triangolo è isoscele).

L'**accelerazione** (che ha la **stessa direzione** e lo **stesso verso di $\Delta\mathbf{v}$**) è quindi **perpendicolare a $\mathbf{v}(t)$** .

Poiché $\mathbf{v}(t)$ è tangente alla circonferenza, l'accelerazione è **radiale** e diretta verso il centro; essa viene chiamata **accelerazione centripeta**. Si può dimostrare che:

$$|\mathbf{a}_{\text{centripeta}}| = \frac{v^2}{r}$$

La particella in moto circolare uniforme percorre una circonferenza di lunghezza $2\pi r$ nel tempo T (chiamato **periodo di rivoluzione** o semplicemente **periodo**):

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v}$$

Moto circolare uniforme

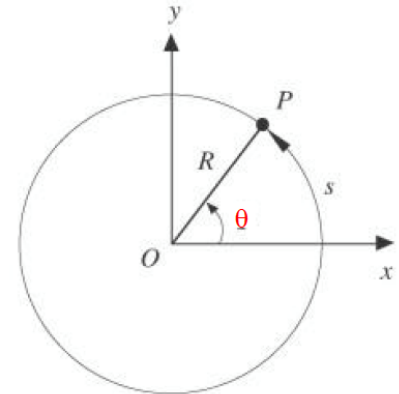
Il moto può essere descritto facendo riferimento allo spazio percorso $s(t)$ oppure utilizzando l'angolo $\theta(t)$ sotteso all'arco $s(t)$ ($\theta(t)=s(t)/R$), ovvero lavorando in un sistema di coordinate polari, in cui $r(t)=\text{costante}=R$ e $\theta = \theta(t)$

Siamo interessati alle variazioni di angolo nel tempo e pertanto si definisce la *velocità angolare*:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R} \frac{ds}{dt} = \frac{v}{R}$$

$$\omega = \frac{v}{R} \quad v = \omega R$$

La velocità angolare è proporzionale alla velocità con cui è percorsa la circonferenza



Utilizzando la definizione di velocità angolare può essere ridefinita l'accelerazione:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_N = \frac{v^2}{R} \mathbf{u}_N = \omega^2 R \mathbf{u}_N$$

Nel moto circolare uniforme il punto percorre una circonferenza di lunghezza $2\pi r$ nel tempo T (chiamato *periodo di rivoluzione* o semplicemente *periodo*):

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Equazioni del moto ad accelerazione lineare costante e angolare costante

(assumendo che l'istante iniziale sia $t = 0$)

$a = \text{costante}$



$$\alpha = \text{cost}$$

$$v(t) = v_0 + at$$



$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$



$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$



$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Esempio

La Terra si muove attorno al Sole descrivendo un'orbita circolare di raggio $r = 1.5 \cdot 10^8$ Km.
Quanto vale la velocità media della Terra (rispetto al Sole)? Quanto vale la velocità angolare?

$$T = 1 \text{ anno} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 3.16 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\text{Circonferenza: } s = 2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ Km} = 2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Velocità

$$v = \frac{2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^8}{3.16 \cdot 10^7} = 29.8 \text{ Km s}^{-1} = 29.8 \frac{\text{Km}}{\text{s}} \frac{3.6 \cdot 10^3 \text{ s}}{\text{h}} = 107.310^3 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 29800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Velocità angolare

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{29800}{1.5 \cdot 10^{11}} = 2.0 \cdot 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Il radiante (rad) è l'unità di misura dell'ampiezza degli angoli del Sistema internazionale di unità di misura. Tale misura rappresenta il rapporto tra la lunghezza dell'arco di circonferenza tracciato dall'angolo e la lunghezza del raggio di tale circonferenza; essendo il rapporto tra due grandezze omogenee, è un numero puro.

Esempio

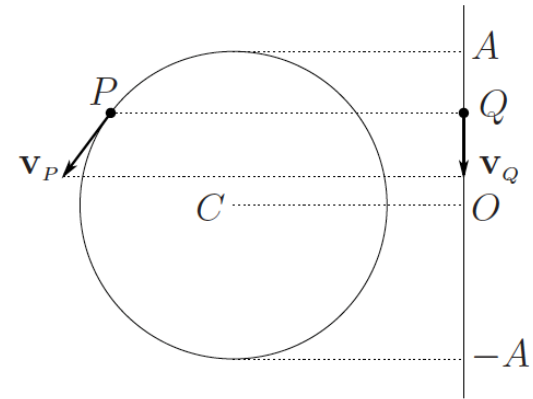
Il punto materiale P si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio $r = 23$ cm con velocità $v = 3.5$ m/s; la sua ombra Q proiettata su uno schermo si muove di moto armonico; determinare l'ampiezza, il periodo e la massima velocità di Q .

Con riferimento alla figura, il punto Q si muove di moto armonico avente per centro la proiezione sullo schermo del centro C della circonferenza e per ampiezza il raggio della circonferenza; quindi

$$A = r = 0.23 \text{ m} .$$

Il periodo del moto armonico è uguale al periodo del moto circolare, quindi

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 0.41 \text{ s} ;$$



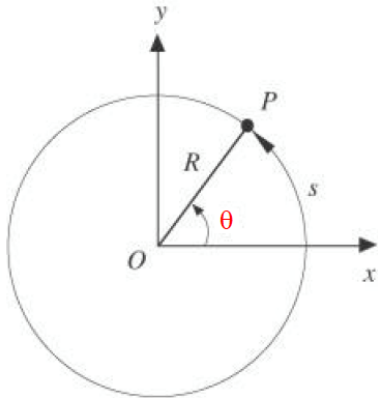
dal valore del periodo si ottiene la pulsazione e quindi la massima velocità:

$$v_M = \omega A = \frac{2\pi}{T} A = v = 3.5 \text{ m/s} ;$$

si osservi che la velocità massima coincide con la velocità del moto circolare.

Esercizio

Un ventilatore fa 1200 giri/minuto, di raggio $R=0,15\text{m}$. Quanta strada fa P in un giro? Quanto vale v ? ed a ?



$$f = 1200 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = 20 \frac{\text{giri}}{\text{s}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0,05\text{s}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,05} = 125,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Strada compiuta in un giro $S = 2\pi R = 2\pi \cdot 0,15 = 0,94\text{m}$

Velocità del punto: $v = \omega R = 125,6 \cdot 0,15 = 18,84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Accelerazione: $a = \frac{v^2}{R} = \frac{18,84^2}{0,15} = 2366 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Esercizio

- Una fionda è costituita da un sasso vincolato a percorrere 5 giri al secondo lungo una circonferenza di raggio $L = 1$ m per mezzo di una corda rigida. Quando il sasso si stacca dalla corda la sua velocità è:

L'aggettivo *uniforme* non deve ingannare: il moto è comunque accelerato perché la velocità varia in direzione. L'aggettivo uniforme si riferisce al fatto che il **modulo** della velocità rimane costante.

In un moto circolare uniforme la forza (e quindi anche l'accelerazione) sono sempre radiali, cioè costantemente perpendicolari alla velocità. Dato che la velocità è tangente alla traiettoria, la forza e l'accelerazione sono sempre dirette verso il centro della circonferenza (forza centripeta e accelerazione centripeta).

Attenzione! Non è il moto circolare uniforme a creare la forza centripeta, ma è la forza centripeta che causa questo tipo di moto.

La corda fornisce l'accelerazione necessaria a mantenere il sasso su una circonferenza
→ in sostanza fa cambiare la direzione del vettore velocità.

Quindi, senza corda, non abbiamo **accelerazione centripeta**

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Esercizio

- Una fionda è costituita da un sasso vincolato a percorrere 5 giri al secondo lungo una circonferenza di raggio $L = 1$ m per mezzo di una corda rigida. Quando il sasso si stacca dalla corda la sua velocità è:

Stiamo parlando di: Moto circolare uniforme

In questo caso il modulo della velocità è costante, e vale:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(2\pi L)}{T}$$

$$v_s = \frac{5 \cdot (2\pi \cdot 1m)}{1 s} = 31,4 \frac{m}{s}$$

Dinamica I

Dinamica del punto

La **dinamica** del punto materiale si occupa di studiare gli **effetti** che l'applicazione di una **forza** produce sul **moto** di un **oggetto** le cui dimensioni siano trascurabili.

Da sempre è stato evidente che la variazione di stato di quiete o di moto di un corpo dipende dalle **interazioni** che esso ha **con altri oggetti** o con **l'ambiente esterno**.

Nel linguaggio comune ci si riferisce quasi sempre a queste **interazioni** come a **forze che agiscono sul corpo**.

Dinamica I

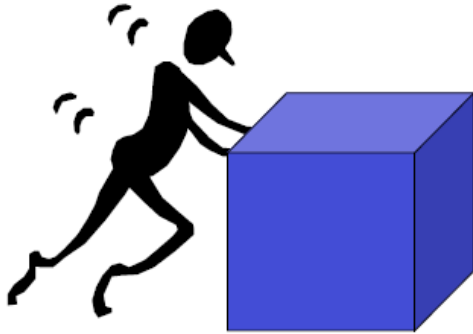
Dinamica del punto

La **dinamica** del punto materiale si occupa di studiare gli **effetti** che l'applicazione di una **forza** produce sul **moto** di un **oggetto** le cui dimensioni siano trascurabili.

Da sempre è stato evidente che la variazione di stato di quiete o di moto di un corpo dipende dalle **interazioni** che esso ha **con altri oggetti** o con **l'ambiente esterno**.

Nel linguaggio comune ci si riferisce quasi sempre a queste **interazioni** come a **forze che agiscono sul corpo**.

I principi della Dinamica



Un oggetto si mette in movimento quando viene spinto o tirato o meglio quando è soggetto ad una *forza*

1. **Le forze** sono **grandezze fisiche vettoriali** che influiscono su un corpo in modo da modificarne il suo stato di moto
2. **La forza non esiste in astratto** ma è sempre applicata da un corpo materiale ad un'altro: è un'interazione tra corpi
3. In meccanica la **forza** è considerata la causa del **moto lineare** mentre il **momento** è responsabile della **rotazione di un corpo**

L'azione di una forza è descritta dalle leggi di Newton, possono fare Lavoro e trasferire Energia

Principi della dinamica

La dinamica newtoniana si fonda su **tre principi**

(detti anche “**le tre leggi di Newton**”),

che sono giustificati da una vasta attività sperimentale; le loro conseguenze descrivono correttamente un **gran numero di fenomeni**.

I tre principi sono i seguenti:

✓ **Principio di inerzia:**

definisce cosa succede se non ci sono forze agenti su un corpo;

✓ **(II) Legge di Newton:**

definisce cosa succede quando su un corpo agiscono delle forze;

✓ **Principio di azione e reazione:**

definisce cosa succede se un corpo esercita una forza su un altro corpo.

Primo principio della dinamica: il principio di inerzia

Un corpo non soggetto a forze, non subisce cambiamenti di velocità, ovvero mantiene il suo stato di quiete, se era in quiete ($v=0$) o di moto rettilineo uniforme ($v=\text{costante}\neq 0$)

Questo principio, noto come **principio di inerzia**, ci dice che lo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme sono dinamicamente equivalenti.

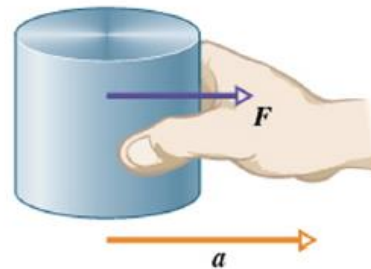
Se su un corpo non agisce nessuna forza, la sua velocità non può cambiare, ossia il corpo **non** può **accelerare**. In altre parole, se il corpo è in stato di quiete, vi resterà; *se si sta muovendo*, continuerà a farlo con la *stessa velocità (in modulo e direzione)*. *Ad esempio per avere moto circolare uniforme ho quindi bisogno di una forza.*

La prima legge **vale** non solo quando il corpo non è sottoposto ad alcuna forza, ma anche quando la **somma di tutte le forze agenti** su di esso (la forza **risultante**) è **nulla**.

Forze

La forza è una grandezza che esprime e misura l'interazione tra sistemi fisici.

Nel principio di inerzia è implicitamente contenuta l'idea che la variazione di velocità in modulo o direzione è dovuta all'azione di una forza



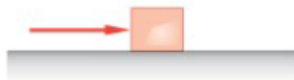
L'effetto di una forza è quello di imprimere un'**accelerazione** ad un oggetto.

Dall'**esperienza** possiamo dedurre che le **forze** possono avere **diversa intensità** (se spingiamo un oggetto più o meno “forte” otteniamo un'accelerazione maggiore o minore...).

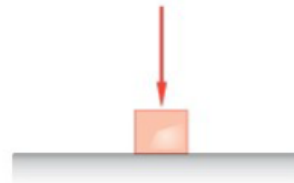
Forze

Intuitivamente si può affermare che alla nozione di forza è associata oltre alla nozione di intensità, quella di direzione.

L'effetto di una forza cambia con la direzione: l'**accelerazione** ha la stessa **direzione della forza** (se spingiamo un mobile in avanti, questo non si sposta di lato...). Lo stesso vale per il **verso** nel quale applichiamo la forza.



L'effetto dell'applicazione della forza è un moto



L'effetto dell'applicazione della forza non è un moto ma una deformazione del corpo

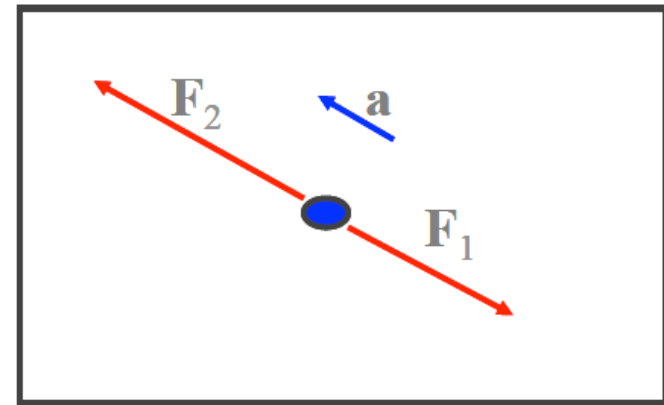
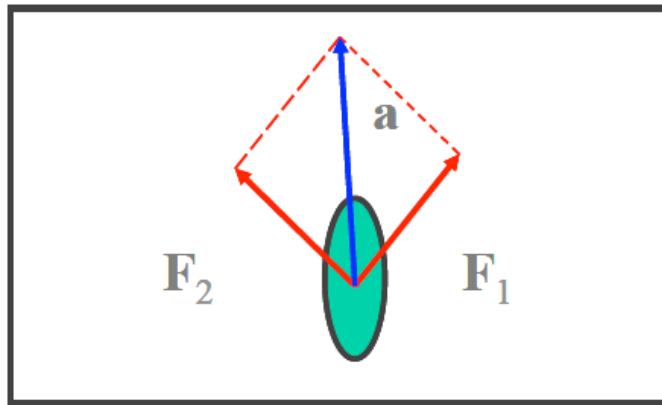


Non si manifesta alcun moto (→ concetto di equilibrio)

**Dall'esperienza → la forza è una quantità di tipo
vettoriale.**

Forze

La natura vettoriale delle forze si manifesta nel modo in cui esse si **combinano fra loro**:



La somma vettoriale di tutte le forze agenti su un corpo è chiamata **risultante delle forze** e viene indicata con l'espressione:

$$\sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{\text{ris}}$$

Massa

Per descrivere il comportamento dinamico di un punto materiale

occorre conoscere la sua massa

L'esperienza ci dice che se vogliamo imprimere la stessa accelerazione a oggetti diversi, **l'intensità della forza da applicare deve essere diversa**

(per trainare un treno occorre un locomotore, per trainare una slitta una persona...).

Normalmente si associa all'intensità della forza necessaria per muovere un certo oggetto la definizione di “**massa**” (tanto più l'oggetto è “*massiccio*”, più forza occorre per spostarlo).

La massa di un corpo è anche definita *massa inerziale*, in quanto *esprime l'inerzia del corpo, ovvero la sua resistenza a variare il proprio stato di moto, cioè a modificare la velocità*

L'unità di misura SI della massa è il kilogrammo (kg).

La massa è una caratteristica intrinseca del corpo che mette in relazione forza applicata e accelerazione che ne risulta.

Il principio della dinamica: la legge di Newton

La formulazione quantitativa del legame tra la forza e lo stato del moto è data dalla legge di Newton. Newton raccolse tutte le **osservazioni sperimentali** in **un'unica legge** che **lega** fra loro la risultante di **tutte e solo le forze esterne** (di qualsivoglia natura) agenti su un corpo, con l'**accelerazione** ad esso impressa.

$$F = \sum_i F_i = ma$$

la forza F risultato dell'interazione del corpo con l'ambiente circostante, determina l'accelerazione del punto materiale, cioè la variazione della sua velocità nel tempo; m rappresenta la massa inerziale del corpo

La legge di Newton mette in evidenza che **il rapporto tra la massa** di un corpo e quella di un altro è uguale **all'inverso del rapporto delle accelerazioni** prodotte dalla stessa forza come si era visto negli esperimenti che hanno portato Newton a formulare la sua legge

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$$

La legge di Newton e le sue componenti

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad \text{dove:} \quad \vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

La relazione **vettoriale** separata in componenti è:

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \\ F_z = ma_z \end{cases} \quad \text{dove:} \quad \begin{cases} F_x = \sum_i F_{x,i} \\ F_y = \sum_i F_{y,i} \\ F_z = \sum_i F_{z,i} \end{cases}$$

Ciò significa che la **componente dell'accelerazione lungo un asse** è causata solo dalla **somma delle componenti delle forze lungo quell'asse** e non da componenti lungo gli altri assi.

in assenza di interazione con l'esterno, ovvero se il vettore *risultante* di tutte le forze agenti sul *punto materiale* è nullo, l'accelerazione $\mathbf{a}=\mathbf{0}$, e quindi la velocità è costante.

La legge di Newton contiene come caso particolare il principio di inerzia:

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{cost.}$$

Unità di misura di forza

Il secondo principio della dinamica dice anche quale sono

dimensioni e unità di misura delle forze:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$

Dimensioni
Unità di misura

$$\frac{\text{Kg} \times \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

N = newton

Il newton è l'unità di misura della forza

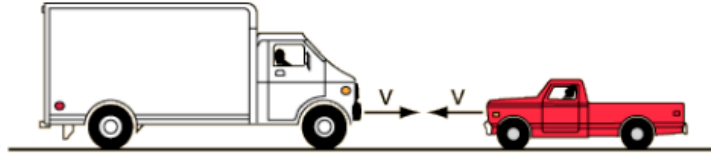
Una forza ha l'intensità di 1 N se imprime a un oggetto di massa 1 kg un'accelerazione di 1 m/s².

risultati della stessa forza esercitata su massa differenti



La stessa forza esercitata su una massa molto più grande produce una corrispondente accelerazione molto più piccola

In alcune situazioni l'intuito può farci sbagliare



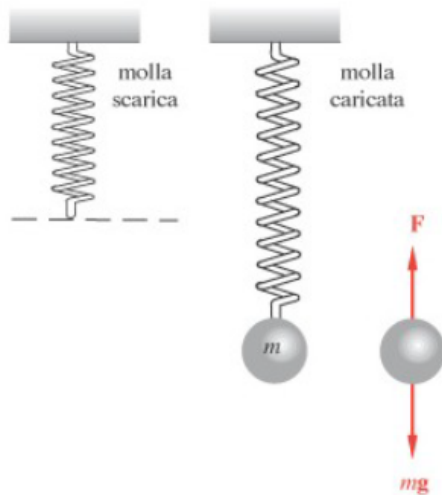
In una collisione frontale su quale dei due veicoli agisce la forza maggiore?

$F_b = -F_a$ le forze agenti sui due veicoli sono uguali ma di verso opposto

E l'accelerazione dei due veicoli?

$m_a = m_b$

Misura statica delle forze



Lo strumento utilizzato per misurare le forze è il **dinamometro**.

Una molla allungata esercita una forza di richiamo che entro certi limiti di estensione rispetto da posizione di equilibrio, Δx , è proporzionale all'allungamento stesso.

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

Se si appende alla molla un corpo di massa m , che risente della forza di attrazione della terra mg , in condizioni di equilibrio la forza F sviluppata dalla molla eguaglia quella esercitata dalla terra, che attira il corpo.

L'allungamento della molla è proporzionale alla forza applicata all'estremità della molla.



Intensità delle Forze: ordini di grandezza

Forza esercitata da Sole sulla Terra	$3.5 \cdot 10^{22} \text{ N}$
Forza esercitata dalla Terra sulla Luna	$2 \cdot 10^{20} \text{ N}$
Spinta di un vettore per satelliti	$3.3 \cdot 10^7 \text{ N}$
Trazione di un grosso rimorchiatore	10^6 N
Spinta dei motori di un jumbo (B747)	$7.7 \cdot 10^5 \text{ N}$
Trazione di un locomotore	$5 \cdot 10^5 \text{ N}$
Forza esercitata dalla Terra su un' automobile	$1.5 \cdot 10^4 \text{ N}$
Forza di frenatura (automobile)	10^4 N
Forza di interazione tra due protoni nel nucleo	10^4 N
Forza di accelerazione su un' automobile	$7 \cdot 10^3 \text{ N}$
Forza esercitata dalla Terra su un uomo	$7.2 \cdot 10^2 \text{ N}$
Forza esercitata dalla Terra su 1 Kg	9.8 N
Forza esercitata dalla Terra su una mela	2 N
Forza esercitata dalla Terra su una moneta (100)	$3.2 \cdot 10^{-2} \text{ N}$
Forza tra nucleo ed elettrone (idrogeno)	$8 \cdot 10^{-8} \text{ N}$

Dalla forza al moto

La II legge di Newton, legge fondamentale della dinamica, può anche essere scritta come:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$$

Da questa legge possono essere ricavate tutte le proprietà relative al moto del punto materiale ed in particolare l'andamento della *legge oraria* $\mathbf{r}(t)$, se si **conoscano** la funzione $\mathbf{F}(t)$ e le **condizioni iniziali** del moto.

Dalle caratteristiche della forza si deducono quelle del moto: nella relazione soprascritta se è noto il termine di sinistra (\mathbf{F}) nota la massa si trova la $\mathbf{a}(t)$. Dall'espressione di $\mathbf{a}(t)$, si possono ricavare la $\mathbf{v}(t)$ e $\mathbf{r}(t)$.

$$\vec{\mathbf{F}} \quad \longrightarrow \quad \vec{\mathbf{r}}(t)$$

NOTA: limiti di validità

La legge $\mathbf{F}=m\mathbf{a}$ è valida solo se il moto è studiato in una particolare classe di sistemi di riferimento, *i sistemi di riferimento inerziali*

I sistemi inerziali

I sistemi di riferimento che si muovono di moto rettilineo uniforme rispetto agli altri hanno un ruolo particolare e vengono detti **Sistemi inerziali**

In essi vale il **principio di inerzia**: Se un corpo non è soggetto ad azioni esterne mantiene inalterato il suo stato di quiete o di moto (cioè la sua velocità non cambia).

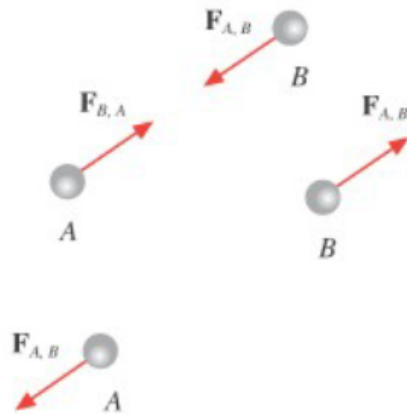
Se un corpo non accelera in un sistema di riferimento e se anche in un secondo sistema si misura accelerazione nulla allora i sistemi devono essere in moto rettilineo uniforme uno rispetto all'altro. Quindi i due sistemi sono inerziali. **Il principio di inerzia serve perciò a definire quali sono i sistemi inerziali.**

III principio della dinamica

Le forze si presentano sempre in coppia;

se il corpo A esercita una forza $F_{A,B}$ sul corpo B, il corpo B reagisce esercitando una forza $F_{B,A}$ sul corpo A.

Le due forze hanno la stessa direzione, lo stesso modulo e verso opposto, cioè sono uguali e contrarie

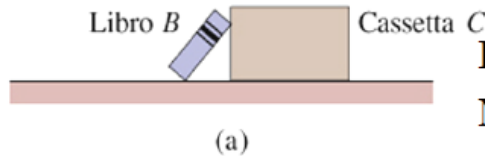


$$\mathbf{F}_{A,B} = -\mathbf{F}_{B,A}$$

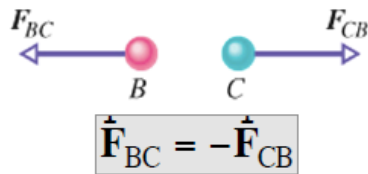
Le due forze hanno la stessa retta di azione e possono essere attrattive o repulsive. Tale legge è anche detta *principio di azione e reazione*

III principio della dinamica

Esempi



Il libro B è poggiato sulla cassetta C. Per la terza legge di Newton, la forza F_{BC} esercitata dalla cassetta C sul libro B ha lo stesso modulo e direzione, ma verso opposto, rispetto alla forza F_{CB} esercitata su C da B.



N.B. Le forze di azione e reazione agiscono sempre su corpi diversi, altrimenti non si avrebbe mai accelerazione. In generale non sono equilibrate.



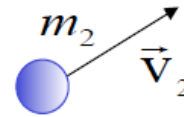
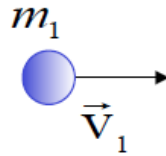
Il terzo principio e quantità di moto

Sia dato un sistema di due punti materiali interagenti:

$$m_1, m_2, \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{p}_1, \vec{p}_2$$

Forza agente su m_1

$$\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$



Forza agente su m_2

$$\vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

Per il principio di azione e reazione

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = -\frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

che esprime una importante legge di conservazione:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{costante}$$

In assenza di forze esterne, la quantità di moto totale di un sistema composto di 2 punti materiali soggetti solo alla loro mutua interazione rimane costante nel tempo

Azione dinamica delle forze: le forze ed il moto

Quali forze possono produrre i moti studiati in cinematica?

Moto rettilineo uniforme

- $v = \text{costante}$ \Rightarrow $F = 0$
- $a = 0$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

- $a = \text{costante}$ \Rightarrow $F = \text{costante} = a/m$

Moto piano curvilineo

- $a = a_T + a_N \Rightarrow F = ma_T + ma_N = m \frac{dv}{dt} u_T + m \frac{v^2}{R} u_N$

Componente tangenziale della forza:
determina la variazione del modulo della velocità

Forza centripeta :
ortogonale alla traiettoria,
è $\neq 0$ se il moto è curvilineo

Forza peso

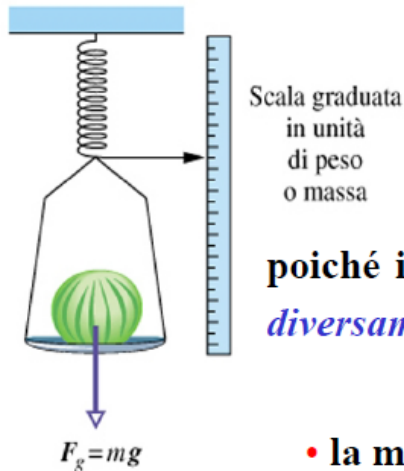
La **forza più comune** nella nostra esperienza quotidiana è quella dovuta all'attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra su un corpo: questa forza si chiama **peso** del corpo. Sperimentalmente si osserva che tutti i corpi, nello stesso luogo, qualunque sia la massa inerziale, assumono, se lasciati liberi, la stessa accelerazione diretta verticalmente verso il suolo il cui modulo, che varia leggermente da luogo a luogo della Terra, vale in media

$$g=9,8 \text{ ms}^{-2}$$

$$P = ma = mg$$

La forza peso risulta direttamente proporzionale (attraverso l'accelerazione di gravità g) alla massa del corpo.

La proporzionalità tra massa e peso suggerisce che il confronto tra due masse si può fare confrontando le rispettive forze peso



$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

poiché il valore di g non è lo stesso per tutti i punti della Terra *il peso, diversamente dalla massa, non è una proprietà intrinseca del corpo.*

- la massa è uno scalare
- il peso è un vettore

Il peso di una persona non è ad es. 50 Kg

$$\text{ma } 50 \text{ kg} \cdot g \rightarrow 50 \cdot 9,8 \text{ N} \quad 24$$

FORZA GRAVITAZIONALE

(Newton)

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

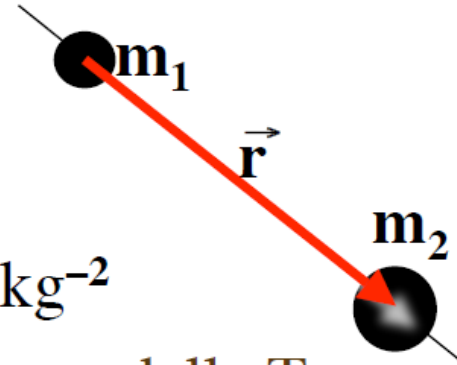
alla superficie della Terra : M_T massa della Terra
 R raggio della Terra

$$F = G \frac{M_T m}{R^2} = g m$$

$$g = 9.8 \text{ m s}^{-2} = 980 \text{ cm s}^{-2}$$

$$\vec{F} = m \vec{g} = \vec{p}$$

\vec{p} = forza peso



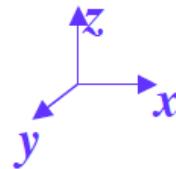
FORZA PESO: forza a distanza

$$\vec{F} = m \vec{g} = \vec{p}$$

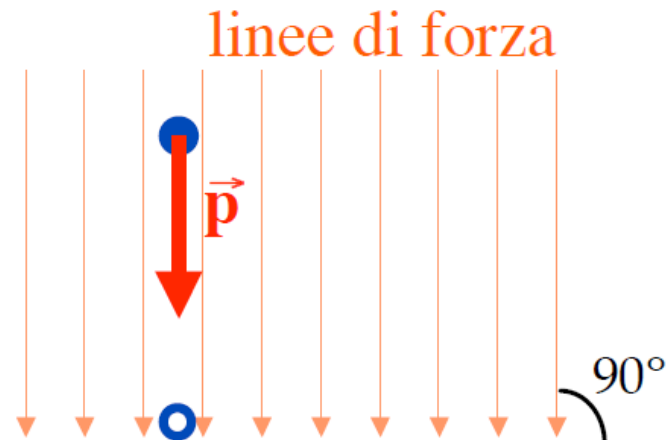
\vec{p} = forza peso

modulo
direzione
verso

$|\vec{p}| = m g$
verticale
basso



suolo



Forza peso



Il **peso** misurato sulla **Terra** è **diverso** da quello misurato per esempio sulla **Luna** (a causa della diversa accelerazione di gravità: $g_{LUNA} = 1.625 \text{ m/s}^2$).

La massa invece è la stessa.

Lavoro di una forza costante

Se il punto materiale a cui è applicata una forza subisce uno **spostamento** ed esiste una **componente della forza parallela** allo spostamento, **la forza compie un lavoro**.

Per semplicità consideriamo il caso particolare di una **forza costante** che produce **moto in una dimensione**.

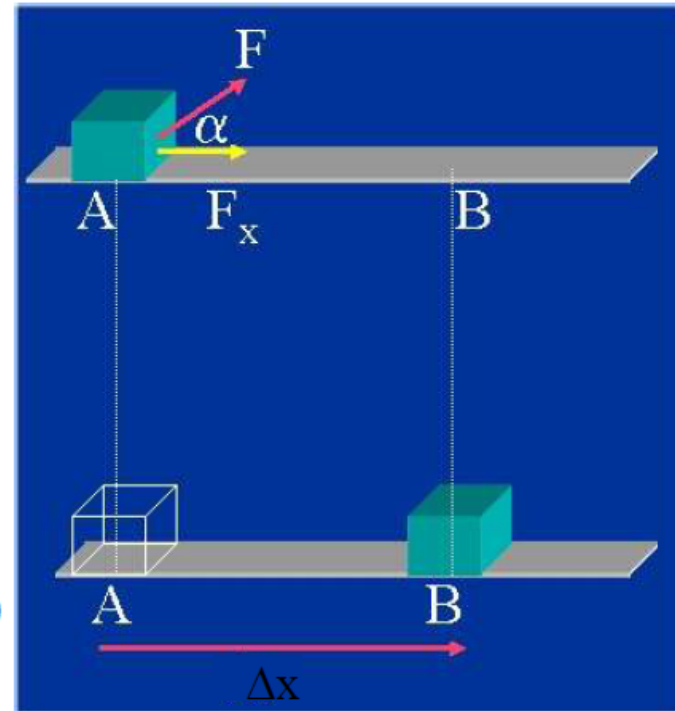
Il **lavoro** compiuto da tale forza è il **prodotto della componente della forza lungo la direzione del moto per lo spostamento**.

In altri termini il lavoro è dato dal prodotto scalare della forza per lo spostamento.

$$L = F_x \Delta x = F \cos \alpha \Delta x = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{x}$$

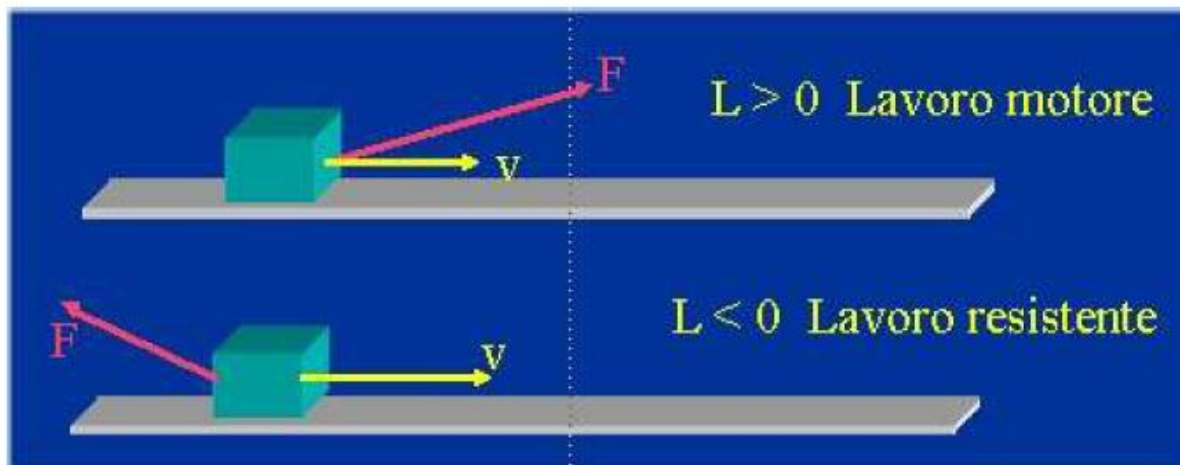
Unità di misura S.I. \rightarrow joule (J)

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$



Lavoro di una forza costante

- Il lavoro è una grandezza **scalare**.
- Assume valori **positivi** se la forza favorisce il moto (angolo α acuto).
- Assume valori **negativi** se la forza ostacola il moto (angolo α ottuso).

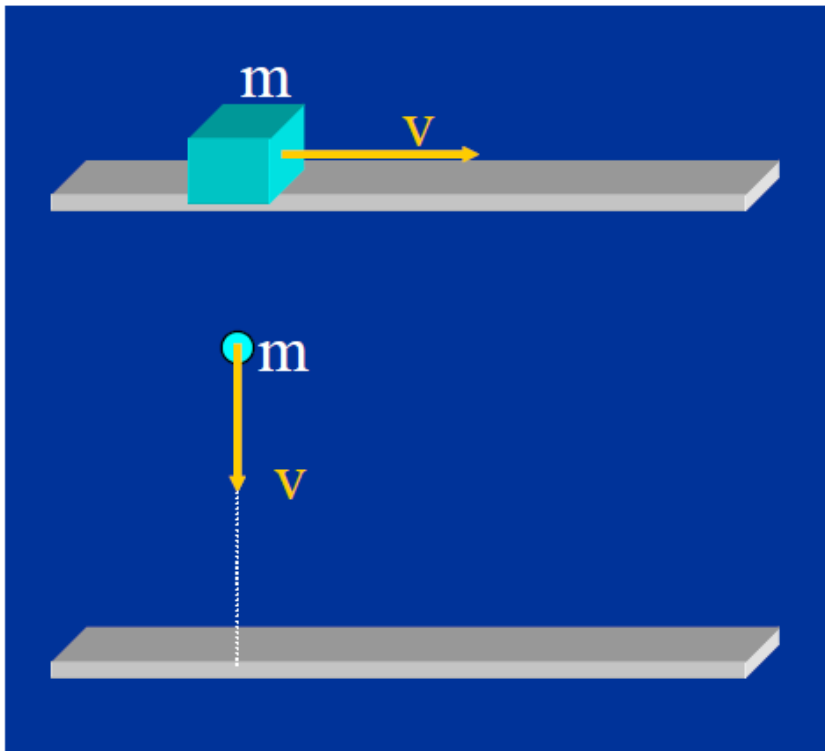


Il lavoro è nullo se:

- $F = 0$: non agiscono forze;
- $\Delta x = 0$: la forza non genera moto;
- F è perpendicolare allo spostamento Δx : $\cos\alpha = \cos 90^\circ = 0$.

Energia cinetica

Cos'è l'energia? La **capacità di compiere un lavoro**.



- **L'energia cinetica** è una forma di energia legata al movimento.
- Consideriamo un corpo di massa **m** che si muova, in un certo istante, con velocità di modulo **v**.
- Definiamo **energia cinetica E_c** del corpo, il semiprodotto della sua massa per il quadrato della sua velocità:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\text{S.I. } \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

Teorema dell'energia cinetica

“Il lavoro totale compiuto dalla forza risultante che agisce su un corpo è uguale alla variazione dell'energia cinetica del corpo.”

$$L = F_x \Delta x = m a_x \Delta x$$

definizione di lavoro

Il principio della dinamica

Per una forza costante l'accelerazione è costante e si può mettere in relazione la distanza percorsa con la velocità iniziale e quella finale:

$$v_{\text{finale}}^2 = v_{\text{iniziale}}^2 + 2a_x \Delta x \rightarrow a_x \Delta x = \frac{1}{2} (v_{\text{finale}}^2 - v_{\text{iniziale}}^2)$$

$$L = \frac{1}{2} m (v_{\text{finale}}^2 - v_{\text{iniziale}}^2) = E_{c,\text{finale}} - E_{c,\text{iniziale}} = \Delta E_c \longrightarrow \boxed{L = \Delta E_c}$$

Il teorema dell'energia cinetica ha validità generale ed è **applicabile anche nel caso di una forza risultante non costante.**

Energia potenziale gravitazionale



L'energia potenziale è l'energia posseduta da un corpo in virtù della sua **posizione**. Un masso poggiato in cima ad una roccia ha energia potenziale gravitazionale. Se gli si dà una spinta, esso rotola giù aumentando la sua velocità e quindi la sua energia cinetica: mentre il masso cade **la sua energia potenziale si converte in energia cinetica**.

L'energia potenziale gravitazionale E_p di un corpo di massa m a una certa quota h è data da:

$$E_p = mgh$$

Si noti che il valore di E_p **dipende dal punto** rispetto al quale si **misura h** , che è arbitrario; quindi ciò che importa è solo la **variazione dell'energia potenziale**.

Uno scalatore compie lavoro nell'aumentare la sua energia potenziale gravitazionale.



Forze conservative

Un corpo si trova nel punto A; sotto l'azione di una forza \mathbf{F} esso si **sposta dal punto A al punto B**.

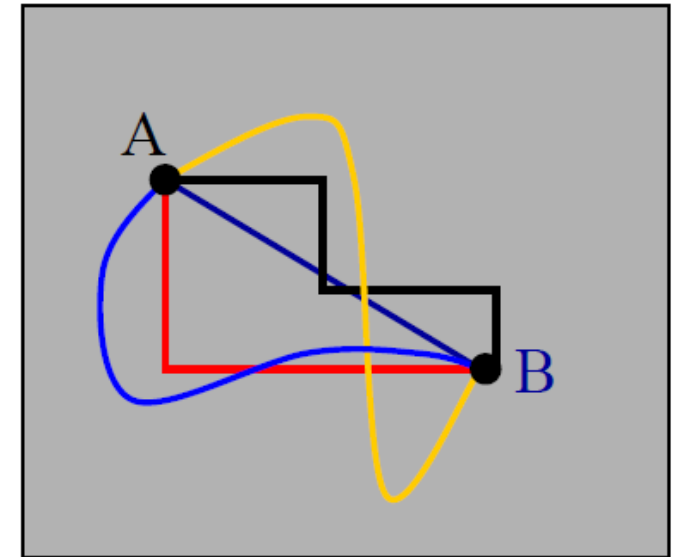
Esistono più percorsi che uniscono i due punti.

Il lavoro compiuto dalla forza \mathbf{F} generalmente dipende dal particolare percorso, ma in **alcuni casi esso dipende solo dalle posizioni iniziale e finale**.

In questo caso si parla di **forze conservative**.

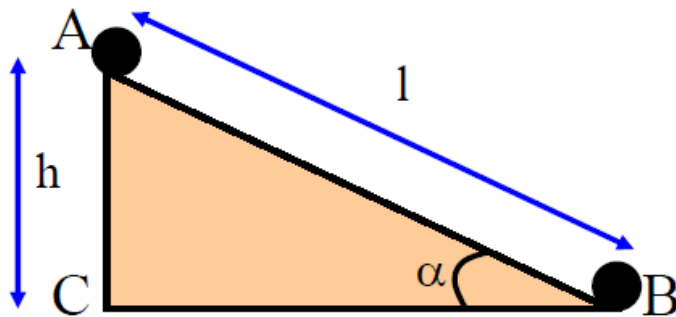
La **forza elastica** di una molla ideale e la **forza di gravità** sono due esempi di forze conservative.

Esempi di forze **non conservative (dissipative)** sono le **forze di attrito**.



Forze conservative (esempio)

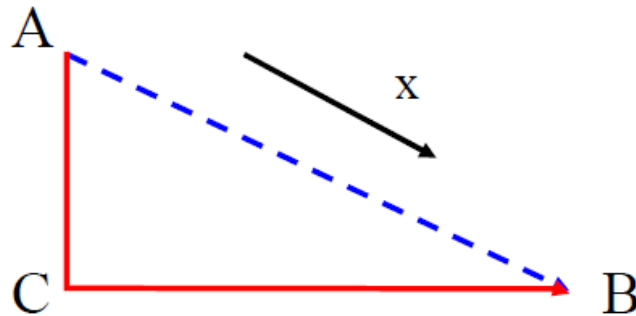
Se agisce solo la forza peso



Percorso 1: Un corpo di massa m scivola lungo un piano inclinato privo di attrito sotto l'azione della forza peso. Il lavoro da essa compiuto è:

$$L_{AB} = F_{\text{nella direzione di AB}} \overline{AB} = (mg \cdot \sin \alpha) l = mg(l \sin \alpha) = mgh$$

Percorso 2: Immaginiamo adesso che il corpo cada **verticalmente da A a C** e poi sia spostato orizzontalmente da C a B.



--- Percorso 1

— Percorso 2

$$\begin{aligned} L &= L_{AC} + L_{CB} = \\ &= F_{\text{nella direzione di AC}} \overline{AC} + F_{\text{nella direzione di CB}} \overline{CB} = \\ &= mgh + 0 = mgh \end{aligned}$$

Allo stesso risultato si perviene attraverso un **qualsiasi percorso** a scalini o anche curvilineo.

Lavoro svolto dalla forza di gravità

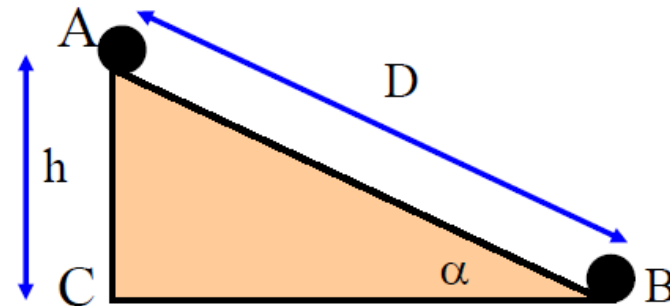
Nell'esempio precedente abbiamo visto che il lavoro svolto dalla forza peso per spostare il corpo dalla posizione A alla posizione B è dato da:

$$L_{AB} = mgh$$

Supponiamo di scegliere un sistema di riferimento come mostrato in figura. In tal caso:

$$\left. \begin{array}{l} E_p(A) = mgh_A = mgh \\ E_p(B) = mgh_B = 0 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = 0 - mgh = -mgh = -L_{AB}$$



Il lavoro compiuto dalla forza peso è uguale alla **diminuzione dell'energia potenziale gravitazionale**, il risultato ottenuto è **indipendente dal sistema di riferimento** scelto per misurare la quota y.

Conservazione dell'energia meccanica

Si può dare una **definizione generale della funzione energia potenziale E_p associata ad una forza conservativa**; E_p è definita in modo che il lavoro compiuto da una forza conservativa sia uguale alla diminuzione della funzione energia potenziale:

$$L = - \Delta E_p$$

Secondo il teorema dell'energia cinetica il lavoro totale compiuto da tutte le forze che agiscono su un corpo è uguale alla variazione di energia cinetica del corpo. Se le forze che compiono lavoro sono di tipo conservativo, allora il lavoro compiuto è uguale anche alla diminuzione dell'energia potenziale. Quindi:

$$L = - \Delta E_p = \Delta E_c \rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = \Delta(E_c + E_p) = 0$$

ossia

$$E_c + E_p = \text{costante}$$

Se le sole forze che compiono lavoro sono conservative, l'energia meccanica totale (cioè la somma di energia cinetica ed energia potenziale) del sistema resta costante.

Forze non conservative

- La **forza di attrito** è detta *non conservativa*, o *dissipativa*, perché il lavoro compiuto dall'attrito dissipa l'energia meccanica, trasformandola in energia termica.
- Un altro tipo di forza non conservativa è quella connessa a grandi deformazioni di un corpo. Se per esempio una molla viene allungata oltre il suo limite elastico, essa si deforma permanentemente e il lavoro compiuto nell'allungamento non viene recuperato quando la molla viene lasciata libera. Di nuovo, il lavoro compiuto nel deformare la molla viene dissipato in energia termica: la molla diventa più calda.
- Il lavoro compiuto da forze non conservative dipende, in generale, da parametri diversi dalle posizioni iniziale e finale del corpo. Può dipendere per esempio dalla velocità del corpo, dallo spazio totale percorso o dal particolare percorso seguito.
- **Non è possibile definire una funzione energia potenziale per una forza non conservativa.**

Potenza

Data un forza F che svolge un lavoro L in un intervallo di tempo Δt , la potenza P sviluppata da tale forza è data da:

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

La potenza è pertanto legata alla rapidità con cui si compie un lavoro.

Si supponga che una forza F agisca su un corpo che percorre una distanza Δs in un certo intervallo di tempo Δt . Il lavoro compiuto dalla forza è $F_s \Delta s$, dove F_s è la componente della forza nella direzione del moto. La potenza sviluppata è:

$$P = \frac{F_s \Delta s}{\Delta t} = F_s \frac{\Delta s}{\Delta t} = F_s v$$

dove v è la velocità media del corpo.

Unità di misura: watt (W)

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$$

Esempio

Che potenza deve sviluppare motore di seggiovia che trasporta 2400 persone all'ora superando un dislivello di 500 m. Supponiamo la massa delle persone di circa 70 Kg

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Lavoro $W=F \cdot \Delta y$ con F forza peso, quindi costante, e Δy spazio parallelo a forza peso

$$W = mg \cdot 2400 \cdot 500 = 70 \cdot 9.8 \cdot 2400 \cdot 500$$

$$P = W / \Delta t$$

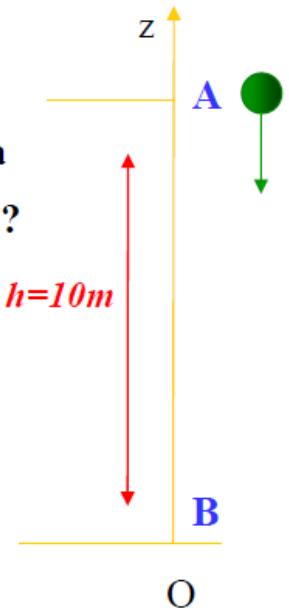
$$P = 70 \cdot 9.8 \cdot 2400 \cdot 500 / 3600 = 70 \cdot 9.8 \cdot 2 \cdot 500 / 3$$

$$= 228670 \text{ W} = 229 \text{ KW}$$

Esercizio Conservazione energia meccanica

Un corpo di massa $m=10$ kg, è lasciato cadere con **velocità iniziale nulla** da un'altezza di **10 m**. Quanto vale la **velocità** poco prima che raggiunga terra?

Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica: $E_m = E_k + E_p = \text{cost}$ $h=10m$



$$E_{p,A} - E_{p,B} = E_{k,B} - E_{k,A}$$

$$mgz_A - mgz_B = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$z_A = h = 10 \text{ m} \quad v_A = 0$$

$$z_B = 0 \quad v_B = ?$$

$$= 0, \text{ perché } z_B = 0$$

$$= 0, \text{ perché } v_A = 0$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gh} \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 10} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Esercizio Conservazione energia meccanica

Da che altezza deve cadere un corpo di $m=1300$ kg per avere una velocità finale di 88,5 km/h?

$$v_f = 88,5 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 88,5 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 24,58 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{p,\text{in}} + E_{k,\text{in}} = E_{k,\text{f}} + E_{p,\text{f}}$$



$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$h = \frac{v_f^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{24,58^2}{2 \cdot 9,8} = 30,8 \text{ m}$$

